

Università degli Studi di Napoli “Federico II”

Scuola Politecnica e delle Scienze di Base  
Area Didattica di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

**Dipartimento di Fisica “Ettore Pancini”**



*Laurea triennale in Fisica*

## **Flusso di calore terrestre in aree continentali**

**Relatori:**  
Prof. Guido Russo

**Candidato:**  
Silvia Schettini  
Matricola N85000654

A.A. 2019/2020

# Indice

|                                                                                     |        |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| <b>Introduzione</b> .....                                                           | 3      |
| <br><b>Capitolo 1: il flusso di calore superficiale terrestre</b>                   |        |
| 1.1 Generalità sul flusso di calore.....                                            | 4      |
| 1.2 Il flusso di calore in alcune aree continentali.....                            | 5      |
| 1.2.1 Nuova Zelanda.....                                                            | 6      |
| 1.2.2 Australia.....                                                                | 7      |
| 1.2.3 Canada.....                                                                   | 10     |
| 1.2.4 USA.....                                                                      | 13     |
| 1.2.5 USA e Canada a confronto.....                                                 | 15     |
| 1.3 La radioattività nella crosta continentale.....                                 | 17     |
| 1.4 Le catene radioattive.....                                                      | 17     |
| 1.5 Conduzione stazionaria unidimensionale.....                                     | 20     |
| <br><b>Capitolo2: alcuni modelli per la distribuzione degli isotopi radioattivi</b> |        |
| 2.1 Modello esponenziale.....                                                       | 23     |
| 2.2 Modello uniforme.....                                                           | 24     |
| 2.3 Composizione dei modelli.....                                                   | 26     |
| <br><b>Conclusioni</b> .....                                                        | <br>29 |
| <br><b>Bibliografia</b> .....                                                       | <br>31 |

## Introduzione

Che la Terra perda calore è un fatto certo e ben conosciuto. Vulcani, sorgenti termali, soffioni e le temperature crescenti con la profondità misurate nelle miniere e nei pozzi dimostrano sia la presenza di un calore interno che un suo flusso verso l'esterno.

Questo calore interno è dovuto a due fattori: il secolare raffreddamento del pianeta e il decadimento di isotopi radioattivi con una vita media confrontabile con l'età della Terra ( $4.5 \cdot 10^9$  anni).

Tuttavia, sebbene l'energia geotermica sia più che sufficiente a causare terremoti e innalzare montagne, essa è poca cosa se la paragoniamo con quella che riceviamo dal Sole. Infatti, il flusso di calore medio terrestre è di circa  $90 \text{ mW/m}^2$  (Turcotte e Schubert, 2002), mentre la costante solare vale circa  $1 \text{ kW/m}^2$  (Andrews, 2000).

Queste due energie termiche hanno un impatto fondamentale sulla Terra: il calore solare fa muovere l'atmosfera e l'idrosfera, mentre il calore interno fa muovere i continenti e deforma la crosta terrestre.

Il calore geotermico rappresenta quindi il motore interno della dinamica della Terra.

Il calore viene portato in superficie in differenti modi. Nella litosfera continentale si propaga per conduzione. Questo si aggiunge al calore prodotto dagli isotopi radioattivi.

La distribuzione degli elementi radioattivi è sconosciuta. Tuttavia, alcune considerazioni lasciano pensare che la loro concentrazione sia maggiore nella litosfera, rispetto alla parte più interna della Terra.

Nella presente tesi si analizza il flusso di calore superficiale continentale per cercare di chiarire il ruolo che la tettonica e la concentrazione di isotopi radioattivi giocano nella produzione di calore.

Nel capitolo 1 viene definito il flusso di calore terrestre e vengono analizzate nel dettaglio alcune zone continentali e i dati su cui sarà basata l'analisi successiva. Questi dati vengono poi confrontati con alcuni modelli teorici, discussi nel capitolo 2.

Seguono le conclusioni, con alcune osservazioni sui risultati sperimentali.

# CAPITOLO 1

## Il flusso di calore superficiale terrestre

### 1.1 Generalità sul flusso di calore

Numerosi fatti che rientrano nell'esperienza comune, come l'attività dei vulcani, la fuoriuscita di acque calde da sorgenti o l'aumento di temperatura che si sperimenta scendendo in una miniera, ci suggeriscono che l'interno della Terra è caldo, e che la temperatura aumenta con la profondità.

In effetti, anche se il calore che sentiamo in superficie è dovuto essenzialmente alla radiazione solare, la Terra perde continuamente il suo calore interno attraverso tutta la sua superficie.

Questa continua dissipazione di energia termica, indica l'esistenza di una fonte di calore all'interno del pianeta.

La causa principale di questo fenomeno non fu chiara prima della scoperta, alla fine del XIX secolo, della radioattività da parte dei fisici Bequerel e Curie. Oggi sappiamo che il calore negli strati più superficiali della Terra viene continuamente prodotto dal decadimento radioattivo degli elementi (come uranio, torio e potassio) presenti nelle rocce della litosfera, cioè della crosta terrestre e di parte del mantello superiore.

Il flusso che registriamo in superficie è dovuto al fatto che, in accordo con il secondo principio della termodinamica, il calore si propaga spontaneamente da zone ad elevata temperatura a zone in cui la temperatura è inferiore.

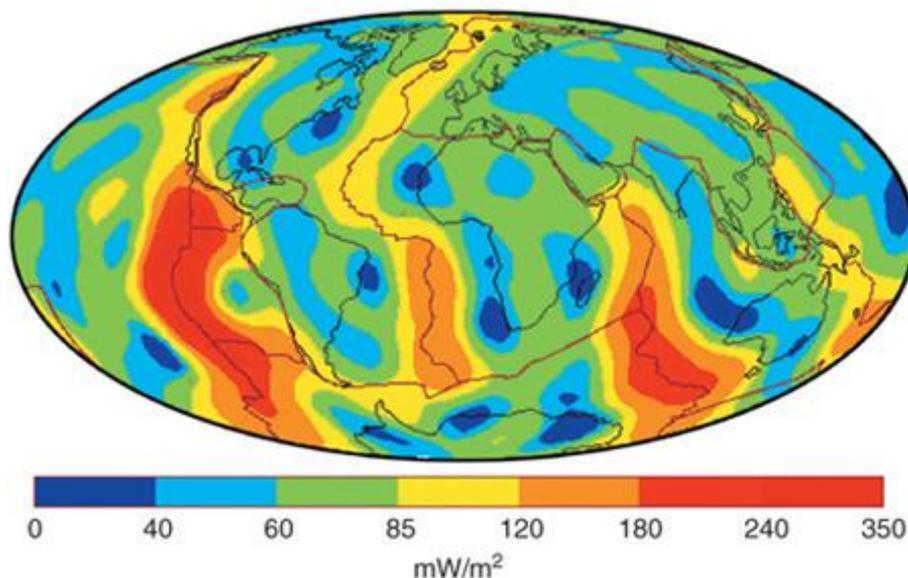
Nella litosfera il calore si trasmette per conduzione, mentre questo viene trasportato dal nucleo alla base della litosfera attraverso la convezione che avviene nel mantello inferiore (Turcotte e Schubert, 2002).

La distribuzione della temperatura all'interno della litosfera è dovuta principalmente alla generazione di calore in seguito al decadimento degli isotopi radioattivi intrappolati in essa, e al flusso di calore che risale dal mantello sublitosferico.

Il flusso di calore superficiale non è uniforme sulla superficie terrestre. In figura 1 è riportata una mappa del flusso di calore della Terra. Si vede che le aree a flusso maggiore sono quelle oceaniche, in particolare le dorsali, dove il mantello caldo viene a diretto contatto con l'acqua del mare. Il maggior flusso

è anche giustificato dal fatto che la litosfera oceanica ha uno spessore inferiore ai 10 km, mentre quella continentale ha uno spessore medio di più di un centinaio di chilometri (Turcotte e Schubert, 2002). Nelle aree continentali il flusso maggiore si ha nelle aree tettonicamente giovani (si veda, per esempio, la differenza tra Europa e Oceania). Dalle misure di flusso di calore si stima che la potenza erogata da questo è (Turcotte e Schubert, 2002):

- Nella aree continentali  $Q_c=13$  TW.
- Nelle aree oceaniche  $Q_0=31.3$  TW.
- La potenza totale sarà data dalla somma di questi due contributi  $Q_g=44.3$  TW.



**Figura 1-** Carta del flusso termico della Terra.

## 1.2 Il flusso di calore in alcune aree continentali

In questo lavoro di tesi ho analizzato il flusso di calore superficiale nelle aree continentali.

I dati su cui ho lavorato sono raccolti nel Global Heat Flow Database, mantenuto dalla Heat Flow Commission della International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior e ospitato su di un server dell'università del North Dakota (<https://engineering.und.edu/research/global-heat-flow-database/>).

