Esame di ammissione al dottorato di ricerca in fisica fondamentale ed applicata, XXVI Ciclo - 21 Febbraio 2011

COMPITO 3

N.B. Il candidato deve svolgere, a sua scelta, SOLO UNO dei tre temi proposti ed UN MASSIMO di TRE ESERCIZI tra quelli sotto riportati. Il tema NON dovrà superare le TRE facciate di foglio protocollo.

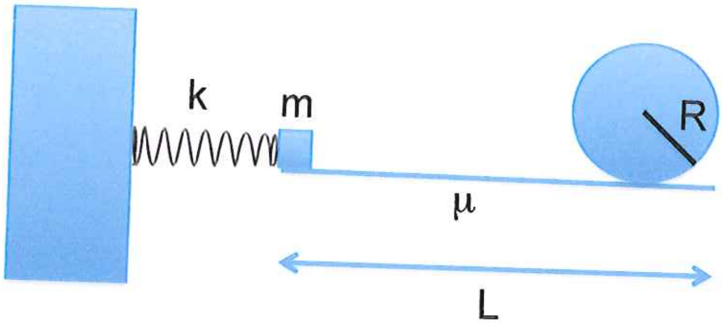
TEMI

1. Esempi ed applicazioni di leggi di conservazione in fisica.
2. Si discutano due esperimenti che hanno segnato un punto di svolta nella fisica, inserendoli nel contesto scientifico dell'epoca, descrivendone brevemente l'apparato e/o le tecniche sperimentali utilizzate ed illustrandone i risultati e le loro implicazioni.
3. Moto di particelle cariche in campo magnetico: descrizione classica e quantistica.

ESERCIZI

1. Un corpo di massa $m = 5.0$ kg viene accelerato su un piano orizzontale (caratterizzato da un coefficiente di attrito $\mu = 0.2$) per mezzo di una molla di massa trascurabile con costante elastica $k = 5000$ N/m. Dopo aver percorso una distanza $L = 1.0$ m imbocca una guida circolare senza attrito di raggio $R = 2.0$ m eseguendo un "giro della morte" (vedi Figura). Calcolare:
   (a) la velocità minima di entrata nella guida circolare v_1 necessaria affinchè il corpo percorra il giro della morte senza staccarsi dalla guida nella parte superiore;
   (b) assumendo che il corpo entri nella guida a velocità v_1, la sua velocità v_0 al momento del distacco dalla molla;
   (c) la compressione iniziale della molla necessaria per far partire il corpo con velocità v_0.

2. $N = 0.05$ moli di un gas perfetto monoatomico sono racchiuse in un cilindro a pareti perfettamente adiabatiche. Inizialmente il volume del cilindro è $V_i = 5 \cdot 10^3\, cm^3$ e la temperatura $t = 2\,°C$. Il gas viene compresso sino al volume $V_f = 1/5\, V_i$.
   (a) Calcolare la pressione iniziale e finale del gas;



Successivamente le pareti adiabatiche vengono rimosse e, a volume costante, il gas è posto in contatto con una quantità $M = 500\,gr$ di ghiaccio a temperatura $t = -4\,°C$. Il sistema complessivo cilindro con gas + ghiaccio è isolato termicamente dal resto dell'universo.

(b) Calcolare la quantità di ghiaccio che si fonde e la temperatura finale.

(Calore specifico del ghiaccio $C_g = 0.5\,cal/gr°K$, Calore latente di fusione del ghiacco $\lambda = 79.4\,cal/gr$, Costante universale dei gas $R = 8.314570\,J/(mol°K)$)

3. Una particella di massa m nel piano (x, y) è sottoposta al potenziale

$$\begin{aligned} V(x,y) &= V(x) + V(y) \\ V(x) &= \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \\ V(y) &= 0 \quad |y| < L \\ V(y) &= \infty \quad |y| > L \end{aligned}$$

Si consideri la funzione

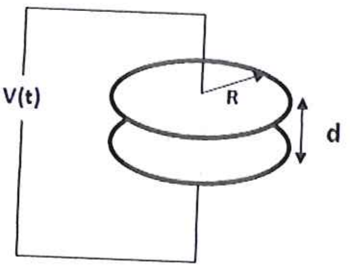
$$\psi(x, y, t = 0) = N\, e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(x-\lambda)^2} \sin \pi K y$$

con α, λ, K e N costanti reali.

(a) Sotto quali condizioni per le costanti la funzione può essere considerata autofunzione della hamiltoniana della particella al tempo $t = 0$? Quale è l'autovalore corrispondente?

(b) Per la funzione d'onda calcolata in (a) determinare in funzione del tempo il punto nel piano (x, y) in cui la probabilià di trovare la particella è massima.

4. Si consideri un condensatore con armature circolari di raggio R e distanti d tali che $R \gg d$. Alle armature è applicata una differenza di potenziale $V(t) = V_0 \sin(\omega t)$ con ω tale che la lunghezza d'onda dei campi all'interno del condensatore soddisfa la condizione $\lambda \gg R$.



(a) Calcolare i campi elettrico e magnetico.

(b) Calcolare l'energia totale.

(c) Per l'energia totale mediata su un periodo discutere le conseguenze della condizione $\lambda \gg R$.

5. In un esperimento di conteggi di particelle alfa in un processo di decadimento radioattivo, si registra il numero di conteggi osservati per ciascuno di N (=2608) intervalli temporali di durata T = 7.5 s ciascuno. La tabella seguente mostra la frequenza assoluta f_k di osservazione di esattamente k conteggi, come registrato in un esperimento reale, per un totale di M = 10094 conteggi.

k	f_k	C
0	57	C_0=................
1	203	C_1=................
2	383	C_2=................
≥3	1965	
	$N=\Sigma f_k=2608$ $M=\Sigma k f_k=10094$	

Applicando la statistica di Poisson:

$$P(k;\lambda) = \frac{\lambda^k}{k!}\exp^{-\lambda}$$

calcolare il numero atteso di conteggi C per k = 0, 1, 2.