

Compito n. 1

N.B. Il candidato deve svolgere, a sua scelta, SOLO UNO dei tre temi proposti ed UN MASSIMO di TRE ESERCIZI tra quelli sotto riportati. Il tema NON dovrà superare le TRE facciate di foglio protocollo.

TEMI

1. La presenza di simmetrie ha importanti conseguenze in molti sistemi fisici. Il candidato ne descriva le principali implicazioni illustrandone alcuni casi specifici.
2. Il candidato descrive il problema dello spettro della radiazione elettromagnetica emessa da un corpo nero e la soluzione datane da Planck. Descrivere almeno un esempio fisico di corpo nero.
3. Il candidato discuta il fenomeno dell'induzione elettromagnetica e la sua descrizione in termini dei campi elettrico e magnetico.

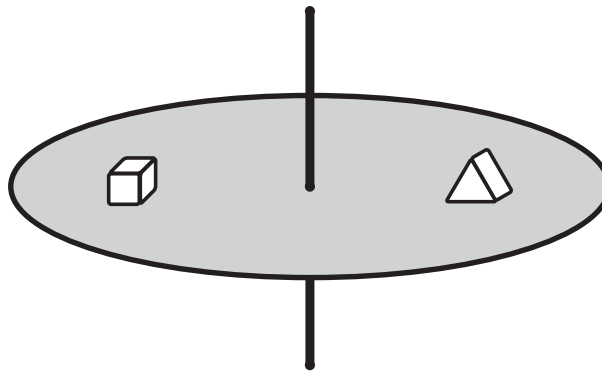
ESERCIZI

1. Una particella di massa m e carica e è soggetta ad una forza elastica isotropa di costante elastica k e ad un campo magnetico \vec{B} uniforme diretto lungo l'asse z .
 - (a) Considerando la *gauge*: $\vec{A} = (-By/2, Bx/2, 0)$, calcolare i possibili valori dell'energia, ed i corrispondenti autostati.
 - (b) Assumendo che la particella si trovi nello stato:

$$\psi(x, y, z) = Nxy\psi_0(x, y, z),$$

dove ψ_0 è la funzione d'onda dello stato fondamentale dell'hamiltoniana totale, e N una costante di normalizzazione. Determinare i possibili valori dell'energia e di L_z in tale stato.

- (c) Qual è la funzione d'onda che descrive lo stato ψ , invece, nella *gauge* $\vec{A} = (0, Bx, 0)$?
2. La particella J/ψ di massa pari a $3.1 \text{ GeV}/c^2$ può essere prodotta nella collisione di un fascio di protoni su un bersaglio fisso di idrogeno secondo la reazione $p + p \rightarrow p + p + J/\psi$. Calcolare l'energia minima che deve avere il fascio di protoni per produrre la J/ψ , e confrontarla con l'energia minima che devono avere un fascio di elettroni ed un fascio di positroni della stessa energia e direzione opposta per produrre la stessa particella in una collisione e^+e^- .
3. Su un disco orizzontale che ruota con velocità angolare ω intorno al suo asse verticale centrale è poggiato ad una distanza vettoriale \vec{r} dal centro un cubetto di lato l molto minore di r e massa m , con uno spigolo ortogonale ad \vec{r} . La forza di attrito è tale che il cubetto non può scivolare.



- (a) Calcolare la velocità angolare minima per cui il cubo comincia a rotolare via, e dire se questa dipende dalle (piccole) dimensioni e dalla massa del cubo.
- (b) Qual è la velocità angolare minima se invece di un cubo abbiamo un prisma retto a base triangolare equilatera orientato in modo da poggiare su una delle sue tre facce laterali, con spigolo sempre ortogonale ad \vec{r} ?
4. Un guscio sferico sul quale è inizialmente depositata una carica Q , viene posto in aria. Assumendo per l'aria una resistività di $10^{13} \Omega\text{m}$, si determini il tempo necessario affinché la carica presente sul guscio sferico si dimezzi. Si ricordi il valore della costante dielettrica del vuoto:

$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m. Discutere se, a parità di carica Q , i risultati restano fisicamente plausibili nel limite in cui il raggio del guscio R tende a zero.

5. Determinare funzione di distribuzione cumulativa e la funzione di densità di probabilità della posizione di un punto soggetto a moto armonico unidimensionale: $x(t) = A \sin(\omega t)$, quando si scelga casualmente un istante t con distribuzione uniforme in un intervallo di tempo molto più grande del periodo di oscillazione.