Essi consistono in record che riportano diverse informazioni, come il nome e la localizzazione del sito di misura, il valore del flusso di calore, la produzione di calore radiogenico superficiale, la referenza da cui il dato è tratto. Non tutti i campi sono completi. In particolare, non per tutte le misure di flusso è stata eseguita una determinazione della produzione di calore radiogenico superficiale. I dati sono divisi per nazione.

Di questo database, ho scelto di analizzare solo alcune nazioni collocate in contesti tettonici ben definiti. Mostrerò, per ciascuna nazione, la distribuzione geografica dei siti, e l'andamento del flusso di calore superficiale  $q_0$  in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale  $\rho H_0$ . Lo scopo dell'analisi è quello di identificare, se esistono, dei trend nei dati.

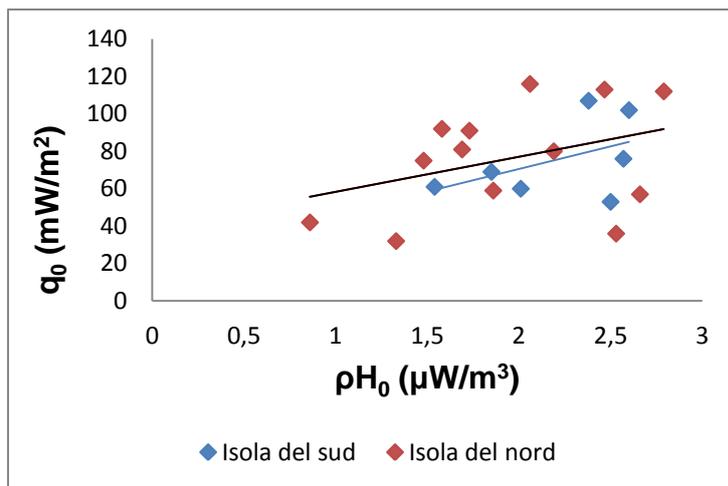
### 1.2.1 Nuova Zelanda

La Nuova Zelanda è un arcipelago formato da due grandi isole (Isola del Nord e Isola del Sud), divise dallo Stretto di Cook, e da molte altre isole minori (figura 2).

In Nuova Zelanda sono presenti vulcani attivi. Essa è inoltre un'area geografica con un rischio sismico molto elevato: si trova infatti a ridosso di una zona di subduzione e l'Isola del Sud è attraversata dalla faglia trasforme alpina.



**Figura 2-** Posizione dei siti in cui sono state effettuate le misure in Nuova Zelanda.



**Figura 3-** Flusso di calore superficiale in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale. In rosso i dati dell'Isola del Nord, in azzurro quelli dell'Isola del Sud, con i rispettivi trend.

I dati delle due isole non presentano trend significativamente differenti (figura 3), quindi ho determinato un unico trend pari a

$$q_0 = A + B\rho H_0$$

Dove

- $A = (37.9 \pm 22.6) \text{ mW/m}^2$ .
- $B = (18.5 \pm 10.7) \text{ km}$ .

### 1.2.2 Australia

L'Australia è un continente circondato dall'oceano e comprendente l'isola della Tasmania ed altre isole minori (figura 4). Essa è definita da alcuni studiosi "il continente fossile", poiché la maggior parte delle sue rocce si sono formate in un periodo che va all'incirca tra i 3.8 miliardi e i 600 milioni di anni fa (Vallega, 1984). Le formazioni rocciose più antiche contengono oro, piombo, uranio e qualche deposito di petrolio (Vallega, 1984).

Il territorio australiano orientale è in gran parte arido e pianeggiante, con una altitudine media di 274 m. La sezione occidentale dell'Australia è invece occupata dal Grande Scudo Australiano, una formazione geologica di epoca antichissima ricoperta in gran parte da aree desertiche..

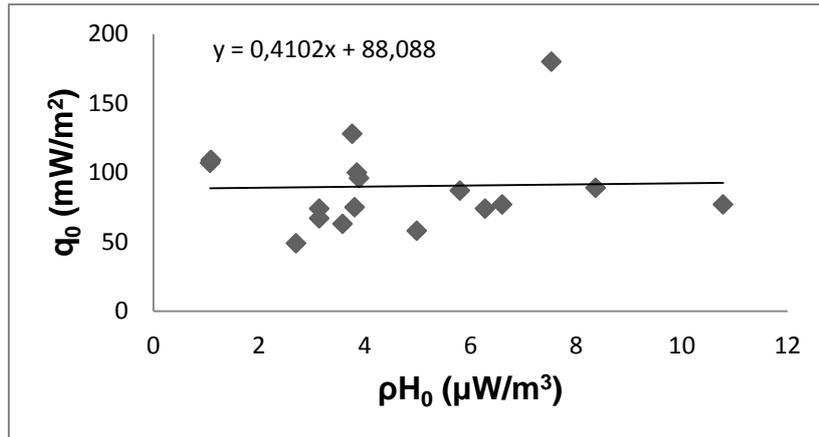


- Provincia 3, rappresentata dall'area a Sud-Est del continente ( Nuovo Galles del Sud).

Di seguito riporterò gli andamenti del flusso superficiale per ciascuna delle province individuate, con i corrispondenti trend

$$q_0 = A + B\rho H_0$$

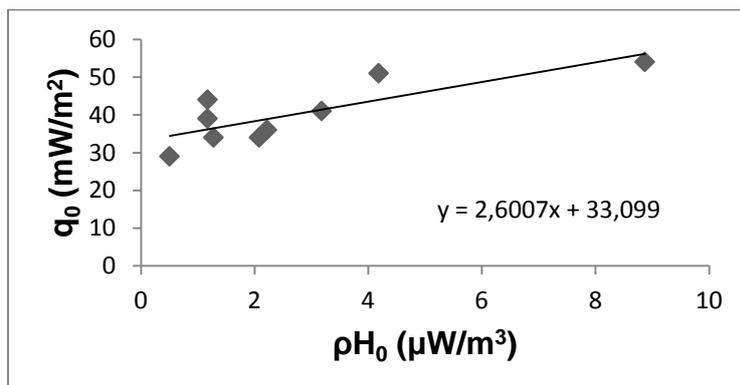
- Provincia 1 (figura 6)



**Figura 6-** Flusso di calore superficiale in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale nella provincia 1 (comprende i dati del Territorio del Nord, del Queensland e dell'Australia meridionale).

Con  $A = (88.1 \pm 15.0) \text{ mW}/\text{m}^2$  e  $B = (0.4 \pm 2.9) \text{ km}$ .

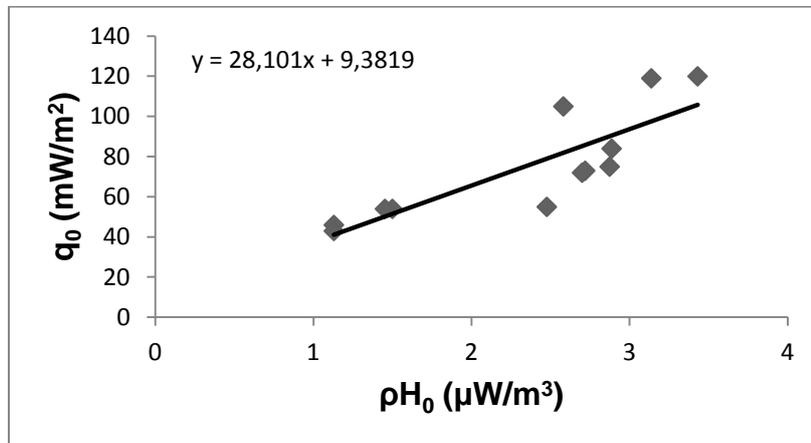
- Provincia 2 (figura 7)



**Figura 7-** Flusso di calore superficiale in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale nell'Australia Occidentale.

Con  $A = (33.1 \pm 2.6) \text{ mW/m}^2$  e  $B = (2.6 \pm 0.7) \text{ km}$ .

- Provincia 3 (figura 8)



**Figura 8-** Flusso di calore superficiale in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale nel Nuovo Galles del Sud.

Con  $A = (9.4 \pm 14.3) \text{ mW/m}^2$  e  $B = (28.1 \pm 5.8) \text{ km}$ .

