

Università degli Studi di Napoli “Federico II”

Scuola Politecnica e delle Scienze di Base
Area Didattica di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Dipartimento di Fisica “Ettore Pancini”



Laurea triennale in Fisica

Tecniche di raffreddamento di gas monoatomici alcalini

Relatori:

Prof. Carmine Antonio Perroni

Candidato:

Davide Iazzetta

Matricola N85000590

A.A. 2019/2020

Indice

Introduzione	3
1 Influenza della luce laser sugli atomi	5
1.1 Interazione dell'atomo col campo elettrico: polarizzabilità.....	7
1.1 Forze agenti su un atomo in un campo laser.....	11
2 Tecniche di raffreddamento di atomi alcalini	13
2.1 Raffreddamento Doppler.....	13
2.2 Raffreddamento Sisifo.....	16
2.3 Raffreddamento Evaporativo.....	21
2.3.1 <i>Evaporazione a radiofrequenze</i>	22
2.3.2 <i>Analisi del raffreddamento</i>	23
3 Conclusioni	26

Introduzione

Quando un atomo o una molecola interagiscono con un raggio di fotoni, dalla radiazione assorbita od emessa si possono ottenere importanti informazioni sull'atomo o sulla struttura molecolare. Questo fenomeno è ampiamente sfruttato nel campo della spettroscopia, ma non è l'unica conseguenza di tale interazione. È infatti possibile utilizzare opportuni fasci di fotoni per manipolare atomi o molecole soggette a studio, costringendoli, ad esempio, in una particolare distribuzione di livelli energetici, diversa da quella di equilibrio termodinamico. Il processo che è alla base di questa manipolazione è quello della *pressione di radiazione* esercitata dalla luce sulla materia. Nel diciassettesimo secolo, Keplero suppose che la repulsione della coda delle comete da parte del sole fosse causata da una pressione di radiazione. Sebbene la spiegazione odierna di questo fenomeno sia più complessa, quell'idea pose attenzione su un effetto significativo. L'interpretazione moderna della pressione di radiazione si basa sulla teoria dell'elettromagnetismo proposta da Maxwell nel 1873 e sul concetto di *fotoni*, introdotto da Einstein nel 1905. Un fotone di energia $E = h\nu$ possiede una quantità di moto \mathbf{p}_γ di modulo $p = E/c$ diretta lungo la direzione di propagazione del raggio di luce; quando un fotone urta un atomo, quest'ultimo subisce un rinculo $\mathbf{p}_R = \mathbf{p}_\gamma - \mathbf{p}_\gamma'$ dove \mathbf{p}_γ' è la quantità di moto del fotone dopo l'urto. Sebbene i singoli urti tra atomi e fotoni risultino in variazioni molto piccole della velocità atomica, gli effetti di questo processo possono diventare significativi se la frequenza delle collisioni viene aumentata. Questa condizione è realizzabile scegliendo una frequenza della luce incidente vicina a quella di risonanza dello spettro atomico $\nu_{ef} = (E_e - E_f)/h$, così che i fotoni incidenti vengano assorbiti.

La prima dimostrazione sperimentale dell'azione della luce sul moto atomico fu realizzata da Robert Frisch nel 1933, il quale osservò la deflessione di un raggio di sodio con velocità media di ~ 900 m/s eccitato lateralmente per risonanza tramite una lampada al sodio. La deflessione registrata corrispondeva a una variazione della velocità di ~ 3 cm/s per singolo assorbimento, insufficiente al fine di manipolare gli atomi in maniera utile. La situazione raggiunse un punto di svolta con l'avvento dei laser. Nel 1987, in un articolo sulla rivista *PHYSICS TODAY*, Wineland e Wayne Itano presentarono i principi del laser cooling e le sue possibili applicazioni, tecnica inizialmente suggerita indipendentemente da Theodor Hansch ed Arthur Schawlow per atomi neutri e da David Wineland e Hans Dehmelt per ioni in trappola ionica[6]. Tale tecnica sfrutta lo scambio di quantità di moto tra fotoni ed atomi per controllarne i gradi di libertà del centro di massa e quindi ridurne l'energia cinetica. Negli anni, le temperature raggiunte sono arrivate ad essere dell'ordine del μK , portando, nel 1995, alla realizzazione del primo condensato di Bose-Einstein.