Compito n. 2

N.B. Il candidato deve svolgere, a sua scelta, SOLO UNO dei tre temi proposti ed UN MASSIMO di TRE ESERCIZI tra quelli sotto riportati. Il tema NON dovrà superare le TRE facciate di foglio protocollo.

TEMI

1. Molti problemi di meccanica quantistica hanno soluzioni analitiche esatte molto complesse, o addirittura intrattabili. Il candidato presenti un metodo per trovare soluzioni approssimate illustrandolo con un esempio fisicamente rilevante.
2. Il candidato descriva i principali meccanismi di interazione di particelle cariche e neutre con la materia illustrandone uno o più esempi in un intervallo di energia e tipologie di particelle a scelta.
3. Il candidato illustrare sinteticamente il concetto di temperatura di un sistema fisico, in particolare il concetto di temperatura termodinamica assoluta e la sua importanza dal punto di vista teorico e da un punto di vista applicativo.

ESERCIZI

1. L'elettrone di un atomo di idrogeno si trova (ignorando lo spin) nello stato (normalizzato):

$$\psi(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}a_0^{5/2}}xe^{-r/a_0},$$

dove a_0 è il raggio di Bohr. Calcolare:

- (a) il valore più probabile della sua distanza dal nucleo;

- (b) le probabilità di trovare ciascuno dei due autovalori più bassi possibili in una misura dell'energia.

Ricordiamo che le funzioni d'onda radiali di tali stati sono:

$$R_{1,0}(r) = \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}, \quad R_{2,0}(r) = \frac{2}{(2a_0)^{3/2}} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-r/2a_0},$$

$$R_{2,1}(r) = \frac{1}{\sqrt{3}(2a_0)^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0},$$

e che si ha:

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!.$$

- (c) Queste probabilità dipendono dal tempo? Motivare la risposta.
2. Una particella η di massa $m=548 \text{ MeV}/c^2$ decade in una coppia di fotoni. Calcolare l'angolo minimo di apertura dei due fotoni nel sistema di riferimento in cui la particella ha un impulso $p=5 \text{ GeV}/c$.
 3. Una stazione trasmittente A emette nel vuoto onde elettromagnetiche di lunghezza d'onda pari a 300 m che interferiscono con un segnale proveniente da una seconda stazione B vicina e in quiete rispetto ad A che emette onde di uguale ampiezza e lunghezza d'onda di poco maggiore. A grande distanza dalle sorgenti il segnale prodotto dall'interferenza risulta modulato da un battimento che ha frequenza pari a 15 kHz. Determinare:
 - (a) la frequenza del segnale emesso dalla stazione B ;
 - (b) la minima velocità con la quale dovrebbe muoversi la sorgente B rispetto ad A affinché il battimento abbia una frequenza inferiore del 2% rispetto al caso precedente.
 4. Un anello toroidale è ottenuto piegando circolarmente una sbarra di diametro $d=1 \text{ cm}$ e lunghezza $L=1 \text{ m}$. Su di esso sono avvolte $n=10$ spire per cm di filo conduttore. Assumendo la permeabilità magnetica della sbarra uguale a quella del vuoto ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N}\cdot\text{A}^{-2}$), trascurando lo spessore delle spire ed assumendo il campo magnetico uniforme nella sbarra, calcolare:
 - (a) il campo magnetico dentro la sbarra quando nelle spire circola una corrente di 20 A;
 - (b) l'energia magnetica quando circola la corrente del caso (a);

- (c) il tempo necessario e l'energia elettrica spesa da una batteria con f.e.m. $\mathcal{E}=40$ V per stabilire nella bobina una corrente di 10 A, se il filo delle spire ha una resistività $\rho=0.055 \Omega \cdot \text{m}^{-1}$.
5. Un esperimento misura la vita media di uno stato instabile effettuando n misure ripetute del suo tempo di decadimento: (t_1, \dots, t_n) .
- (a) Determinare, utilizzando il metodo della massima verosimiglianza, la stima della vita media dello stato ed il suo errore date le n misure.
- (b) Se le misure effettuate sono (in μs): 7.99, 1.81, 8.13, 2.23, 2.98, 4.09, dire se la stima della vita media è compatibile con una previsione teorica pari a $\tau = 3.5 \mu\text{s}$.

Compito n. 3

N.B. Il candidato deve svolgere, a sua scelta, SOLO UNO dei tre temi proposti ed UN MASSIMO di TRE ESERCIZI tra quelli sotto riportati. Il tema NON dovrà superare le TRE facciate di foglio protocollo.

