

**N.B. Il candidato DEVE svolgere il TEMA ED UN MASSIMO di TRE ESERCIZI tra quelli sotto riportati. Il tema NON deve essere più lungo di TRE facciate di foglio protocollo**

**Tema:** Campi elettrici e magnetici: analogie e differenze.

**Esercizio 1**

Una sfera di massa  $m=10^{-2}$  kg e carica elettrica  $q$ , sospesa ad un filo inestensibile di massa trascurabile, compie delle piccole oscillazioni fra le armature di un condensatore a facce piane e parallele orizzontali distanti  $d=2m$ , fra le quali si stabilisce una  $d.d.p.=10^5$  V. Le frequenze  $f_+$  ed  $f_-$  del pendolo quando il campo elettrico è parallelo e antiparallelo alla verticale sono tali che:

$$f_+^2 + f_-^2 = \frac{1}{4\pi^2} 19,6 \text{ s}^{-2}$$

Si chiede di determinare: **a)** la lunghezza del filo; **b)** il valore di  $q$  per cui si ha

$$f_+^2 - f_-^2 = \frac{1}{4\pi^2} 0,5 \text{ s}^{-2}$$

quando la lunghezza del filo è quella calcolata precedentemente;

**c)** come la quantità  $f_+^2 - f_-^2$  dipende dalla latitudine del posto in cui si effettua l'esperimento.

**Esercizio 2**

Un veicolo spaziale espelle combustibile a velocità costante  $-v_0$  rispetto al veicolo. La massa del veicolo varia come:

$$dM(t)/dt = -\alpha \text{ con } \alpha = \text{costante}$$

Ricavare la velocità del veicolo nel sistema di laboratorio in funzione del tempo, trascurando la gravità e in approssimazione non relativistica.

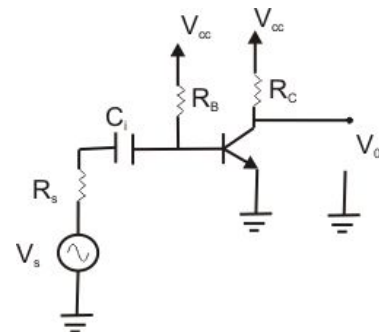
**Esercizio 3**

Determinare i valori di  $R_C$  ed  $R_B$  necessari a polarizzare il transistor in figura, in zona attiva ed in particolare nel punto di lavoro definito da  $I_C = 5$  mA e  $V_{CE} = V_{CC}/2$ .

Si considerino assegnati il valore della tensione di alimentazione del circuito,  $V_{CC} = 10$  V, ed il valore del parametro  $\beta = 100$ . La resistenza interna del generatore è  $R_s = 50 \Omega$ .

Quale criterio guida la scelta del valore di capacità  $C_i$  del condensatore?

Calcolare inoltre l'amplificazione di corrente e l'amplificazione di tensione utilizzando il modello a parametri ibridi semplificato (si consideri  $h_{ie} = 2$  k $\Omega$ ).



**Esercizio 4**

a) Detto  $\mathbf{J}$  l'operatore di momento angolare, dimostrare che:  $[\mathbf{J}_x^2, \mathbf{J}_y^2] = [\mathbf{J}_y^2, \mathbf{J}_z^2] = [\mathbf{J}_z^2, \mathbf{J}_x^2]$ .

b) Dimostrare altresì che questi commutatori si annullano su stati con  $J=0, 1/2, 1$ .

c) Per  $J=1$ , determinare la base che diagonalizza simultaneamente  $\mathbf{J}_x^2, \mathbf{J}_y^2, \mathbf{J}_z^2$ .

