

Università degli Studi di Napoli “Federico II”

Scuola Politecnica e delle Scienze di Base
Area Didattica di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Dipartimento di Fisica “Ettore Pancini”



Laurea triennale in Fisica

**EQUAZIONE
DI
ADAMS-WILLIAMSON**

Relatori:
Prof. Guido Russo

Candidato:
Vincenzo Laretta
N85/822

A.A. 2018/2019

Indice

Introduzione	2
1 Equazione di Adams-Williamson	4
1.1 Determinazione equazione.....	4
1.2 Il PREM	7
2 Determinazione della densità	13
2.1 Ordine uno	13
2.2 Ordine due.	17
2.3 Risultati	20
Conclusioni	23
Bibliografia	25

Introduzione

Siamo abituati a considerare i terremoti come avvenimenti negativi, soprattutto per gli effetti a volte disastrosi che essi comportano.

In realtà questi eventi rappresentano anche uno strumento utile per capire meglio com'è fatta la terra.

Molto importanti sono le informazioni che si ricavano dallo studio delle onde sismiche. Queste infatti modificano la loro velocità in base alle proprietà meccaniche (densità, modulo di Young , ecc.) del mezzo che attraversano, possono essere riflesse, rifratte e attraversare la Terra più volte, rappresentando uno dei metodi indiretti per indagare la struttura di strati così profondi da non poter essere analizzati con metodi diretti.

Essendo quindi l'unico mezzo di indagine a scala globale¹, è naturale cercare di ricavare il numero maggiore di informazioni dall'analisi delle onde sismiche. In questo senso l'equazione di Adams-Williamson rappresenta il modo in cui è possibile ricavare informazioni sulla densità della Terra.

¹ Recentemente sono stati pubblicati i risultati di analisi di neutrini prodotti dall'interazione tra i raggi cosmici e l'atmosfera. Si veda Donini et al. (2019)

In questo lavoro di tesi è presentata un semplice esempio dell'applicazione dell'equazione di Adams-Williamson ad un modello di velocità reale della Terra.

Nel primo capitolo è discussa la derivazione dell'equazione insieme alle ipotesi su cui si basa e ai modelli di velocità utilizzati.

Nel secondo capitolo è presentata la tecnica di determinazione della densità e la sua applicazione.

seguono, in fine, le conclusioni.

Capitolo 1

Equazione di Adams-Williamson

1.1 Determinazione equazione:

Adams e Williamson (1923) proposero un metodo per determinare la compressibilità delle rocce ad alta pressione. Questo metodo può essere usato per determinare la densità all'interno della Terra.

Il metodo si basa sull'ipotesi che le proprietà meccaniche della Terra varino solo in funzione della profondità, cioè del raggio, e che la Terra sia in equilibrio idrostatico. In questa ipotesi la pressione varia secondo la legge di Stevino:

$$\frac{dP}{dr} = -\rho g$$

dove ρ è la densità. La compressibilità delle rocce è misurata dal modulo di compressibilità K , che rappresenta la resistenza di una roccia a cambiare il suo volume in risposta ad una variazione di pressione ed è definito dalla relazione (*Lowrie, Fundamentals of Geophysics, 2007*)

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{K}\Delta P$$

che, nel limite di piccole variazioni di pressione, diventa

$$\frac{dV}{V} = -\frac{1}{K}dP \Rightarrow K = -V \frac{dP}{dV}$$

Dalla definizione di densità, per un elemento di massa m possiamo scrivere

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow dV = -\frac{m}{\rho^2}d\rho$$

che sostituita nella relazione precedente fornisce

$$K = -\frac{m}{\rho} \frac{dP}{-\frac{m}{\rho^2}d\rho} \Rightarrow \frac{K}{\rho} = \frac{dP}{d\rho}$$

In generale abbiamo che $\rho = \rho(P, T)$. All'interno della Terra si crea una distribuzione di densità e di temperatura all'equilibrio

dovuta alla compressione. La relazione precedente vale se la temperatura non varia. Del resto, anche la definizione di modulo di compressibilità riportata vale se la temperatura non varia. Infatti, se la temperatura variasse si avrebbe una variazione di volume di cui la definizione non tiene conto. Abbiamo :

$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{dP}{dr} \frac{dr}{d\rho}$$

e

$$\frac{K}{\rho} = -\rho g \frac{dr}{d\rho}$$

Questa relazione consente in linea di principio di conoscere la densità in funzione del raggio se si conosce K . Mettiamoci nell'ipotesi di conoscere le velocità delle onde sismiche P e S all'interno della Terra. Come vedremo nel prossimo paragrafo, questa è una informazione che possediamo grazie all'analisi dei tempi di arrivo delle diverse fasi sismiche generate da un terremoto a ricevitori posti sulla superficie terrestre. Sappiamo che (*Lowrie, 2007*) :

$$v_P^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}$$

$$v_S^2 = \frac{\mu}{\rho}$$

dove λ e μ sono le costanti di Lamé che rappresentano il comportamento elastico del mezzo in ipotesi di isotropia. Sempre dalla teoria dell'elasticità sappiamo che (Lowrie, 2007)