TEMI

1. Il candidato illustri il concetto di spin di una particella in meccanica quantistica discutendone maggiormente in dettaglio uno o più aspetti teorici e metodi di misura.
2. Il candidato descriva sinteticamente lo spettro delle onde elettromagnetiche e discuta più in dettaglio una regione dello spettro a scelta descrivendone possibili sorgenti, modalità di rivelazione e applicazioni.
3. Il fenomeno della risonanza è presente in sistemi fisici molto diversi. Il candidato ne discuta alcuni esempi mostrandone le caratteristiche comuni.

ESERCIZI

1. Un oscillatore armonico unidimensionale di pulsazione ω è soggetto alla perturbazione:

$$V = \hbar\Omega(a^2 + a^{\dagger 2}),$$

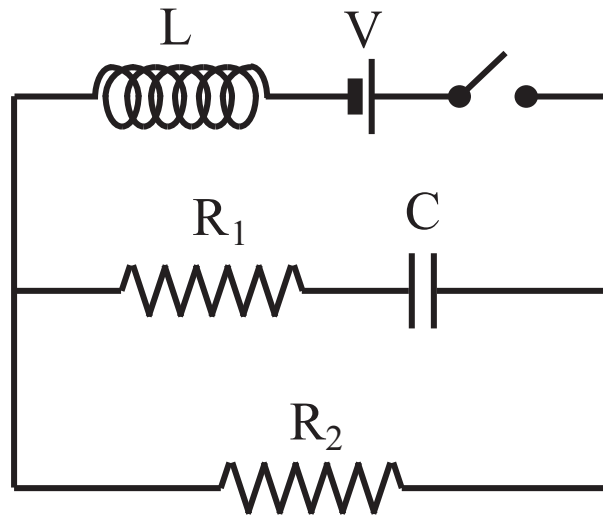
dove a è l'operatore di distruzione. Calcolare al più basso ordine perturbativo non nullo la variazione di energia dello stato $|2\rangle$.

2. Un pione ($m_\pi=140 \text{ MeV}/c^2$) di momento $p=2 \text{ GeV}/c$ nel sistema di laboratorio decade in un muone ($m_\mu=105 \text{ MeV}/c^2$) ed un neutrino.
 - (a) Calcolare il momento del muone nel sistema del centro di massa del pione.

- (b) Calcolare l'angolo massimo con il quale può essere emesso il muone rispetto alla direzione del pione nel sistema del laboratorio.
3. Una macchina termica ciclica utilizza soltanto tre termostati alle temperature t_1 , t_2 e t_3 ; le quantità di calore scambiate in ogni ciclo con i primi due sono Q_1 e Q_2 , rispettivamente. Trovare i possibili valori:
- (a) della quantità di calore Q_3 che la macchina scambia in ogni ciclo col terzo termostato
- (b) del lavoro L compiuto in ogni ciclo, e
- (c) del rendimento η .

Si assuma $t_1 = +100^\circ\text{C}$, $t_2 = +20^\circ\text{C}$, e $t_3 = -30^\circ\text{C}$, $Q_1 = +55$ cal e $Q_2 = -7$ cal.

4. Si consideri il circuito nella figura seguente in cui è $V=100$ V, $L=3$ H, $R_1=1\text{k}\Omega$, $R_2=1\text{k}\Omega$ e $C=10^{-4}$ F.



All'istante $t = 0$ l'interruttore viene chiuso. Calcolare la corrente in funzione del tempo, $i(t)$, erogata dal generatore. Riportare in un grafico qualitativamente l'andamento della corrente $i(t)$ in funzione del tempo.

5. Un rivelatore è capace di identificare particelle di tipo A da particelle di tipo B dando un segnale positivo quando la particella viene identificata come di tipo A . Al passaggio di particelle di tipo A il rivelatore ha una probabilità di dare un segnale positivo pari al 95%, mentre al passaggio

di una particella di tipo B può dare comunque un segnale falso positivo con una probabilità del 6%.

- (a) Calcolare la probabilità che una particella che produce un segnale positivo sia realmente di tipo A se proveniente da un campione con un numero casuale di particelle con un numero atteso $n_A=500$ di particelle di tipo A ed un numero atteso $n_B=9500$ di particelle di tipo B .
- (b) Calcolare la probabilità che, se due particelle scelte casualmente dal campione precedente danno una risposta positiva, entrambe siano realmente di tipo A , oppure che almeno una sia di tipo A .