**Esercizio 5**

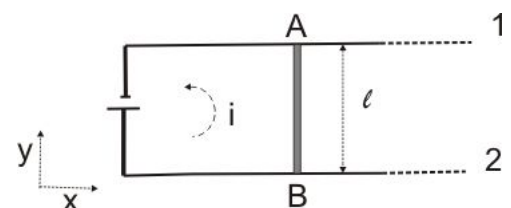
Nel circuito in figura la sbarretta  $AB$ , di resistenza  $R$ , lunghezza  $l$  e massa  $M$ , è libera di muoversi sui fili 1 e 2 di lunghezza infinita e resistenza trascurabile. Il circuito è posto su di un piano orizzontale in presenza di un campo magnetico  $B$  uniforme e perpendicolare al piano del circuito (uscente dal foglio). A  $t=0$  la sbarretta è ferma ed il circuito viene chiuso.

a) Calcolare la velocità della sbarretta in funzione del tempo;

b) trovare la velocità limite che essa raggiungerà;

c) calcolare il lavoro fatto dalla f.e.m. in un intervallo di tempo  $T$  ed interpretare fisicamente i vari contributi.

(Si trascuri l'attrito tra sbarra e fili e l'autoinduzione del circuito)



**N.B. Il candidato DEVE svolgere il TEMA ED UN MASSIMO di TRE ESERCIZI tra quelli sotto riportati. Il tema NON deve essere più lungo di TRE facciate di foglio protocollo**

**Tema:** Il candidato discuta la probabilità di transizione tra stati quantistici nell' ambito della teoria perturbativa dipendente dal tempo ed illustri un esempio che mostri il legame con un fenomeno di decadimento, scattering o eccitazione.

### Esercizio 1

Calcolare le frequenze vibrazionali dei modi normali longitudinali di una molecola lineare come il  $\text{CO}_2$  (O-C-O) assumendo che le forze di legame C-O siano elastiche. Esprimere i risultati in funzione delle masse degli atomi coinvolti e della costante elastica.

### Esercizio 2

- Un disco di raggio  $r$  e massa  $m$  rotola senza strisciare su un piano inclinato di un angolo  $\alpha$ . Si determini l'accelerazione che il disco acquista scendendo lungo il piano inclinato.
- Nota il coefficiente d'attrito  $\mu$ , si determini il valore dell' angolo  $\alpha$  oltre il quale il disco slitta.

### Esercizio 3

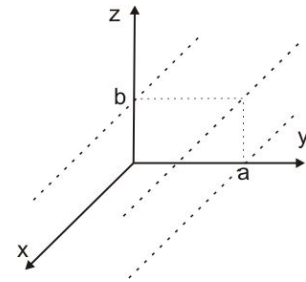
Studiare la risposta di un filtro RC ad un segnale sinusoidale al variare della frequenza (supporre ideale il generatore di segnale).

- Ricavare  $V_R$  (d.d.p. ai capi di R) e  $V_C$  (d.d.p. ai capi di C) e disegnarne gli andamenti in funzione della frequenza.
- Descrivere un metodo per la misura della frequenza di taglio  $f_0$ , illustrando anche come tener conto degli errori di misura.
- Come cambia la misura della frequenza di taglio se il generatore di segnale sinusoidale non può essere considerato ideale?

### Esercizio 4

Si consideri una particella di massa  $m$  che si muove liberamente nel rettangolo  $0 \leq y \leq a$  e  $0 \leq z \leq b$  del piano  $yz$  mentre il resto del piano è inaccessibile. Lungo l'asse  $x$  sulla particella agisce una forza  $F = -kx$ . Determinare i livelli di energia e le corrispondenti funzioni d'onda per la particella, calcolando il fattore di normalizzazione. Si osservi che la formula generatrice dei polinomi di Hermite è:

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$$



### Esercizio 5

Mostrare che l'hamiltoniana  $H = \frac{1}{2m} \left( \vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 + e\phi(\vec{r})$

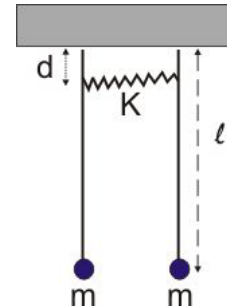
dà luogo alla forza di Lorentz  $m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -e \left( \vec{E}(\vec{r}, t) + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r}, t) \right)$

**N.B. Il candidato DEVE svolgere il TEMA ED UN MASSIMO di TRE ESERCIZI tra quelli sotto riportati. Il tema NON deve essere più lungo di TRE facciate di foglio protocollo**

**Tema:** Invarianza delle equazioni del moto, simmetrie delle funzioni Lagrangiana e Hamiltoniana, leggi di conservazione.