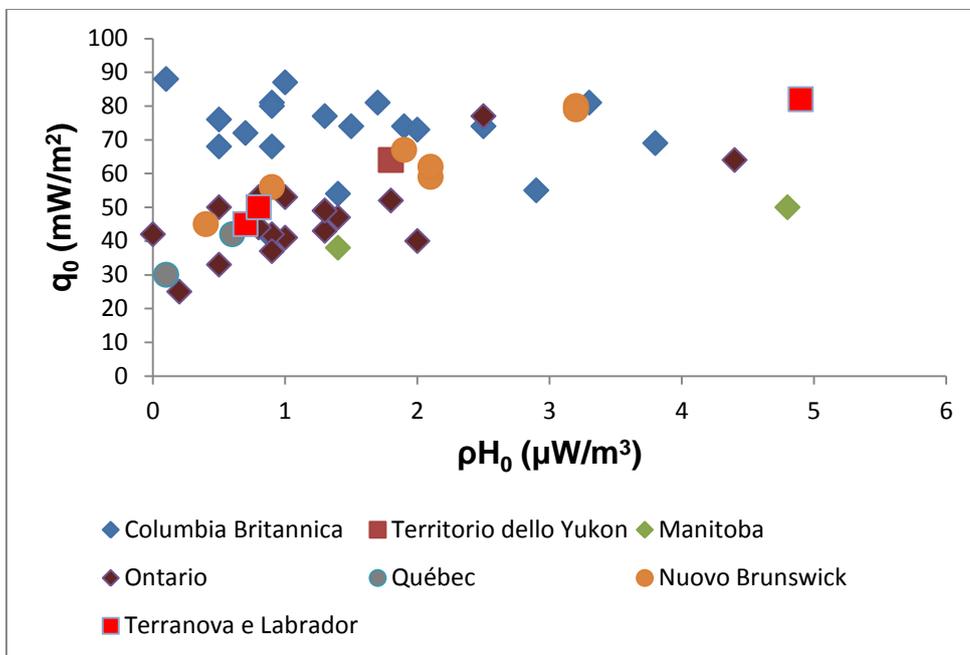
### 1.2.3 Canada

Il Canada è il secondo stato per estensione dopo la Russia.

A parte l'Arcipelago Artico Canadese, il territorio può essere suddiviso in cinque grandi aree: lo scudo canadese, il sistema montuoso degli Appalachi, i Grandi Laghi e il bacino di San Lorenzo, le pianure centrali e la catena costiera. In particolare, lo scudo canadese è un grande cratone che comprende il Canada orientale e centrale, e le zone adiacenti degli Stati Uniti d'America. Esso è composto da rocce la cui formazione risale ad un periodo che va da 4.5 miliardi a 540 milioni di anni fa ( *Geologists find lost fragment of ancient continent in Canada's North*, Science.ubc.ca, 19 marzo 2020).



**Figura 9-** Posizione dei siti in cui sono state effettuate le misure in Canada.

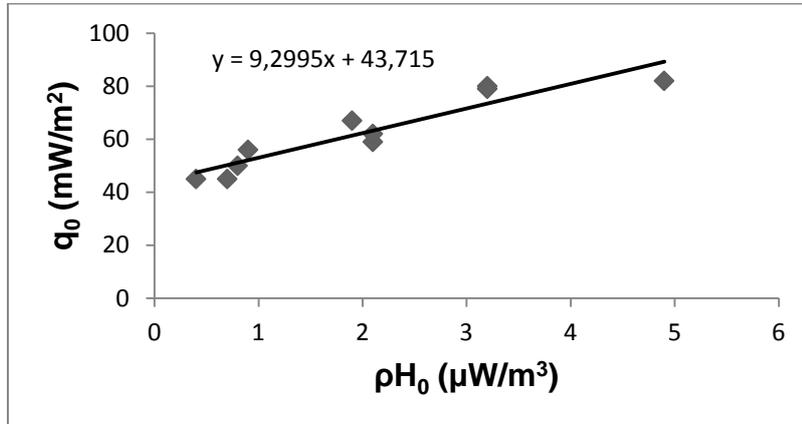


**Figura 10-** Flusso di calore superficiale in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale in alcune delle province del Canada.

Osservando i diversi trend dei dati sperimentali (figura 10) posso supporre che il Canada sia composto da tre province geotermiche: una sud-occidentale, una centrale e una orientale. Difficile stabilire se la parte più a Nord del paese sia parte di una quarta provincia o meno, in quanto i dati sperimentali sono insufficienti.

Di seguito riporterò i dati relativi ai trend di ciascuna provincia, specificando i valori della pendenza e dell'intercetta di ciascuno.

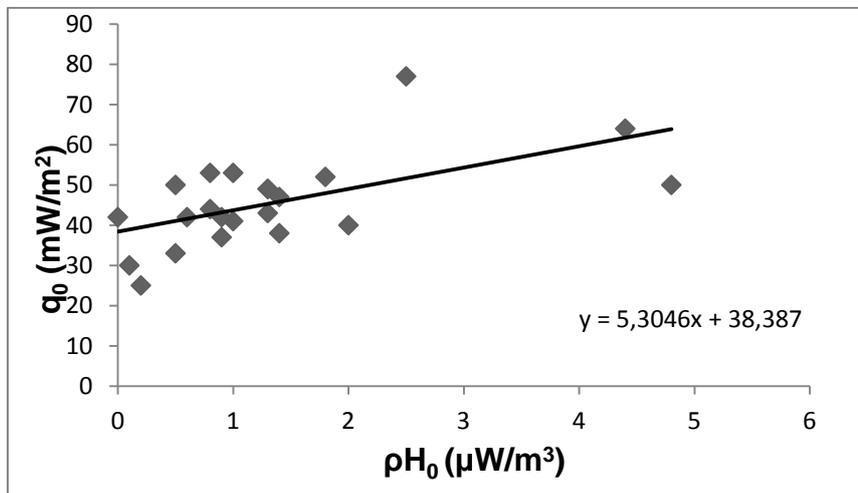
- Provincia orientale (comprendente i territorio di Terranova e Labrador e New Brunswick) (figura 11)



**Figura 11-** Flusso di calore superficiale in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale nella parte orientale del Canada.

Con  $A=(43.7\pm 3.0)$   $mW/m^2$  e  $B=(9.3\pm 1.2)$  km.

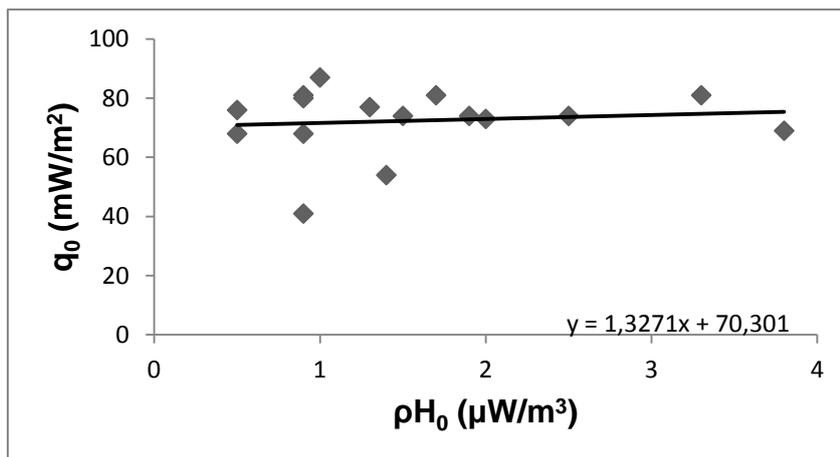
- Provincia centrale (comprendente i territori del Manitoba, Ontario e Québec) ( figura 12)



**Figura 12-** Flusso di calore superficiale in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale nella parte centrale del Canada.

Con  $A=(38.4\pm 3.0)$   $mW/m^2$  e  $B=(5.3\pm 1.7)$  km.

- Provincia Sud-occidentale ( formata dalla Columbia Britannica) (figura 13)



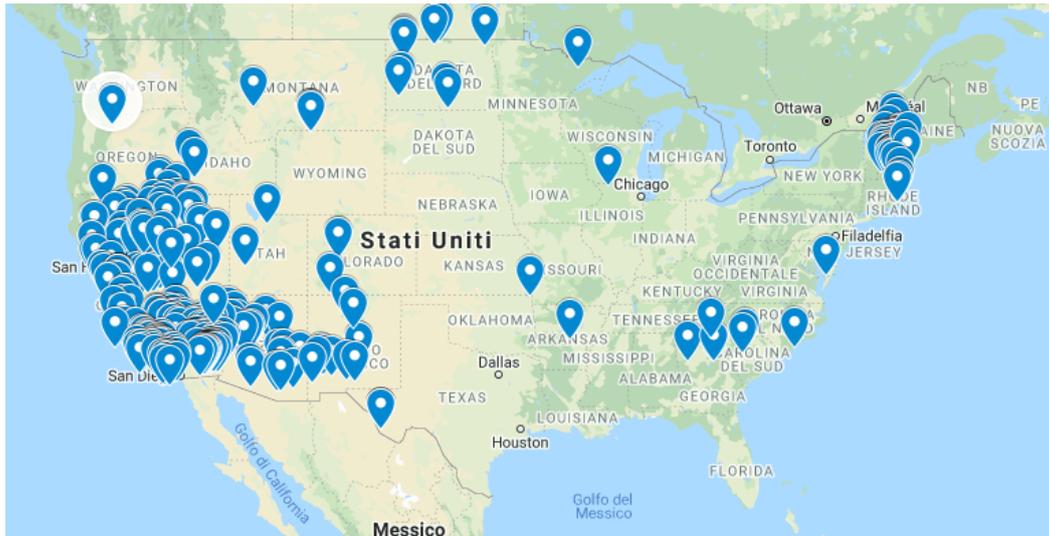
**Figura 13-** Flusso di calore superficiale in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale nella parte sud-occidentale del Canada.