In questa tesi verranno presentate le tecniche di raffreddamento di gas monoatomici alcalini che hanno avuto fondamentale importanza nello sviluppo

della fisica delle basse temperature, presentandone semplici modelli, limiti di funzionamento e risultati ottenuti. A tal scopo viene proposto un approfondimento sull'interazione di un atomo a due livelli con un campo di radiazione laser, con l'obiettivo di estrapolare le grandezze fondamentali che intervengono nei processi di raffreddamento.

La tesi è articolata in due capitoli:

- Nel capitolo uno si è fatto uno studio dell'interazione del campo laser con un atomo, presentando alcuni valori per le grandezze caratteristiche nel caso di un atomo di sodio.
- Nel capitolo due si presentano tre principali tecniche di raffreddamento nell'ambito del *laser cooling*, con il raffreddamento Doppler e l'effetto Sisifo, e dell'*evaporative cooling*, con l'evaporazione a radiofrequenze.

Capitolo 1

Influenza della luce laser sugli atomi

Numerosi esperimenti su nuvole di gas diluiti sfruttano le forze agenti sugli atomi nei campi di radiazione laser. L'utilizzo di tali forze, legate agli shift energetici degli atomi, è alla base delle tecniche di laser cooling ed intrappolamento ottico, pertanto la loro analisi è di fondamentale importanza nella comprensione di questi processi. Un esperimento classico che ci introduce all'argomento è quello del rallentamento per effetto Zeeman. Tale esperimento consiste nel rallentare un raggio di atomi, ad esempio di sodio, che passa attraverso un rallentatore Zeeman, apparato sperimentale che vede largo utilizzo nel campo dell'ottica quantistica. Se consideriamo una nuvola di sodio preriscaldato a 600 K, gli atomi del gas fuoriescono dal forno che li contiene a una velocità di circa 800 m/s che, passando attraverso il rallentatore, si riduce a circa 30 m/s corrispondente a una temperatura di circa 1 K. Nel rallentatore gli atomi vengono investiti da un raggio laser che si propaga nella direzione opposta rispetto a quella del loro moto, per cui la forza generata dall'assorbimento dei fotoni ritarda gli atomi di sodio. A causa di questo rallentamento, e quindi per effetto Doppler, la frequenza di transizione dell'atomo nel Sistema di riferimento del laboratorio, non è costante, per cui è necessario introdurre un campo magnetico non omogeneo realizzato in modo da bilanciare gli effetti Doppler e Zeeman, così che la frequenza di transizione, nel sistema di riferimento dell'atomo, risulti costante. Una volta raffreddati a sufficienza, gli atomi emergenti dal rallentatore Zeeman vengono catturati da una trappola magneto-ottica, dove, sempre per interazione con radiazione laser, sono ulteriormente raffreddati a una temperatura dell'ordine delle centinaia di μK . In

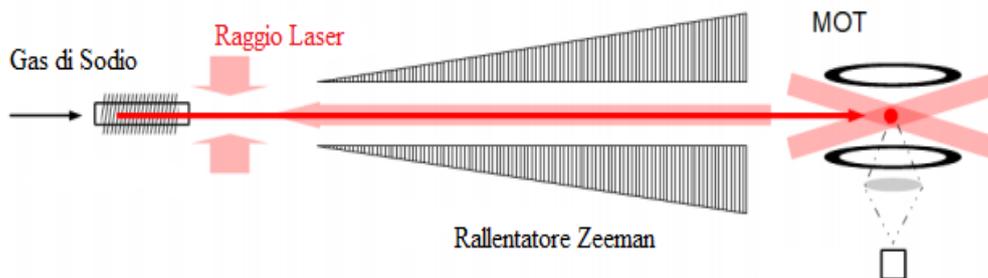


Figura 1.1.[8] Rappresentazione elementare di un esperimento sul raffreddamento e successiva cattura di atomi di Sodio.