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu \Rightarrow \lambda = K - \frac{2}{3}\mu$$

Introduciamo il fattore sismico Φ definito come

$$\Phi = v_p^2 - \frac{4}{3}v_s^2 = \frac{K - \frac{2}{3}\mu + 2\mu}{\rho} - \frac{4\mu}{3\rho} = \frac{K}{\rho}$$

Quindi

$$\frac{d\rho}{dr} = -\frac{\rho g}{\Phi}$$

Questa è l'equazione di Adams-Williamson. Essa non vale nel nucleo esterno, perché questo è fluido, quindi non ha una reologia elastica, ipotesi su cui si basa la derivazione dell'equazione.

1.2 II PREM

La validità dell'equazione di Adams-Williamson si basa su alcune ipotesi che devono essere discusse.

Un punto chiave è l'ipotesi che all'interno della Terra le proprietà meccaniche varino solo col raggio e che siano note. In

via del tutto generale, un'ipotesi simile non è irragionevole. Visto il carattere centrale della forza gravitazionale, è lecito aspettarsi una stratificazione a sfere concentriche. Naturalmente la situazione reale può essere più complessa, ma mi aspetto di poterla descrivere come variazioni intorno ad un modello di riferimento puramente radiale.

Il modello di riferimento è detto P.R.E.M. (*Preliminary Reference Earth Model*, Dziewonski e Anderson, 1981). Gli autori hanno analizzato più di 1700000 tempi di arrivo di fasi *P* e *S* registrati in 12 anni di attività sismica dalla rete mondiale mantenuta dall'USGS (**fig. 1**). Questi dati sono stati integrati con 1000 dati relativi ai modi normali di oscillazione della Terra e altri dati di natura geodetica. Un modello che tiene conto delle discontinuità presenti nella Terra e che parametrizza le diverse quantità tra una discontinuità e l'altra tramite polinomi di basso ordine (mai superiore a 3) è stato adattato a questi dati. Si noti che il PREM, includendo nell'inversione dati di modi normali di oscillazione, fornisce, oltre ad un modello delle velocità sismiche, anche un modello di densità. Naturalmente l'adattamento non è perfetto, perché la Terra non ha esattamente questa struttura, tuttavia le deviazioni sono dell'ordine del 2-3% al massimo. In particolare, l'eterogeneità è massima nelle prime decine di chilometri in prossimità della superficie, perché questa zona è interessata sia da processi geologici a piccola scala, sia da fenomeni tettonici a scala più grande che la rendono più disomogenea rispetto all'interno della Terra. Questa situazione è mostrata in figura 2, in cui è mostrato il risultato di un'inversione tomografica globale fatta usando sempre tempi di arrivo di fasi *P* (circa 2800000), ma consentendo variazioni laterali. Il risultato è espresso in termini di variazioni rispetto al PREM.

Il termine preliminary non deve trarre in inganno. Quando il modello fu prodotto per la prima volta, esso era effettivamente preliminare perché gli autori immaginavano che i loro risultati potessero essere migliorati col tempo. Storicamente, i modelli prodotti in seguito hanno adottato il nome del primo modello. Poiché però i modelli successivi hanno usato quantità di dati sempre crescenti, tutti sono preliminari, perché sempre migliorabili, anche se le differenze tra modello e modello sono via via sempre più sottili, ferma restando la loro incapacità di fittare esattamente i dati perché monodimensionali.

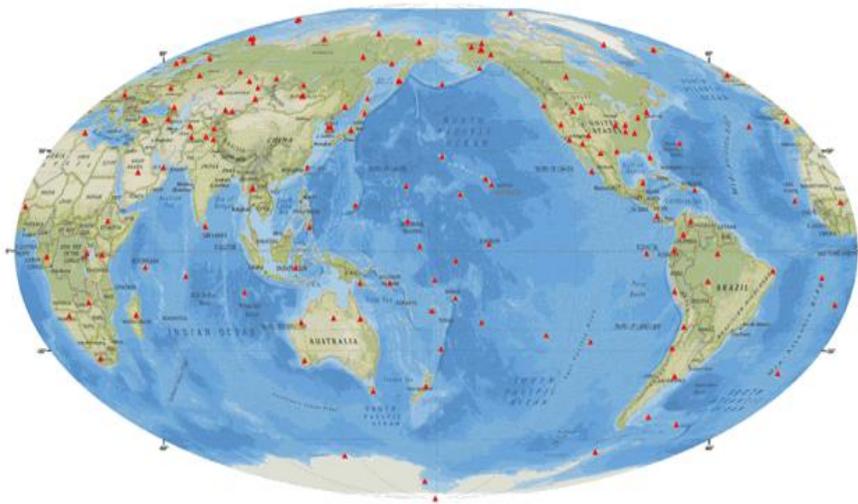


Figura 1: La rete GSN (Global Seismographic Network) mantenuta dal USGS (United States Geological Service) come appariva nel 2015.