Con  $A=(70.3\pm 5.7)$   $\text{mW}/\text{m}^2$  e  $B=(1.3\pm 3.1)$  km.

#### 1.2.4 USA

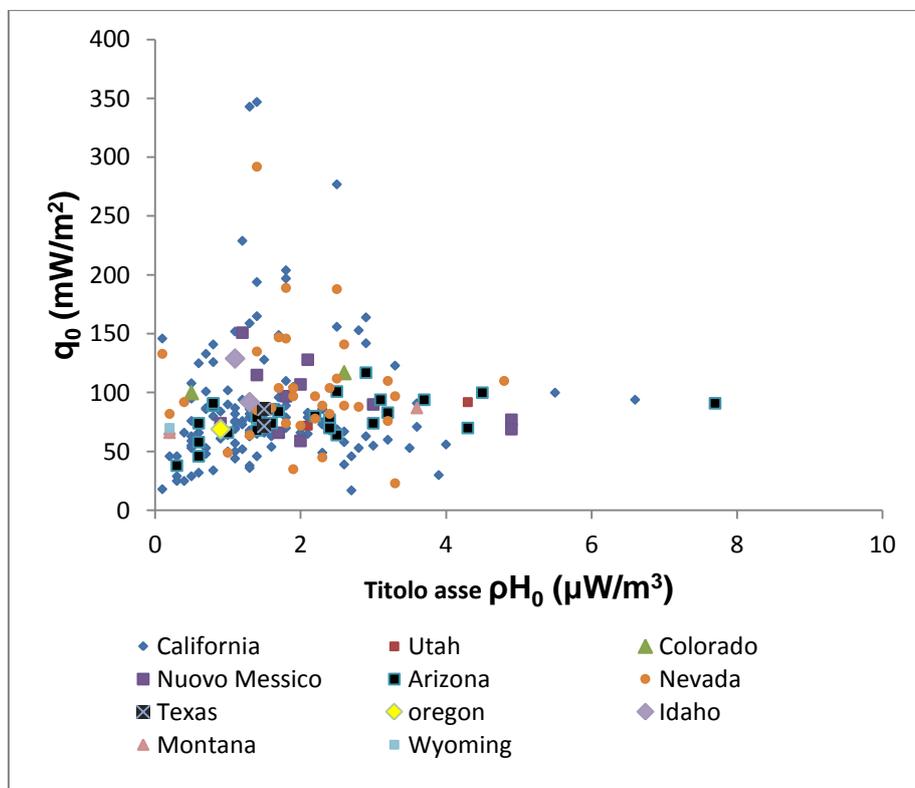
Gli Stati Uniti occupano una fascia del Nord America compresa tra Oceano Atlantico a est e Pacifico a ovest, confinante a Nord con il Canada e al Sud con il Messico. Agli Stati Uniti appartengono anche alcune aree geograficamente isolate come le Hawaii e l'Alaska (figura 14).

La geografia di questa grande nazione è estremamente varia con deserti, pianure, foreste e montagne. La parte orientale comprende montagne basse molto antiche, gli Appalachi, fenomeni glaciali a nord e le faglie tettoniche della valle del fiume Hudson e la zona di origine calcarea della Florida. La parte centrale del paese è occupata dalle Grandi Pianure, interrotte ad ovest dai rilievi montuosi e dai deserti. La parte più occidentale è interessata dalla presenza della faglia trascorrente di Sant'Andrea, che si estende per circa 1200 km attraverso la California. Inoltre vulcani attivi sono comuni e presenti in tutta la regione costiera occidentale.



**Figura 14-** Posizione dei siti in cui sono state effettuate le misure negli USA.

Osservando l'andamento del flusso di calore superficiale in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale, si nota una differenza tra la parte occidentale a la parte orientale del paese, per cui analizzo i dati separatamente.



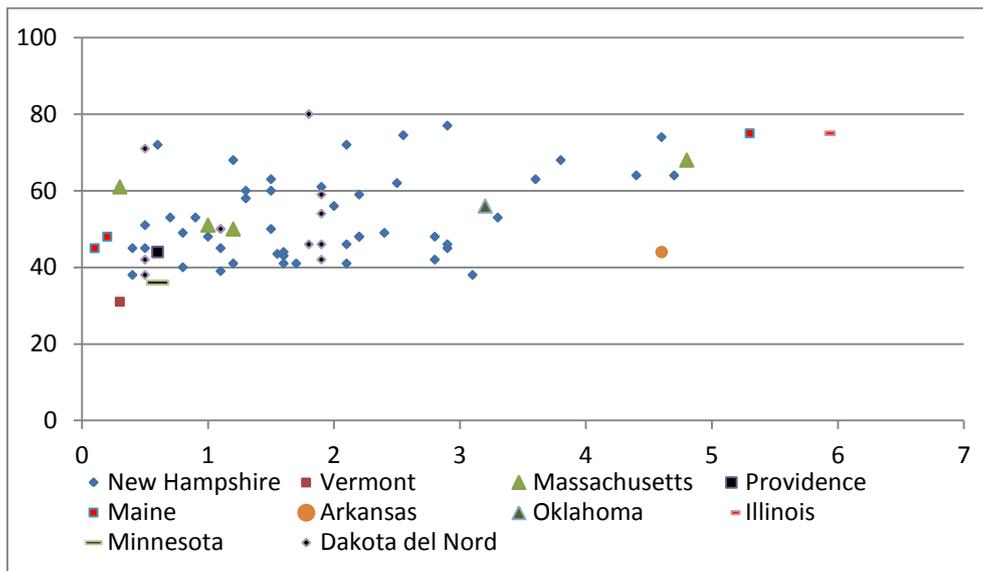
**Figura 15-** Flusso di calore superficiale in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale nella parte occidentale degli USA.

Osserviamo che nella parte occidentale degli Stati Uniti i dati sembrano giacere su un unico trend ( figura 15), di equazione:

$$q_0 = A + B\rho H_0$$

Dove  $A = (85.2 \pm 5.8) \text{ mW/m}^2$  e  $B = (2.2 \pm 2.7) \text{ km}$ .

Analogamente, per la parte orientale del paese i punti sperimentali sembrano giacere su un unico trend, mostrato nella figura 16, con  $A = (45.2 \pm 2.2) \text{ mW/m}^2$  e  $B = (4.0 \pm 0.9) \text{ km}$ .



**Figura 16-** Flusso di calore superficiale in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale nella parte orientale degli USA.

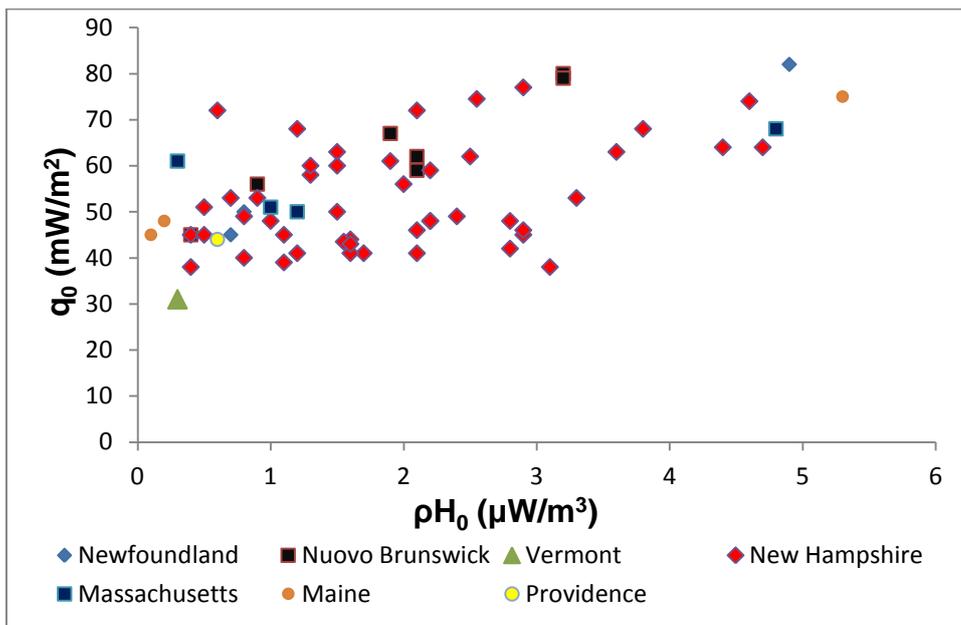
### 1. 2.5 USA e Canada a confronto

È interessante effettuare ora un confronto tra i dati sperimentali nelle zone confinanti tra Canada e Stati Uniti (figura 17).

