

Esame di Ammissione al Dottorato in Fisica Fondamentale e Applicata
XXVIII Ciclo – 25 Marzo 2013

Prova n.1

Istruzioni per lo svolgimento della prova:

- il candidato svolga uno dei due temi proposti. La lunghezza dell'elaborato non dovrà eccedere il limite di TRE facciate di foglio protocollo.
- Il candidato risolva un massimo di DUE problemi, a scelta tra quelli proposti.

Temi

1. Particelle identiche in Meccanica Quantistica: illustrare le conseguenze sperimentali dell'indistinguibilità.
2. Discutere i fondamenti e le proprietà delle stime sperimentali. Illustrare un metodo per estrarre le stime dai dati sperimentali.

Esercizi

1. Sia

$$R = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 9 \end{vmatrix} \text{ una variabile dinamica e } |\Psi\rangle = \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix} \text{ un vettore di stato arbitrario con } |a|^2 + |b|^2 = 1$$

calcolare direttamente $\langle \Psi | R^2 | \Psi \rangle$.

Trovare gli autovettori e gli autostati di R

$$R |r_i\rangle = r_i |r_i\rangle$$

espandere $|\Psi\rangle$ nella base $|r_1\rangle, |r_2\rangle$ e calcolare $\langle R^2 \rangle$.

Rappresentare una matrice $\begin{vmatrix} A & C \\ C^* & B \end{vmatrix}$ usando le matrici di Pauli $\frac{1}{2}(\mathbf{1} \pm \sigma_z), \sigma_x, \sigma_y$.

Scrivere R in termini di $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ e calcolare $\langle R^2 \rangle$ nella base degli autostati di σ_z .

2. Sia data una guida semicircolare di raggio R_1 su cui si innesta una seconda guida circolare di raggio $R_2 < R_1$ (fig. 1). Un punto materiale P di massa m è rilasciato da A con velocità nulla e scivola lungo la guida senza attrito. Si calcoli

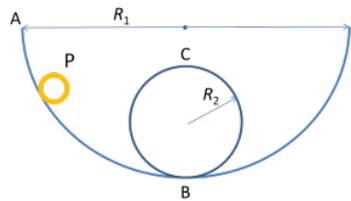
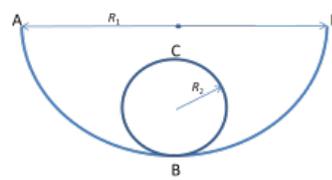
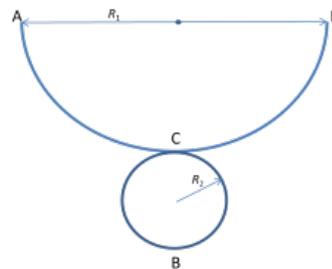


Figura 1



Caso A

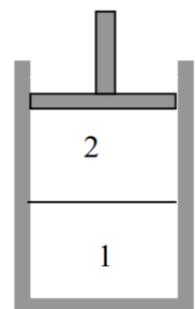


Caso B

Figura 2

- il valore della reazione al passaggio in B;
- il massimo rapporto R_2/R_1 per cui il punto P compie il giro completo della circonferenza minore riuscendo così ad arrivare in D;
- il periodo delle oscillazioni di P attorno a B in funzione di R_2/R_1 .
- Discuta poi lo stesso problema nel caso in cui il corpo non sia un punto materiale ma un disco uniforme di raggio $R_3 < R_2$ e massa m che rotola senza strisciare.

3. Un cilindro è diviso in due sezioni da un setto. La posizione iniziale del pistone (vedi figura) è fissata in modo tale da rendere uguale il volume delle due sezioni. Cilindro, pistone e setto sono realizzati con materiali isolanti. Il volume V_1 è di 0,7 l e contiene 0,7 moli di gas monoatomico alla temperatura di 27 °C. Nel volume V_2 è praticato il vuoto. Il setto viene quindi rimosso. Si calcoli:



- Lo stato del gas (P,V,T)
- La variazione di entropia del gas

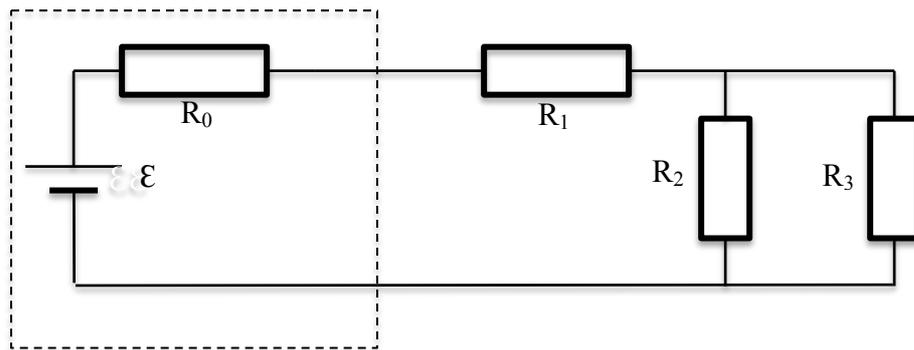
Il gas viene successivamente compresso in modo reversibile fino ad occupare nuovamente il volume iniziale V_1 . Si calcoli:

- Il lavoro svolto dal gas.

[dati numerici: $R=8,31 \text{ J/(m K)}$]

4. Sia dato un ciclotrone di raggio R e campo d'induzione magnetica B perpendicolare al piano dell'orbita della particella da accelerare. Nell'ipotesi che si possano trascurare gli effetti relativistici calcolare:
- la massima energia cinetica T_{\max} in uscita dal ciclotrone per una particella di massa m e carica q .
 - Quanto vale T_{\max} per un protone. In tal caso è valida l'approssimazione non relativistica? Esprimere i risultati in unità del SI, in eV o suoi multipli.
- [dati numerici: $R=0,5$ m; $B=1$ T; $m_p \approx 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg; $q \approx 1,60 \cdot 10^{-19}$ C]

5. Sia dato il circuito in figura in cui l'alimentatore è schematizzato mediante un generatore di f.e.m. \mathcal{E} e un resistore in serie R_0 , e siano R_1 , R_2 e R_3 tre resistori esterni.



- Sotto quali condizioni l'alimentatore può essere assimilato a un generatore di tensione oppure di corrente?
- Per quale intervallo di valori di R_0 l'alimentatore può essere approssimato ad un generatore di tensione o di corrente con un'accuratezza relativa $\Delta V/V \leq 0,01$ oppure $\Delta I/I \leq 0,02$, rispettivamente?

[dati numerici: $\mathcal{E} = 48$ V, $R_1 = R_2 = R_3 = 12$ Ω]