Un'altra ipotesi fatta è che la Terra sia in equilibrio idrostatico. Questo ha consentito di applicare la legge di Stevino. In linea di principio questa ipotesi è falsa. Infatti, la parte esterna del pianeta si muove in risposta a movimenti convettivi che avvengono nel mantello. La situazione quindi può essere considerata stazionaria, ma non è di equilibrio. Tuttavia, la velocità di tali movimenti è dell'ordine del centimetro per anno.

Le quantità presenti nel modello (tranne l'accelerazione di gravità) sono stimate dalle onde sismiche, che hanno velocità dell'ordine dei chilometri al secondo. In altri termini, nel tempo in cui le onde sismiche attraversano il pianeta più e più volte, l'interno può essere considerato fermo, quindi in equilibrio.

Infine, sono state trascurate le variazioni di temperatura. Come è stato già osservato, la temperatura nell'interno della Terra non è uniforme, ma è stazionaria. Le variazioni che non vengono considerate sono quelle intorno a questa temperatura stazionaria.

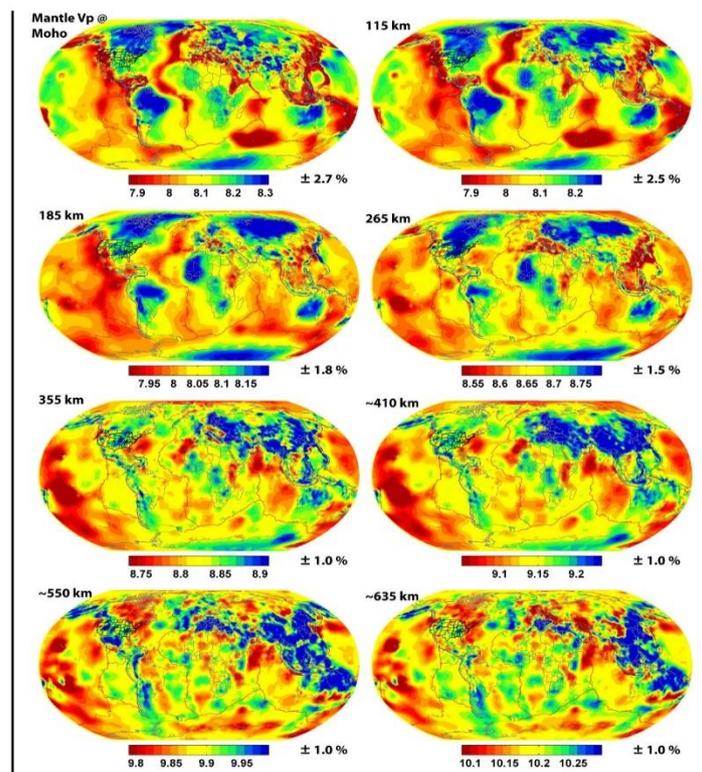


Figura 2 : Velocità P nel mantello superiore (da Simmons et al., 2012).

Le velocità sono espresse in $\frac{Km}{s}$ e come variazioni rispetto al PREM.

In realtà, a causa della non perfetta elasticità della Terra il passaggio delle onde sismiche comporta sempre una cessione di

una piccola quantità di energia al mezzo. Tuttavia, le rocce hanno una diffusività termica molto bassa. A temperatura e pressione ambiente Fuchs et al. (2015) hanno misurato per i principali tipi di roccia una diffusività termica dell'ordine di $10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$. A temperature più alte ci si aspetta una diminuzione di questi valori (Miao et al., 2013). Quindi la scala di tempo su cui il passaggio dell'onda sismica eventualmente provoca una variazione di temperatura è molto superiore al tempo di passaggio stesso. Le quantità determinate dalle attraverso le onde sismiche possono essere considerate tranquillamente isoterme.

In **figura 3** è mostrato il PREM usato in questo lavoro di tesi. I valori sono basati sulla forma tabulare del modello reperibile sul sito IRIS (*Incorporated Research Institutions for Seismology*) alla pagina <https://ds.iris.edu/ds/products/emc-prem/>.