altre varianti di questo esperimento è possibile inserire ulteriori MOTs (magneto-optical traps), per poi raggiungere la condensazione di Bose-Einstein, o ricorrere a laser modulati in frequenza (tecnica del “chirping”) per risolvere i problemi legati all’effetto Doppler. In ognuno di questi casi risulta essenziale un’analisi delle forze agenti sugli atomi e la loro relazione con la frequenza dei fotoni interagenti. Prima di ottenere l’espressione della forza, però, consideriamo gli effetti dell’interazione col campo sull’Hamiltoniana dell’atomo. Come introduzione alle considerazioni che stiamo per fare, vengono qui proposte alcune scale energetiche caratteristiche del problema.

Siccome le energie d’interazione col campo magnetico $\mu_B B$ e $\mu_N B$ differiscono per tre ordini di grandezza, l’interazione dello spin nucleare col campo magnetico esterno può generalmente essere trascurata. Lo splitting di struttura iperfine ΔE_{hf} , invece, risulta comparabile con $\mu_B B$ per $B \sim 0,1T$. Per quanto riguarda, invece, le transizioni tra i livelli energetici che vengono sfruttate nei processi di raffreddamento laser, queste sono caratterizzate da gap energetici dell’ordine dell’eV, in particolare, le due linee di risonanza del sodio per le transizioni dal livello 3p a quello 3s con lunghezze d’onda di 589,0 nm e 589,6 nm, causate dall’accoppiamento spin-orbita, corrispondono a energie di risonanza $\Delta E_{res} \sim 2,1eV$. Un’altra grandezza che gioca un ruolo fondamentale nei processi di raffreddamento è la frequenza di decadimento dell’atomo da uno stato eccitato $|e\rangle$, di cui forniamo un’espressione ottenibile utilizzando un approccio perturbativo fermato al secondo ordine[2],

$$\Gamma_e \approx \frac{2 e^2 \omega_{res}^2}{3 \hbar c^3 m_e}, \quad (1.1)$$

Quantity	Energy (eV)	Frequency (Hz)	Temperature (K)
ΔE_{res}	2.1	5.1×10^{14}	2.4×10^4
ΔE_{so}	2.1×10^{-3}	5.2×10^{11}	2.5×10^1
ΔE_{hf}	7.3×10^{-6}	1.8×10^9	8.5×10^{-2}
$\mu_B B$	5.8×10^{-6}	1.4×10^9	6.7×10^{-2}
$\hbar \Gamma_e$	4.1×10^{-8}	1.0×10^7	4.8×10^{-4}
$\mu_N B$	3.2×10^{-9}	7.6×10^5	3.7×10^{-5}

Tabella 1.1[2] Energie caratteristiche E_i valutate per un atomo di sodio, insieme alle frequenze E_i/h e alle temperature E_i/k_B . La quantità ΔE_{res} è l’energia di risonanza legata alla transizione $3p \rightarrow 3s$, ΔE_{so} è lo splitting spin-orbita nel doppietto $3p$, ΔE_{hf} è lo splitting di struttura iperfine nello stato fondamentale, $\hbar \Gamma_e$ è la larghezza della linea di risonanza, e $\mu_B B$ e $\mu_N B$ sono le energie Zeeman d’interazione, per un campo magnetico di $0,1T$.

1.1 Interazione dell'atomo col campo elettrico: polarizzabilità.

Quando un atomo è soggetto a un campo elettrico \mathcal{E} acquisisce un momento di dipolo elettrico il cui valore di aspettazione $\langle \mathbf{d} \rangle$ è legato alla polarizzabilità dalla relazione

$$\langle \mathbf{d} \rangle = \alpha \mathcal{E}. \quad (1.2)$$

Più in generale la polarizzabilità è un tensore, ma per atomi il cui stato fondamentale è non degenere, come ad esempio l'idrogeno o gli alcalini, che hanno stati fondamentali di tipo s , α diventa uno scalare, siccome non dipende dalla direzione del campo.