### Esercizio 1

Due pendoli semplici, di eguale lunghezza  $l$  e massa  $m$ , sono accoppiati attraverso una molla di costante elastica  $K$  ad una distanza  $d$  dai punti di sospensione. Assumendo che la molla abbia la sua lunghezza di riposo quando i pendoli sono in posizione verticale, determinare le frequenze delle piccole oscillazioni e risolvere le equazioni del moto quando all'istante iniziale uno dei due pendoli forma un angolo  $\phi_0$  con la verticale ed è fermo, mentre l'altro pendolo è fermo in posizione verticale.



### Esercizio 2

In un sistema binario di stelle in orbita relativa circolare, una stella di 20 masse solari produce un'esplosione di supernova. Quello che resta dopo l'esplosione è una stella di neutroni di 1.4 masse solari. Assumendo che l'esplosione sia istantanea e simmetrica (nel sistema di riferimento della stella), che massa deve avere la stella compagna in questo sistema binario affinché il sistema non venga slegato dall'esplosione? Si assuma ora che l'orbita iniziale abbia raggio  $a$  e che la compagna abbia una massa pari a 2 masse solari. Si calcolino le velocità asintotiche della stella di neutroni e della compagna dopo l'esplosione.

### Esercizio 3

Studiare la risposta di un circuito RC ad un gradino di tensione di ampiezza  $V_0$ .

- Ricavare  $V_R$  (d.d.p. ai capi di R) e  $V_C$  (d.d.p. ai capi di C) e disegnarne gli andamenti in funzione del tempo.
- Descrivere un metodo per la misura della costante di tempo  $\tau$  del circuito, illustrando anche come tener conto degli errori di misura.
- Descrivere come cambiano gli andamenti di  $V_R$  e  $V_C$  se la tensione di ingresso torna a 0 dopo un intervallo di tempo  $T$ .

### Esercizio 4

Si consideri il potenziale unidimensionale attrattivo  $V(x) = -V_0/\cosh(\alpha x)$

- Si calcoli lo spettro di questo potenziale in approssimazione armonica discutendo la validità dell'approssimazione.
- Si calcoli il numero di stati legati ottenuti in approssimazione armonica in funzione di  $V_0$  ed  $\alpha$ .

### Esercizio 5

Un disco di rame, con raggio  $r=0.5\text{ m}$ , ruota con velocità angolare  $\omega=10^2\text{ radianti/s}$ . Ricordiamo che la struttura del rame è quella di un conduttore in cui una parte degli elettroni sono liberi di muoversi rispetto ad un reticolo cristallino rigido. Si ricordano inoltre i valori della massa e della carica dell'elettrone:  $m_e=9.11 \times 10^{-28}\text{ g}$ ,  $e=4.80 \times 10^{-10}\text{ esu}$ .

- Calcolare la differenza di potenziale che si stabilisce fra il centro ed il bordo del disco.
- In aggiunta, si accende ora un campo magnetico uniforme  $B$  perpendicolare al piano del disco. Determinare il verso e l'intensità del campo magnetico per il quale il centro del disco e il bordo del disco sono allo stesso potenziale.
- Si pone ora il disco in un campo magnetico di  $100\text{ Gauss}$  e si collega il centro del disco alla periferia attraverso un filo di resistenza  $0.1\text{ Ohm}$  che striscia sul disco. Il filo non partecipa alla rotazione del disco. Determinare la potenza necessaria a mantenere il disco in rotazione con velocità angolare  $\omega=10^2\text{ radianti/s}$ .