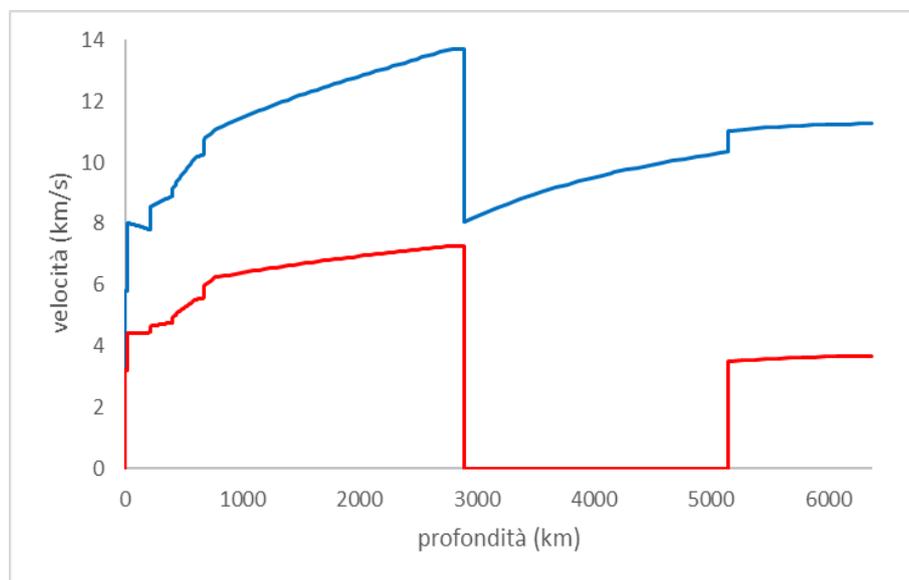


Figura 3 Il PREM. In blu la velocità delle onde P , in rosso quella delle S . Sono particolarmente evidenti la discontinuità a 690 km di profondità che separa il mantello superiore da quello inferiore e la discontinuità nucleo-mantello a circa 2800 km di profondità.

Dal momento che i dati reperiti sono in forma tabulare (valori di velocità e densità per un raggio assegnato), per semplicità di implementazione si è supposto che il modello fosse discontinuo a gusci sferici omogenei.

Capitolo 2

Determinazione della densità

Si vuole ora mostrare come è possibile usare l'equazione di Adams-Williamson per determinare la densità all'interno della Terra.

2.1 Ordine uno

Al primo ordine è possibile approssimare la derivata di ρ nel modo seguente:

$$\begin{aligned}\rho(r - \Delta r) &= \rho(r) - \left. \frac{d\rho}{dr} \right|_r \Delta r + O[(\Delta r)^2] \Rightarrow \\ \left. \frac{d\rho}{dr} \right|_r &= \frac{\rho(r) - \rho(r - \Delta r)}{\Delta r} + O[\Delta r]\end{aligned}$$

L'equazione di Adams-Williamson diventa perciò:

$$\frac{\rho(r) - \rho(r - \Delta r)}{\Delta r} = - \frac{\rho(r)g(r)}{\Phi(r)} \Rightarrow$$

$$\rho(r - \Delta r) = \rho(r) \left(1 + \frac{g(r)}{\Phi(r)} \Delta r \right)$$

Attraverso questa relazione è possibile ricavare i valori della densità man mano che si scende dalla superficie al nucleo, a patto di fornire un valore iniziale per densità e gravità. Poiché tra due valori successivi del raggio le velocità e la densità sono considerate costanti, si otterrà un modello a scalini discontinuo.

È necessario però conoscere come varia la distribuzione della massa con il raggio r e quindi come varia l'accelerazione gravitazionale all'interno della terra.

Nel passare da r a $r - \Delta r$ l'accelerazione di gravità diminuisce del contributo del guscio sferico compreso tra $r - \Delta r$ e r .

Data la simmetria sferica assunta per la distribuzione di densità, per il teorema di Gauss si ha:

$$g(r) = G \frac{M_0^{r-\Delta r} + M_{r-\Delta r}^r}{r^2}$$

e

$$g(r - \Delta r) = G \frac{M_0^{r-\Delta r}}{(r - \Delta r)^2}$$

dove è stato indicato con $M_{r_1}^{r_2}$ la massa contenuta nel guscio sferico di raggio interno r_1 e raggio esterno r_2 . Si ottiene quindi:

$$g(r) = g(r - \Delta r) \frac{(r - \Delta r)^2}{r^2} + G \frac{M_{r-\Delta r}^r}{r^2} \Rightarrow$$

$$g(r - \Delta r) = g(r) \frac{r^2}{(r - \Delta r)^2} - G \frac{M_{r-\Delta r}^r}{(r - \Delta r)^2}$$

che, grazie all'omogeneità degli strati, può essere immediatamente scritta come

$$g(r - \Delta r) = g(r) \frac{r^2}{(r - \Delta r)^2} - \frac{4}{3} \pi G \rho(r) \frac{r^3 - (r - \Delta r)^3}{(r - \Delta r)^2}$$

Con questa relazione è possibile aggiornare il valore dell'accelerazione di gravità e iterare il procedimento.

