

|  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| <b>Insegnamento: GEOMETRIA/ GEOMETRY</b>   |                                     |
| <b>Settore Scientifico - Disciplinare:</b> MAT/03  | <b>CFU:</b> 9                       |
| <b>Tipologia attività formativa:</b><br>Affine   | <b>Durata del corso:</b> semestrale |
| <b>Obiettivi formativi e risultati dell'apprendimento attesi:</b><br>Il corso intende introdurre e formalizzare i concetti fondamentali dell'algebra lineare e della geometria affine ed euclidea: matrici, sistemi lineari, spazi vettoriali, teoria spettrale, rette nel piano e nello spazio, piani nello spazio, coniche. Al termine del corso lo studente sarà in grado di applicare i concetti e i metodi acquisiti per lo studio delle successive discipline.   |                                     |
| <b>Programma sintetico:</b><br>Definizione e proprietà di spazi vettoriali su di un campo $K$ . Definizione di applicazione lineare, esempi e proprietà fondamentali. Nucleo e immagine di un'applicazione lineare e relazione tra le relative dimensioni. Isomorfismi. Algebra delle matrici quadrate su $K$ e suo isomorfismo con l'algebra degli endomorfismi di $V_n(K)$ . Gruppo lineare generale $GL(n, K)$ e suo isomorfismo con $Aut(V_n)$ . Il gruppo ortogonale $O(n, R)$ . Autovettori, autovalori, autospazi e polinomio caratteristico di un endomorfismo e loro proprietà. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore e loro relazione. Matrici simili e loro proprietà. Endomorfismi e matrici diagonalizzabili e loro caratterizzazione. Spazi vettoriali euclidei. Prodotto scalare standard tra vettori geometrici. Prodotto scalare standard in $R^n$ . Cenno al prodotto hermitiano standard in $C^n$ . Diagonalizzazione ortogonale di endomorfismi e matrici. Endomorfismi simmetrici; proprietà delle matrici simmetriche reali. Il teorema spettrale. Geometria analitica nel piano e nello spazio. Riferimenti cartesiani ortogonali monometrici. Rappresentazione analitica di rette e piani. Numeri direttori di una retta. Fasci di piani. Condizioni analitiche di parallelismo e di ortogonalità (nel piano e nello spazio) tra rette, piani e rette e piani. Distanza tra insiemi nel piano e nello spazio. Coniche nel piano proiettivo complesso. Polarità associata a una conica non degenera. Coniche reali. Classificazione affine delle coniche reali non degeneri. |                                     |
| <b>Contents:</b><br>Definitions and properties of vector spaces on a field $K$ . Definition of linear transformation, examples and fundamental properties. Kernel and Image of a linear transformation, relationship between their dimensions. Isomorphism. Square matrix algebra on a field $K$ and isomorphism with the algebra of the endomorphism $V_n(K)$ . General linear group $GL(n, K)$ and isomorphism with $Aut(V_n)$ . The orthogonal group $O(n, R)$ . Eigenvectors, eigenvalues, eigenspaces and characteristic polynomial of an endomorphism. Algebraic and geometrical multiplicities of an eigenvalue and their relation. Similar matrices and their properties. Endomorphisms and diagonalizable matrices and their characterization. Euclidean vector spaces. Scalar product between geometrical vectors. Standard scalar product in $R^n$ . Standard hermitian product in $C^n$ . Orthogonal diagonalization of endomorphism and matrices. Symmetrical endomorphisms: properties of the real symmetrical matrices. The spectral theorem. Analytical geometry in plan and space. Monometric orthogonal cartesian reference systems. Analytical representation of lines and planes. Direction cosines of a line. Sheaf of planes. Analytical conditions for parallelism and orthogonality (in plane and space) between lines, planes, lines and planes. Distance between sets in the plane and in the space. Conic in the complex projective space. Polarity associated to a non-degenerate conic. Real conics. Similar classification of the non-degenerate real conics.                        |                                     |
| <b>Esami propedeutici:</b>   |                                     |
| <b>Prerequisiti:</b><br>- conoscenze di aspetti elementari della matematica (algebra, trigonometria, logaritmi, geometria, funzioni elementari);   |                                     |
| <b>Modalità di accertamento del profitto: Esame scritto e orale.</b>   |                                     |