Si nota che i dati lungo la costa orientale sembrano giacere su un unico trend ( figura 18), allo stesso modo i dati nella zona centrale del Canada e della parte più a Nord della provincia orientale degli Stati Uniti ( figura 19). Posso quindi ipotizzare l'esistenza di due province geotermiche, una comprendente la parte orientale del Nord America e l'altra invece la parte centrale del continente. Di seguito sono illustrati i due trend  $q_0 = A + B\rho H_0$  e i corrispondenti valori dell'intercetta e della pendenza.

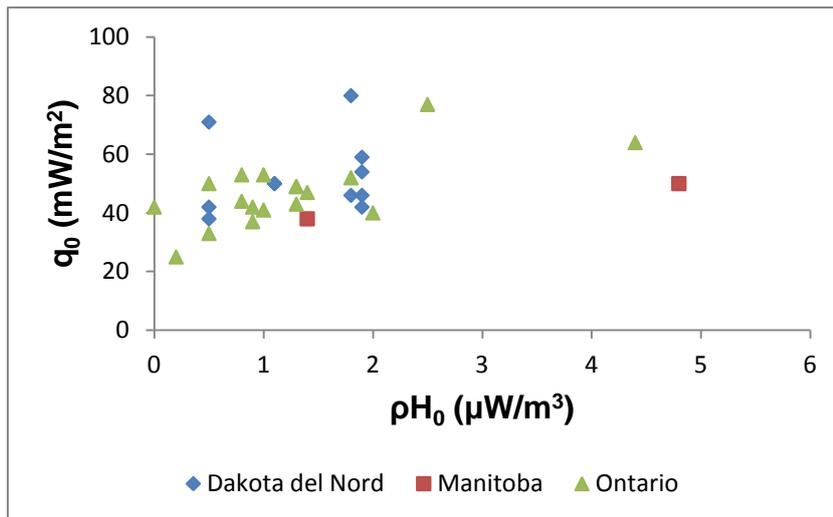


**Figura 17-** Posizione dei siti in cui sono state effettuate le misure lungo la costa orientale di USA e Canada e nelle zone centrali confinanti.



**Figura 18-** Flusso di calore superficiale in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale lungo la costa orientale.

Con  $A = (44.3 \pm 2.2) \text{ mW}/\text{m}^2$  e  $B = (5.3 \pm 1.0) \text{ km}$ .



**Figura 19-** Flusso di calore superficiale in funzione della produzione di calore radiogenico superficiale nella zona centrale del Nord America.

Con  $A = (42.2 \pm 3.4) \text{ mW}/\text{m}^2$  e  $B = (4.5 \pm 1.9) \text{ km}$ .

### 1.3 La radioattività nella crosta continentale

La scoperta della radioattività nel XIX secolo fornì nuovi mezzi per lo studio del flusso di calore terrestre.

La produzione di calore è infatti una delle più note manifestazioni del fenomeno della radioattività: l'energia viene emessa dagli elementi radioattivi sotto forma di radiazioni  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , e si trasforma interamente in calore attraverso i processi di frenamento che queste radiazioni subiscono entro la materia.

Misure di temperatura all'interno della crosta hanno evidenziato l'esistenza di un gradiente medio pari a circa 30 K/km (Turcotte e Schubert, 2002). Se si estrapola la temperatura al centro della Terra usando questo valore, si ottiene una temperatura di  $1.9 \cdot 10^5 \text{ K}$ , circa trecento volte più grande della temperatura della superficie del Sole. Il flusso di calore in profondità deve necessariamente essere più basso, mentre in superficie ci deve essere una sorgente di calore aggiuntiva rispetto al calore prodotto per raffreddamento della Terra. Ecco allora che appare evidente l'importanza del calore di origine radioattiva.

### 1.4 Le catene radioattive

In fisica nucleare con il termine catena di decadimento si fa riferimento ad una serie di decadimenti radioattivi successivi. La maggior parte degli isotopi non

decade direttamente in un nucleo stabile, ma passa piuttosto attraverso una serie di decadimenti successivi fino a raggiungere un nuclide derivato stabile.

Gli elementi radioattivi originali ancora presenti sulla Terra sono quelli che hanno una vita media confrontabile o più grande dell'età della pianeta ( $4.5 \cdot 10^9$  anni). Questi elementi, attraverso decadimenti  $\alpha$  e  $\beta$ , diminuiscono il loro numero di massa A e il loro numero atomico Z, fino al raggiungimento della stabilità.

Poiché il decadimento  $\alpha$  diminuisce A di 4 unità (mentre il decadimento  $\beta$  lascia A invariato) si possono distinguere 4 catene di decadimento indipendenti, con numero di massa  $4n$ ,  $4n+1$ ,  $4n+2$  e  $4n+3$ , dove n è un numero intero (vedi tabella 1). Tali catene tendono a concentrare i nuclidi nel membro a vita media più lunga e, se tale vita media è dell'ordine dell'età della Terra, ne osserviamo l'attività ancora oggi.

Spesso gli stadi intermedi emettono più radioattività del radioisotopo originario: una volta raggiunto l'equilibrio, un isotopo della catena è presente in una quantità proporzionale alla sua emivita; ma poiché la sua attività è inversamente proporzionale alla sua emivita, ogni nuclide della catena risulta in definitiva contribuire all'attività quanto il capostipite della catena stessa. Ad esempio, l'uranio naturale non è particolarmente radioattivo, ma campioni di pechblenda, un minerale che contiene uranio, risultano essere 13 volte più radioattivi, a causa del radio e degli altri isotopi figli che contengono (Lederer, Hollander e Perlman, 1968 e Pfenning et al., 2012).

| Nome della serie | Tipo della serie | Nucleo finale stabile    | Elemento originario | $t_{1/2}$ (anni)     |
|------------------|------------------|--------------------------|---------------------|----------------------|
| Torio(Z=90)      | $4n$             | $^{208}\text{Pb}$ (Z=82) | $^{232}\text{Th}$   | $1.41 \cdot 10^{10}$ |
| Nettunio (Z=93)  | $4n+1$           | $^{209}\text{Bi}$ (Z=83) | $^{237}\text{Np}$   | $2.14 \cdot 10^6$    |
| Uranio (Z=92)    | $4n+2$           | $^{206}\text{Pb}$        | $^{238}\text{U}$    | $4.47 \cdot 10^9$    |
| Attinio (Z=89)   | $4n+3$           | $^{207}\text{Pb}$        | $^{235}\text{U}$    | $7.04 \cdot 10^8$    |

**Tabella 1-** Serie radioattive

In natura si osservano tre principali catene di decadimento, chiamate comunemente serie del torio, serie dell'uranio (o del radio) e serie dell'attinio,

che rappresentano tre di queste quattro classi e terminano in tre diversi isotopi stabili del piombo. Il numero di massa di ciascun isotopo in queste catene può essere rappresentato rispettivamente come  $A=4n$ ,  $A=4n+2$  e  $A=4n+3$ . Gli isotopi a lunga vita media  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{238}\text{U}$  e  $^{235}\text{U}$ , che sono i punti di partenza da cui si generano queste serie, esistono sin dalla formazione della Terra e il capostipite della famiglia del torio è tra tutti i radioisotopi naturali quello più abbondante.

La quarta catena, la serie del nettunio con  $A=4n+1$ , a causa della emivita piuttosto breve del suo isotopo di partenza  $^{237}\text{Np}$ , risulta già estinta se si eccettua il suo passaggio finale.

L'isotopo terminale di questa catena è il  $^{209}\text{Bi}$ , ma si è scoperto recentemente che in realtà esso è a sua volta radioattivo, con una emivita di  $1.9 \cdot 10^{19}$  anni.

Esistono anche numerose catene più corte ed altri isotopi radioattivi.

Gli elementi radioattivi maggiormente presenti nella litosfera sono gli isotopi di uranio, torio e potassio. Si osservi che l'uranio è composto dal 99.28% in peso da  $^{238}\text{U}$  e lo 0.71% da  $^{235}\text{U}$ , mentre il torio è composto al 100% da  $^{232}\text{Th}$ . Il  $^{40}\text{K}$  rappresenta invece solo lo 0.0119% in peso del potassio esistente in natura (Turcotte e Schubert, 2002).