L'iterazione va ripetuta fino a quando non si incontra una discontinuità che segna il passaggio da una regione all'altra all'interno della Terra (per esempio, la transizione mantello superiore-mantello inferiore). Per poter procedere bisogna inizializzare nuovamente la densità lasciando inalterato il valore di gravità. Per inizializzare la densità si è aumentato il valore di densità trovato alla base dello strato di una quantità $\Delta\rho$ desunta dal modello di densità fornito dal PREM. In figura 4 è schematicamente riassunto lo schema iterativo usato.

Per quanto riguarda i valori iniziali, il PREM ha in superficie uno strato d'acqua di 3 km di spessore (il mare). Per questo è stato fissato come valore iniziale per la densità $\rho(R) = 1020 \text{ kg m}^3$. Questo valore è rappresentativo dell'acqua con la salinità degli oceani.

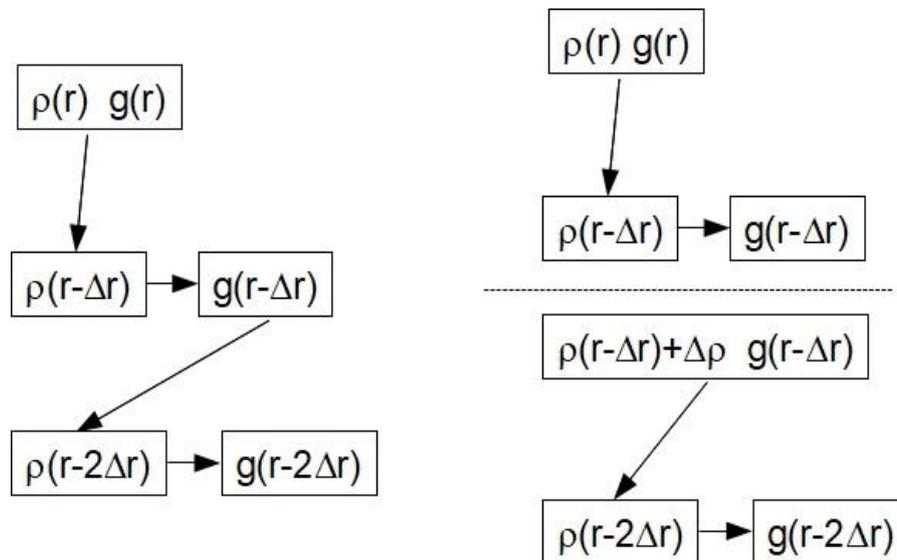


Figura 4 Schema iterativo usato per la risoluzione dell'equazione di Adams-Williamson al primo ordine negli strati (sinistra) e in corrispondenza della discontinuità (destra) nell'ipotesi semplificativa che gli spessori dei gusci siano costanti.

Per quanto riguarda il valore iniziale dell'accelerazione di gravità, osserviamo che, a causa della non perfetta sfericità della Terra, questo varia tra circa 9.78 e 9.83 m s^{-2} . Un valore consistente con l'approssimazione del PREM può essere stimato come segue.

Il raggio della Terra sferica avente ugual volume della Terra reale è pari a $R = 6371000.7900 \text{ m}$, mentre da dati geodetici si ha $GM = 3986005 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$, dove G è la costante di gravitazione universale (Moritz, 1980). Se si considera un'incertezza pari a 1 sull'ultima cifra significativa, si ha

$$g(R) = G \frac{M}{R^2}$$

$$\Delta g(R) = \Delta(GM) \frac{1}{R^2} + 2G \frac{M}{R^3} \Delta R \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta g(R)}{g(R)} = \frac{\Delta(GM)}{GM} + 2 \frac{\Delta R}{R}$$

avendo usato la propagazione degli errori massimi. Dalle relazioni precedenti si ricava $g(R) = 9.820249 \pm 0.000002 \text{ m/s}^2$.

2.2 Ordine due

È possibile scrivere un'approssimazione di ordine due della derivata della densità. Infatti si ha

$$\begin{aligned} \rho(r - \Delta r) = \rho\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right) - \frac{d\rho}{dr}\bigg|_{r-\frac{\Delta r}{2}} \frac{\Delta r}{2} + \frac{1}{2} \frac{d^2\rho}{dr^2}\bigg|_{r-\frac{\Delta r}{2}} \left(\frac{\Delta r}{2}\right)^2 + \\ + O[(\Delta r)^3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho(r) = \rho\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right) + \frac{d\rho}{dr}\bigg|_{r-\frac{\Delta r}{2}} \frac{\Delta r}{2} + \frac{1}{2} \frac{d^2\rho}{dr^2}\bigg|_{r-\frac{\Delta r}{2}} \left(\frac{\Delta r}{2}\right)^2 + \\ + O[(\Delta r)^3] \end{aligned}$$

Sottraendo membro a membro si ottiene:

$$\begin{aligned} 2 \frac{d\rho}{dr}\bigg|_{r-\frac{\Delta r}{2}} \frac{\Delta r}{2} = \rho(r) - \rho(r - \Delta) + O[(\Delta r)^3] \Rightarrow \\ \frac{d\rho}{dr}\bigg|_{r-\frac{\Delta r}{2}} = \frac{\rho(r) - \rho(r - \Delta)}{\Delta r} + O[(\Delta r)^2] \end{aligned}$$

L'equazione di Adams-Williamson si scrive allora:

$$\frac{\rho(r) - \rho(r - \Delta r)}{\Delta r} = - \frac{\rho\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right) g\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right)}{\Phi\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right)} \Rightarrow$$

$$\rho(r - \Delta r) = \rho(r) \left(1 + \frac{g\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right)}{\Phi(r)} \Delta r \right)$$

L'ultimo passaggio segue dall'omogeneità dello strato. Rispetto al caso precedente, l'accelerazione di gravità è calcolata nel punto medio del guscio considerato.

Anche in questo caso, da una stima iniziale della densità e dell'accelerazione di gravità si calcola la densità nel punto successivo. Questo valore di densità è usato per aggiornare l'accelerazione di gravità. Lo schema iterativo è mostrato in **figura 5**. Il trattamento della discontinuità per quanto riguarda la densità è identico al caso precedente. Più complesso è il trattamento dell'accelerazione di gravità. Innanzi tutto è necessario avere una stima dell'accelerazione di gravità nel punto medio del primo guscio. Ragionando in modo analogo a quanto fatto nel paragrafo precedente si trova:

$$g\left(R - \frac{\Delta r}{2}\right) = g(R) \frac{R^2}{\left(R - \frac{\Delta r}{2}\right)^2} - \frac{4}{3} \pi G \rho(R) \frac{R^3 - \left(R - \frac{\Delta r}{2}\right)^3}{\left(R - \frac{\Delta r}{2}\right)^2}$$

Bisogna poi trovare la relazione per aggiornare la gravità nel passaggio da un guscio ad un altro.

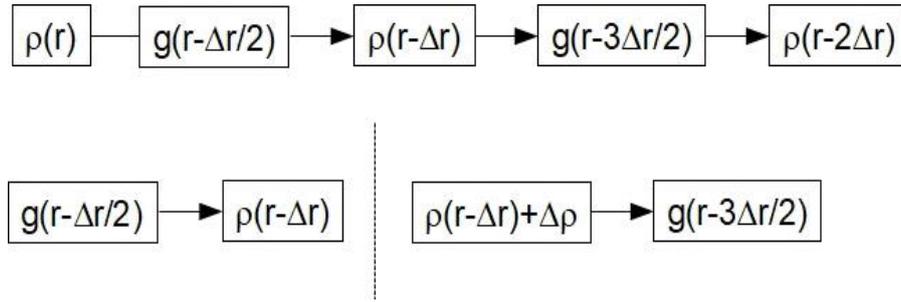


Figura 5 Schema iterativo usato per la risoluzione dell'equazione di Adams-Williamson al secondo ordine negli strati (sopra) e in corrispondenza della discontinuità (sotto) nell'ipotesi semplificativa che gli spessori dei gusci siano costanti.

Si trova:

$$g\left(r - \frac{3}{2}\Delta r\right) = g\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right) \frac{\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right)^2}{\left(r - \frac{3}{2}\Delta r\right)^2} - \frac{4}{3}\pi G \left\{ \rho(r) \left[\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right)^3 - (r - \Delta r)^3 \right] + \rho' \left[(r - \Delta r)^3 - \left(r - \frac{3}{2}\Delta r\right)^3 \right] \right\} \frac{1}{\left(r - \frac{3}{2}\Delta r\right)^2}$$

dove

$$\rho' = \begin{cases} \rho(r - \Delta r) & \text{senza discontinuità} \\ \rho(r - \Delta r) + \Delta\rho & \text{con discontinuità} \end{cases}$$