La loro concentrazione dipende dalla costante di disintegrazione e dalla volatilità: gli elementi con periodo di dimezzamento molto breve sono presenti in quantità minime, rispetto a quelli con una vita media lunga, che quindi avranno un'abbondanza relativa elevata. Nella seguente tabella sono illustrati gli isotopi radioattivi più abbondanti in natura, con il corrispondente tasso di produzione del calore per unità di massa:

| <b>Isotopi</b>    | <b>H (W/Kg)</b>      | <b><math>t_{1/2}</math> (anni)</b> | <b>Concentrazione (Kg/Kg)</b> |
|-------------------|----------------------|------------------------------------|-------------------------------|
| $^{238}\text{U}$  | $9.46 \cdot 10^{-5}$ | $4.47 \cdot 10^9$                  | $30.8 \cdot 10^{-9}$          |
| $^{235}\text{U}$  | $5.69 \cdot 10^{-4}$ | $7.04 \cdot 10^8$                  | $0.22 \cdot 10^{-9}$          |
| $^{232}\text{Th}$ | $2.64 \cdot 10^{-5}$ | $1.40 \cdot 10^{10}$               | $124 \cdot 10^{-9}$           |
| $^{40}\text{K}$   | $2.92 \cdot 10^{-5}$ | $1.25 \cdot 10^9$                  | $36.8 \cdot 10^{-9}$          |

**Tabella 2-** Calore prodotto dagli elementi radioattivi più diffusi nella litosfera (da Turcotte e Schubert, 2002).

L'entità del contributo portato dal calore radioattivo al flusso termico attraverso la superficie terrestre, dipende ovviamente dalla distribuzione degli elementi radioattivi. Una conoscenza dettagliata di tale distribuzione è chiaramente impossibile.

Per quanto osservato in precedenza, si può però escludere che la stessa concentrazione di elementi radioattivi presenti nella litosfera continentale vi sia anche nelle zone più profonde. Un'ulteriore evidenza è fornita dalle lave vulcaniche, che presentano in media un contenuto in sostanze radioattive minore di quello di molte rocce superficiali (Lowrie, 2007).

Infine, si ritiene che l'alta pressione che si raggiunge nel mantello renda impossibile la presenza di nuclei pesanti all'interno dei reticoli cristallini delle rocce che lo compongono.

Quando il mantello si è formato, questi elementi sono stati espulsi e portati in superficie nei liquidi che risalivano dalla profondità. Il raffreddamento della litosfera ha così intrappolato la maggior parte degli isotopi radioattivi.

Sul fondo oceanico il fenomeno della radioattività appare ancora più complesso, in quanto gli elementi radioattivi contenuti nei sedimenti che costituiscono la crosta oceanica non sono in equilibrio. Inoltre il contributo radiogeno al flusso di calore superficiale globale da parte della litosfera oceanica è trascurabile (rappresenta circa il 2%, Turcotte e Schubert, 2002), sia perché la concentrazione degli isotopi radioattivi è molto bassa, sia perché la crosta oceanica è molto più sottile di quella continentale.

In questo lavoro di tesi, quindi, trascurerò del tutto la radioattività della litosfera oceanica.

## **1.5 Conduzione stazionaria unidimensionale**

Nel presente elaborato voglio modellizzare i dati di flusso di calore superficiale in alcune aree continentali.

A tale scopo userò la teoria della conduzione del calore unidimensionale e stazionaria. L'ipotesi di stazionarietà è giustificata dal fatto che la litosfera continentale è molto vecchia (le parti più antiche hanno circa 3.8 miliardi di anni), per cui è possibile trascurare gli effetti che dipendono dal tempo, mentre come direzione di propagazione del calore sarà scelta la profondità. L'uso di

una equazione monodimensionale è giustificato dal fatto che la litosfera ha uno spessore dell'ordine del centinaio di chilometri, mentre abbiamo visto che le aree in cui è possibile riconoscere un trend comune del flusso di calore hanno estensione ben maggiore. In altri termini è possibile trascurare il flusso di calore in orizzontale rispetto a quello in verticale.

Di seguito illustrerò brevemente la teoria della conduzione del calore unidimensionale e stazionaria.

Il fenomeno della conduzione si verifica in presenza di un gradiente di temperatura: il calore fluirà spontaneamente dalla zona a temperatura maggiore a quella a temperatura inferiore.

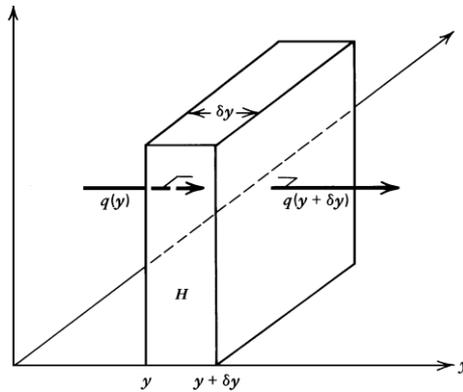
La relazione base che governa il trasporto del calore per conduzione è la legge empirica di Fourier:

$$q = - \frac{kdT}{dy} \quad (1)$$

dove

- $q$  è il flusso di calore, cioè la quantità di energia termica emessa dalla Terra per unità di area e di tempo.
- $T$  è la temperatura.
- $k$  è una grandezza chiamata conduttività o conducibilità termica che misura l'attitudine di una sostanza a trasmettere il calore per conduzione. Quanto più è grande  $k$ , tanto più sarà grande il flusso di calore.
- $y$  è la coordinata nella direzione lungo cui la temperatura varia. Essa è rappresentata dalla profondità. Per convenzione, si sceglie l'origine dell'asse  $y$  sulla superficie del pianeta e la sua direzione positiva verso il basso.
- Il segno meno è dovuto al fatto che il calore fluisce nella direzione in cui la temperatura diminuisce.

Per trovare la legge che governa la conduzione, consideriamo una lastra di spessore infinitesimo  $\delta y$  ( figura 20).



**Figura 20-** Propagazione del calore in una lastra infinitesima.

Il flusso di calore netto attraverso la lastra infinitesima è dato, al primo ordine, da:

$$q(y + \delta y) - q(y) \cong q(y) + \frac{dq}{dy} \delta y - q(y) = \frac{dq}{dy} \delta y = -k \frac{d^2 T}{dy^2} \delta y$$

Dove è stata usata la (1). Si è ipotizzato, inoltre, che la conducibilità termica sia costante. In realtà essa è una funzione della temperatura e, attraverso questa, del punto. Tuttavia, questa dipendenza è molto debole e viene usualmente trascurata.

È possibile che all'interno della lastra vi sia una sorgente di calore. Se si indica con  $H$  la quantità di calore prodotta per unità di tempo e unità di massa, allora la quantità di calore prodotta per unità di tempo e di superficie risulta essere  $\rho H \delta y$ , dove  $\rho$  è la densità della lastra.

Per la conservazione dell'energia, la differenza tra calore prodotto ed emesso deve essere uguale alla quantità di calore assorbita. Scrivo quindi il bilancio dell'energia nel caso stazionario

$$-k \frac{d^2 T}{dy^2} \delta y = \rho H \delta y$$

Riordinando i termini, possiamo scrivere l'equazione del calore stazionaria unidimensionale:

$$k \frac{d^2 T}{dy^2} + \rho H(y) = 0$$

## CAPITOLO 2

### Alcuni modelli per la distribuzione degli isotopi radioattivi

Di seguito descriverò alcuni modelli interpretativi del flusso di calore continentale. Questi si basano su diverse ipotesi sull'andamento della produzione del calore radiogeno per unità di massa  $H(y)$ . I risultati teorici saranno poi confrontati con i dati sperimentali.

#### 2.1 Modello esponenziale

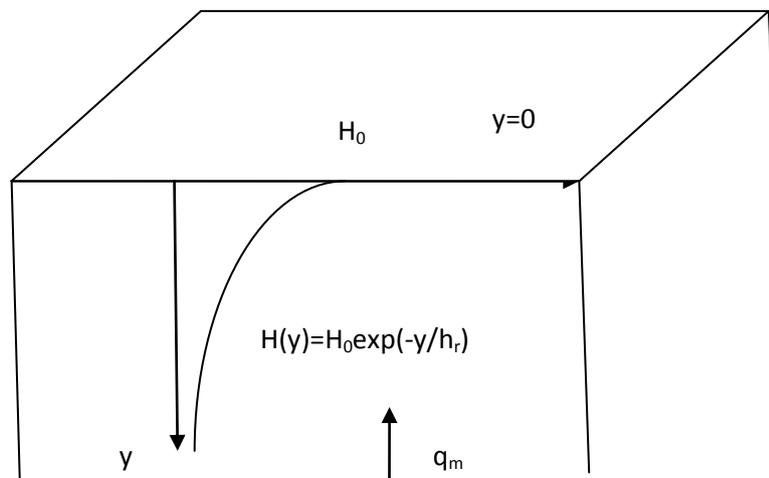
Poiché la concentrazione degli isotopi radioattivi diminuisce con la profondità, possiamo assumere che questa diminuzione avvenga in maniera esponenziale. Per il tasso di produzione di calore per unità di massa sarà usata la seguente relazione:

$$H(y) = H_0 e^{-y/h_r} \quad (2)$$

Dove

- $H_0=H(y=0)$  è il tasso di produzione di calore superficiale.
- $h_r$  è la profondità alla quale il valore di  $H_0$  è diminuito di un fattore  $1/e$  e può essere considerata la dimensione caratteristica dello strato radiogenico.