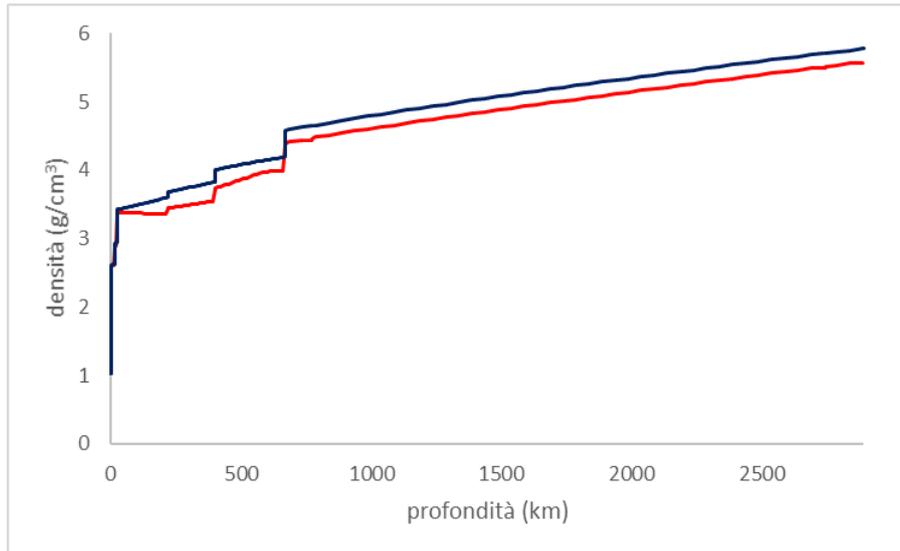


Figura 6: Modello di densità all'ordine due determinato dall'equazione di Adams-Williamson. La curva rossa è il modello di densità associato al PREM.

2.3 I risultati

Il PREM viene distribuito in un file CSV che è facilmente importabile da Excel. Questo programma è stato quindi scelto per l'implementazione. I modelli di densità risultanti sono mostrati in **figura 6**. In realtà in figura è mostrato solo il modello all'ordine due, perché la curva relativa all'ordine uno è praticamente indistinguibile da quella mostrata. Infatti l'RMS dei due modelli rispetto al PREM è di 190.6 kg/m^3 per il modello all'ordine 1, e di 190.5 kg/m^3 per il modello all'ordine due.

I due modelli non sono del tutto sovrapponibili. In **figura 7** è mostrato l'andamento del rapporto della massa contenuta al di sotto della profondità z rispetto alla massa totale della Terra.

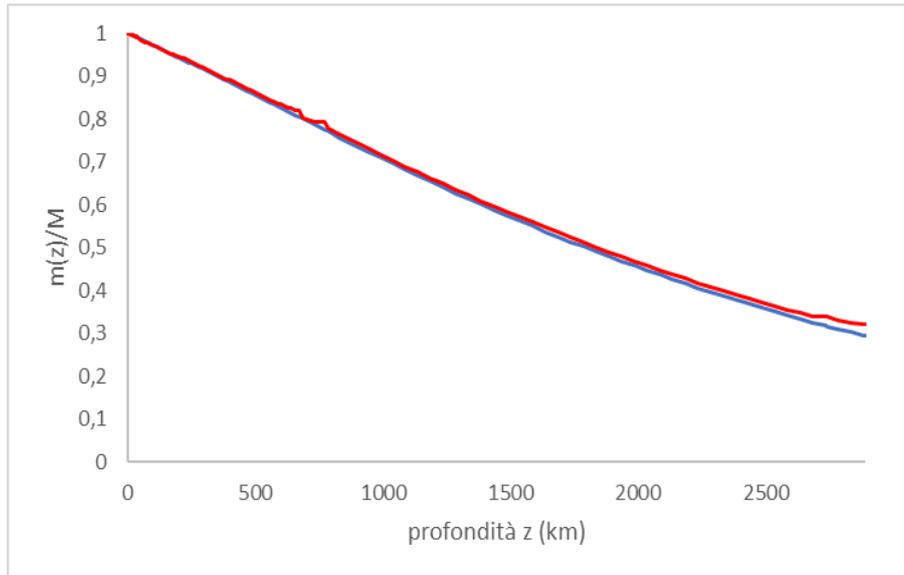


Figura 7: Rapporto della massa contenuta al di sotto della profondità z rispetto alla massa totale della Terra in funzione della profondità. La curva blu rappresenta il modello ordine uno, quella rossa il modello ordine due.

Quest'ultima quantità può essere stimata dal valore del prodotto GM , noto il valore della costante di gravitazione universale.

$G = (6.67408 \pm 0,00031) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ (Mohr *et al.*, 2015) quindi:

$$M = \frac{GM}{G}$$

$$\Delta M = \frac{\Delta(GM)}{G} + \frac{GM}{G^2} \Delta G \Rightarrow \frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta(GM)}{GM} + \frac{\Delta G}{G}$$

e

$$M = (5.9724 \pm 0.0003) \cdot 10^{24} \text{ kg.}$$

Il modello all'ordine due sovrastima sistematicamente questo rapporto rispetto al modello all'ordine uno. Il divario, per quanto piccolo, aumenta con la profondità. Se si calcola usando il PREM (a scalini, come è stato considerato sinora) la massa rimanente al di sotto della discontinuità nucleo-mantello e la si confronta con quella prevista dai due modelli, si vede che ambedue sottostimano questo valore, ma il modello all'ordine uno del 9.1% , mentre quello all'ordine due solo del 0.3%.

CONCLUSIONI

La risoluzione numerica dell'equazione di Adams-Williamson ha prodotto due modelli di densità molto simili e ambedue non perfettamente consistenti con il PREM. Nonostante questo, l'approssimazione all'ordine due sembra fornire valori nel complesso più vicini a quelli aspettati, almeno su scala globale. Questo risultato, naturalmente, non è una sorpresa.

La discrepanza tra PREM e risultati dell'equazione di Adams-Williamson si possono spiegare osservando che quest'equazione prevede che la densità cresca sempre. Il PREM, invece, fa vedere (**figura 6**) che alla base della litosfera (circa 250 km di profondità) la densità smette di crescere o addirittura diminuisce. Questo andamento non è riproducibile dall'equazione di Adams-Williamson. Si vede che al di sotto del limite della litosfera le due curve sono molto simili, poi la densità reale smette di crescere, mentre quella modellata no e si crea il gap che si manifesta fino alla frontiera nucleo-mantello. In queste condizioni, la diminuzione della densità deve essere introdotta in altro modo, e il calcolo può riprendere quando la densità ricomincia a crescere

Si nota anche che il modello simulato non riproduce bene le pendenze dei tratti in cui la densità aumenta, essendo

leggermente più lento rispetto al PREM. Questo può essere dovuto all'ipotesi semplificativa fatta di gusci omogenei. Senza necessità di introdurre informazioni aggiuntive, oltre quelle delle discontinuità già usate, si può supporre che la densità vari linearmente nei diversi gusci.

Bibliografia

- [1]. Dziewonski, A.M., e Anderson, D.L. Preliminary reference Earth model, *Phys. Earth Planet In.*, **25**, 297-356, 1981.

- [2]. Donini, A., Palomares-Ruiz, S., e Salvado, J. Neutrino tomography of the Earth, *Nature Phys*, **15**, 37-40, doi:10.1038/s41567-018-0319-1, 2019.

- [3]. Fuchs, S., Balling, N., e Förster, A. Calculation of thermal conductivity, thermal diffusivity and specific heat capacity of sedimentary rocks using petrophysical well logs, *Geophys. J. Int.*, 203, 1977-2000, 2015.

- [4]. Kenneth, B.L.N. (ed.) IASPEI 1991 Seismological Tables. Bibliotech, 1991.

- [5]. Lowrie, W. *Fundamentals of Geophysics*, Cambridge University press, 2007.

- [6]. Miao, S.Q., Li, H.P., e Chen, G. Temperature dependence of thermal diffusivity, specific heat capacity and thermal conductivity for several types of rocks, *J. Therm. Anal. Calorim.*, **115**, 1057-1063, 2013.
- [7]. Mohr, P.J., Newell, D.B., e Taylor, B.N. CODATA recommended values of fundamental physical constants: 2014, doi:10.1103/RevModPhys.88.035009, <https://arxiv.org/abs/1507.07956v1>.
- [8]. Moritz, H. Geodetic reference system 1980, *Bull. Geodesique*, **54**, 395-405, 1980.
- [9]. Simmons, N.A., Myers, S.C., Johannesson, G., e Matzel, E. LLNL-G3Dv3: Global P-wave tomography model for improved regional and teleseismic travel time prediction, *J. Geophys. Res.*, **117**, 2012, doi:10.1029/2012JB009525.

Ringraziamenti

Un sentito grazie al Prof. Guido Russo, relatore di tesi, per il supporto costante, le dritte indispensabili e la sua complicità nella realizzazione di ogni capitolo della mia tesi.

Ai miei genitori: consapevoli del valore dell'istruzione e della formazione hanno sostenuto e finanziato i miei studi senza mai dubitare delle mie capacità.

Alla psicologa: grazie per aver lottato per me, continui a farlo per gli altri.

Grazie agli amori passati, il vostro lascito non è stato vano

alla mia migliore amica Martina: Tu più di tutti hai dovuto far fronte ai repentini cambi di umore e le mie crisi esistenziali pre e post esami, per evitare di parlare di quelli adolescenziali, grazie, perché quello che sono lo devo in gran parte a te, e poi a dirla tutta, sei stata l'ottima scusa per giustificare il mio fuori corso!