La situazione è illustrata in figura 21.



**Figura 21-** Modello di litosfera continentale con una sorgente di calore radiogenico con andamento esponenziale.

Si consideri ora l'equazione per la conduzione del calore unidimensionale e stazionaria

$$k \frac{d^2T}{dy^2} + \rho H = 0$$

Sostituendo la (2), si ottiene l'equazione differenziale

$$k \frac{d^2T}{dy^2} + \rho H_0 e^{-y/h_r} = 0$$

Integrando si ha

$$k \frac{dT}{dy} - \rho H_0 h_r e^{-y/h_r} = c$$

Dove  $c$  è una costante di integrazione.

Ricordando la legge di Fourier (1), si può infine scrivere

$$-q(y) - \rho H_0 h_r e^{-y/h_r} = c$$

Si assuma che al di sotto dello strato contenente gli elementi radioattivi, vi sia un flusso di calore  $q_m$  proveniente dall'interno della Terra e diretto verso l'alto (figura 21). È possibile quindi ricavare la costante di integrazione  $c$  imponendo la seguente condizione al contorno:

$$q(y \rightarrow \infty) = -q_m$$

Si avrà che  $c = q_m$ .

Il flusso di calore sarà quindi

$$q(y) = -q_m - \rho H_0 h_r e^{-y/h_r}.$$

In superficie

$$q_0 = -q(y = 0) = q_m + \rho H_0 h_r$$

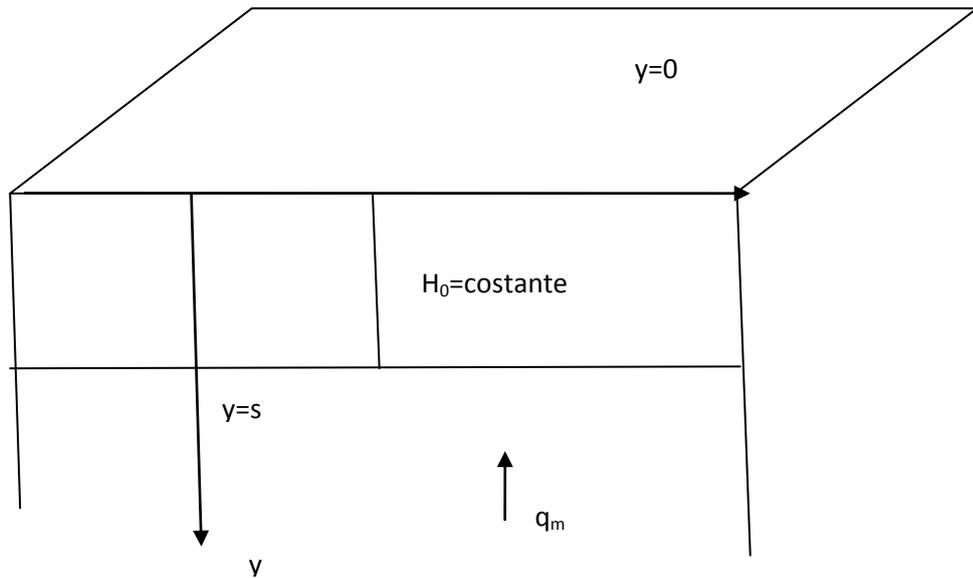
Il flusso di calore superficiale dipende, quindi, linearmente dal tasso di produzione di calore superficiale per unità di volume  $\rho H_0$ . Questa caratteristica si ritrova nei dati sperimentali, come discusso nel precedente capitolo.

Si definisce provincia geotermica una regione continentale caratterizzata da un valore comune di intercetta e pendenza della retta.

## 2.2 Modello uniforme

Il modello esponenziale non è l'unico con il quale è possibile ottenere una relazione di linearità consistente con i dati sperimentali. Un altro modello possibile è quello uniforme, secondo cui il calore radiogenico è prodotto all'interno di uno strato omogeneo di spessore  $s$  e che al di sotto dello strato

contenente gli elementi radioattivi, vi sia un flusso di calore  $q_m$  proveniente dall'interno della Terra e diretto verso l'alto (figura 22).



**Figura 22-** Modello di litosfera continentale in cui si ipotizza l'esistenza di una sorgente di calore radiogenico uniforme.

L'equazione da risolvere è

$$k \frac{d^2 T}{dy^2} + \rho H_0 = 0$$

Integrando una prima volta l'equazione, si ottiene l'espressione per il flusso di calore

$$-q(y) + \rho H_0 y = c$$

La costante di integrazione  $c$  si ottiene imponendo che  $q(y = s) = -q_m$

$$c = \rho H_0 s + q_m$$

L'espressione finale del flusso è allora

$$q(y) = \rho H_0 (y - s) - q_m$$

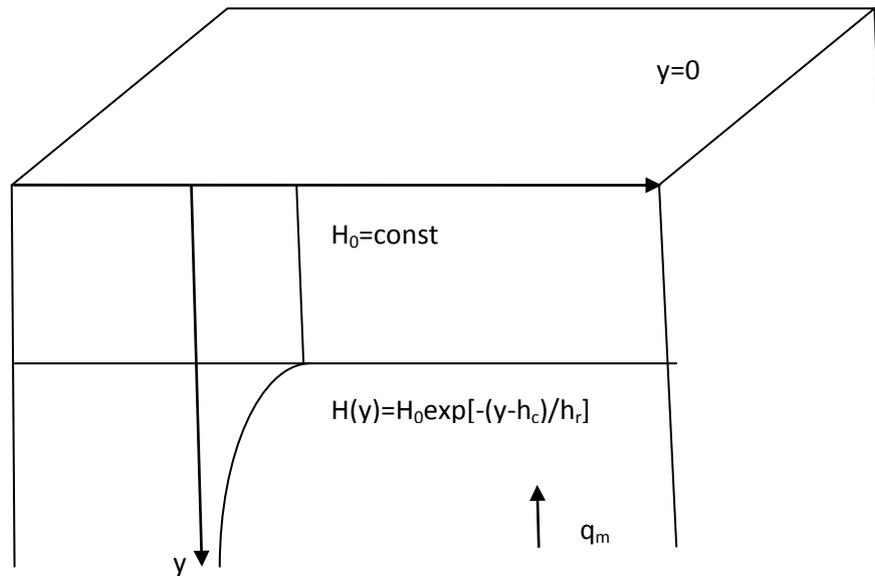
In superficie

$$q_0 = -q(y = 0) = \rho H_0 s + q_m$$

Quindi, anche per il modello uniforme la relazione tra calore superficiale e tasso di produzione volumetrico è di linearità.

### 2.3 Composizione dei modelli

Considero un modello in cui la litosfera è suddivisa in due strati. Nel primo strato di spessore  $h_c$  la produzione radiogenica  $H_0$  è costante, mentre nel secondo, che è un semispazio, diminuisce in maniera esponenziale con una costante di decadimento  $h_r$ . Alla base della litosfera si ha un flusso di calore  $q_m$ , rappresentante il contributo proveniente dal mantello superiore, diretto verso l'alto (**figura 23**). Ipotizziamo per semplicità, inoltre, che i due strati abbiano la stessa conduttività termica ( $k_1=k_2=k$ ) e la stessa densità ( $\rho_1=\rho_2=\rho$ ).



**Figura 23-** Modello di litosfera continentale costituita da due strati, ipotizzando una produzione di calore radiogenica costante nel primo strato e una diminuzione esponenziale nel secondo.

Si consideri l'equazione di conduzione del calore unidimensionale e stazionaria in ciascuno strato:

$$\begin{cases} k \frac{d^2 T}{dy^2} + \rho H_0 = 0 & y \in [0, h_c] \\ k \frac{d^2 T}{dy^2} + \rho H_0 e^{-\frac{y-h_c}{h_r}} = 0 & y > h_c \end{cases}$$

Per ottenere l'espressione per il flusso di calore basta integrare una prima volta il sistema e ricordare la formula di Fourier:

$$\begin{cases} -q_1(y) + \rho H_0 y = c_1 \\ -q_2(y) - h_r \rho H_0 e^{-\frac{y-h_c}{h_r}} = c_2 \end{cases}$$

Determino  $c_2$  imponendo nella seconda equazione la seguente condizione:

$$q_2(y \rightarrow \infty) = -q_m$$

Ed ottengo  $c_2=q_m$ .

Sfruttando ora la continuità del flusso sulla superficie di separazione tra i due strati  $q_1(y=h_c)=q_2(y=h_c)$ , trovo l'espressione per la costante  $c_1$ :

$$c_1 = h_r \rho H_0 + \rho H_0 h_c + q_m$$

Il sistema può essere infine scritto come segue:

$$\begin{cases} -q_1(y) = -\rho H_0 y + h_r \rho H_0 + \rho H_0 h_c + q_m & y \in [0, h_c] \\ -q_2(y) = h_r \rho H_0 e^{-\frac{y-h_c}{h_r}} + q_m & y > h_c \end{cases}$$

Il flusso di calore superficiale è, anche in questo modello, legato linearmente al tasso di produzione di calore volumetrico

$$q_0 = -q_1(y=0) = \rho H_0 (h_r + h_c) + q_m.$$

E' possibile pensare a diversi altri modelli che implicino una relazione lineare tra flusso di calore superficiale e produzione radiogenica. Un criterio per decidere se un modello è accettabile oppure no è che il modello deve conservare la dipendenza da  $y$  della temperatura anche con l'azione di erosione e sedimentazione. Questo perché i due processi sono in azione da un tempo paragonabile a quello necessario per raggiungere condizioni stazionarie nell'equazione del calore. Si può facilmente dimostrare che i modelli considerati verificano questa condizione.

Nella seguente tabella sono riassunti i risultati trovati. Per ciascuna provincia analizzata vengono indicati il valore del flusso sublitosferico  $q_m$  e il valore dello spessore caratteristico dello strato radiogenico  $h$ . Inoltre, ho calcolato il valore del flusso superficiale medio in ciascuna provincia, in maniera tale da potere ricavare una stima del contributo radiogenico nei casi analizzati.

|                           | <b>Area geografica</b>           | <b>q<sub>m</sub> (mW/m<sup>2</sup>)</b> | <b>h (km)</b> | <b>Flusso medio (mW/m<sup>2</sup>)</b> |
|---------------------------|----------------------------------|-----------------------------------------|---------------|----------------------------------------|
|                           | <b>Nuova Zelanda</b>             | 37.9±22.6                               | 18.5±10.7     | 75.7±5.8                               |
| <b>Australia</b>          | <b>Provincia 1</b>               | 88.1±15.0                               | 0.4±2.9       | 89.9±7.2                               |
|                           | <b>Provincia 2</b>               | 33.1±2.6                                | 2.6±0.7       | 40.2±2.7                               |
|                           | <b>Provincia 3</b>               | 9.4±14.3                                | 28.1±5.8      | 75.0±7.8                               |
| <b>Canada</b>             | <b>Provincia orientale</b>       | 43.7±3.0                                | 9.3±1.2       | 62.5±4.5                               |
|                           | <b>Provincia centrale</b>        | 38.4±3.0                                | 5.3±1.7       | 45.5±2.4                               |
|                           | <b>Provincia sud-occidentale</b> | 70.3±5.7                                | 1.3±3.1       | 72.4±2.8                               |
| <b>USA</b>                | <b>Provincia occidentale</b>     | 85.2±5.8                                | 2.2±2.7       | 89.1±3.2                               |
|                           | <b>Provincia Orientale</b>       | 45.2±2.2                                | 4.0±0.9       | 52.8±1.4                               |
| <b>Confine Canada-USA</b> | <b>Zona centrale</b>             | 42.2±3.4                                | 4.5±1.9       | 48.6±2.1                               |
|                           | <b>Costa orientale</b>           | 44.3±2.2                                | 5.3±1.0       | 54.4±1.5                               |

**Tabella 3-** Riepilogo dei valori del flusso sublitosferico  $q_m$  e dello spessore caratteristico dello strato radiogenico  $h$  per ciascuna provincia geotermica analizzata. Per ciascuna provincia è indicato anche il valore medio del flusso di calore superficiale.

## Conclusioni

Scopo di questa tesi è illustrare alcuni modelli del flusso di calore superficiale continentale basati su diverse distribuzioni degli isotopi radioattivi nella litosfera, per poi fare un riscontro con i dati sperimentali.

Nel capitolo 1 è stata sottolineata l'importanza del fenomeno della radioattività nell'ammontare del flusso di calore superficiale terrestre nelle aree continentali. È stata anche effettuata una analisi dei dati sperimentali in alcune aree continentali. Si osservano in tutte le aree considerate dei trend del tipo  $q_0=A+B\rho H_0$ .

Ipotizzando che la trasmissione del calore nella litosfera avvenga esclusivamente attraverso il fenomeno della conduzione, e usando le ipotesi di stazionarietà e di unidimensionalità, sono stati costruiti tre possibili modelli per la distribuzione degli isotopi radioattivi nella litosfera: un modello esponenziale, uno uniforme e infine una composizione dei due.

Nei tre modelli analizzati sono state trovate delle relazioni di linearità tra il flusso di calore superficiale  $q_0$  e la produzione di calore radiogenica volumetrica  $\rho H_0$ . Le relazioni trovate sono illustrate nella tabella 4.

| <b>MODELLO<br/>ESPONENZIALE</b> | <b>MODELLO<br/>UNIFORME</b> | <b>COMPOSIZIONE DEI<br/>DUE MODELLI</b> |
|---------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------------|
| $q_0=q_m+\rho H_0 h_r$          | $q_0=q_m+\rho H_0 s$        | $q_0=q_m+\rho H_0 (h_r+h_c)$            |

**Tabella 4**-Espressioni del flusso di calore superficiale nei diversi modelli.

In particolare, si osserva che in tutti i modelli l'intercetta della retta è rappresentata dal flusso di calore sublitosferico  $q_m$ , che pertanto avrà lo stesso valore, qualunque sia il modello considerato. La pendenza della retta (cioè il coefficiente di  $\rho H_0$ ) rappresenta invece lo spessore caratteristico  $h$  dello strato radiogenico.

Nella tabella 3 sono stati riassunti i risultati trovati per ciascun modello e in ciascuna delle regioni analizzate.

L'analisi effettuata ha consentito la suddivisione dei territori in province geotermiche, dove per provincia geotermica si intende un'area in cui apparentemente c'è una relazione di linearità tra il flusso di calore superficiale e la produzione di calore radiogenica caratterizzata da valori specifici dei parametri della retta.

Drury (1987) ha messo in discussione l'esistenza delle province geotermiche sottolineando che i valori di flusso profondo e spessore radiogenico delle varie province sono tutti consistenti quando si considerano gli errori sulle stime. Per questo motivo in questo lavoro i dati sono stati raggruppati per macroaree tettoniche più che per valori dei parametri dei trend. Per esempio, nella parte occidentale degli Stati Uniti c'è la zona della Sierra Nevada che è caratterizzata da valori differenti dei parametri del trend rispetto a quelli della costa. Ma i valori risultano consistenti entro gli errori.

Il contesto tettonico non sembra avere grande influenza sui parametri dei trend. Per esempio, Canada e Australia, le aree più antiche presenti sulla Terra, hanno valori dei parametri diversi, indicando probabilmente che più che la situazione attuale, sul flusso di calore gioca l'evoluzione tettonica passata. Per inciso, notiamo che nella divisione che ho adottato è possibile distinguere delle province geotermiche, e che quindi il concetto di provincia è valido, ma non può essere applicato ad aree troppo specifiche. Questo almeno finché il numero di misure non crescerà significativamente, in quanto uno dei problemi che ho riscontrato è che la copertura dei dati è molto irregolare. Per esempio, ci sono 256 record completi per gli USA, solo 12 per il Brasile e solo 53 per l'intera Africa.

Infine, un altro risultato è che mediamente, per i dati da me analizzati, il contributo al flusso di calore superficiale del flusso di calore profondo è di circa il 75% circa. Quindi il calore radiogenico fornisce la restante parte del flusso, giustificando la necessità di includere questo fattore in qualunque modello termico della litosfera e del mantello inferiore.

## Bibliografia

Andrews D.G., *An introduction to atmospheric physics*, Cambridge University Press, Cambridge (UK), 2000, pagina 229.

Bosellini A., *Le scienze della terra*, Italo Bovolenta editore, 1988, pagine 41-54.

Drury M., *Physics of Earth and planetary interiors*, volume 49, issues 1-2, Novembre 1987, pagine 78-96.

Lederer C.M., Hollander J.M., Perlman I., *Table of Isotopes*, 6<sup>th</sup> ed., New York, Wiley&Sons, 1968.

Lowrie W., *Fundamentals of Geophysics*, 2<sup>nd</sup> ed., Cambridge University Press, 2007, pagine 178-202.

Pfenning G., Magill J., Dreher R., Soti Z., *Karlsruher Nuklidkarte*, 8<sup>th</sup> ed., Nucleonica, 2012, ISBN 92-79-02175-3.

Turcotte D. L., Schubert G., *Geodynamics*, 2<sup>nd</sup> ed., Cambridge University Press, 2002, ISBN 0-521-66186-2, pagine 237-352.

Vallega A., *IL mondo attuale, l'Australia e l'Oceania*, UTET Torino, 1984.

<https://engineering.und.edu/research/global-heat-flow-database/> , Heat Flow Commission, Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior.

<https://science.ubc.ca/news/geologists-find-lost-fragment-ancient-continent-canada%E2%80%99s-north>, *Geologists find lost fragment of ancient continent in Canada's North*, Scienze, ubc. Ca, 19 Marzo 2020, the University of British Columbia.