Gli shift energetici di un atomo in un campo elettrico possono essere valutati utilizzando la teoria delle perturbazioni. In particolare, in un campo elettrico uniforme spazialmente rispetto alle dimensioni dell'atomo, l'interazione può essere trattata in approssimazione di dipolo e l'Hamiltoniana d'interazione si scrive

$$H' = -\mathbf{d} \cdot \mathcal{E}. \quad (1.3)$$

In un campo statico, la variazione ΔE_f allo stato fondamentale è data da

$$\Delta E_f = - \sum_e \frac{|\langle e | H' | f \rangle|^2}{E_e - E_f} = -\frac{1}{2} \alpha \mathcal{E}^2, \quad (1.4)$$

dove

$$\alpha = - \frac{\partial^2 \Delta E_f}{\partial \mathcal{E}^2} = 2 \sum_e \frac{|\langle e | \mathbf{d} \cdot \hat{\epsilon} | f \rangle|^2}{E_e - E_f} \quad (1.5)$$

è la polarizzabilità atomica, $\hat{\epsilon}$ è il versore nella direzione del campo elettrico e con e ed f abbiamo inteso rispettivamente lo stato eccitato e quello fondamentale. Per l'idrogeno è possibile calcolare esattamente la polarizzabilità: $\alpha_H = 9a_0^3/2$, dove $a_0 = \hbar^2/m_e e_0^2$ è il raggio di Bohr.

Per estendere la trattazione ad un campo elettrico che varia nel tempo con frequenza ω , esprimiamo il campo come [2] $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}_\omega e^{-i\omega t} + \mathcal{E}_{-\omega} e^{i\omega t}$, dove i termini

$\mathcal{E}_\omega e^{-i\omega t}$ e $\mathcal{E}_{-\omega} e^{i\omega t}$ corrispondono rispettivamente all'assorbimento di un fotone e alla sua emissione. Di conseguenza, l'Hamiltoniana d'interazione diventa

$$H' = -\mathbf{d} \cdot \mathcal{E}_\omega e^{-i\omega t} - \mathbf{d} \cdot \mathcal{E}_{-\omega} e^{i\omega t}, \quad (1.6)$$

con la condizione

$$\mathcal{E}_{-\omega} = \mathcal{E}_\omega^* \quad (1.7)$$

siccome il campo elettrico è reale.

Espandendo quindi la funzione d'onda ψ , soluzione dell'equazione di Schrödinger per l'Hamiltoniana dell'atomo perturbato, in termini delle autofunzioni u_e di Hamiltoniana imperturbata,

$$\psi = \sum_e a_e u_e e^{-iE_e/\hbar}, \quad (1.8)$$

si ottengono le relazioni che legano i coefficienti a_e dell'espansione,

$$i\hbar \dot{a}_e = \sum_k \langle e|H'|k\rangle a_k(t) e^{i\omega_{ek}t}, \quad (1.9)$$

dove $\omega_{ek} = (E_e - E_k)/\hbar$.

Considerando un atomo inizialmente preparato nell'autostato fondamentale f dell'Hamiltoniana imperturbata, ed immaginando che la perturbazione cominci in un istante $t = 0$, i coefficienti di espansione a_e con $e \neq f$ si ottengono sostituendo ad a_k il suo valore a perturbazione assente δ_{kf} , e poi integrando la (1.9).

$$a_e^{(1)} = -\frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt' \left(\langle e|\mathbf{d} \cdot \mathcal{E}_\omega|f\rangle e^{i(\omega_{ef}-\omega)t'} + \langle e|\mathbf{d} \cdot \mathcal{E}_{-\omega}|f\rangle e^{i(\omega_{ef}+\omega)t'} \right), \quad (1.10)$$

che, per $\omega \neq \omega_{ef} \forall e$, restituisce

$$a_e^{(1)} = \frac{\langle e|\mathbf{d} \cdot \mathcal{E}_\omega|f\rangle}{\hbar} \cdot \frac{e^{i(\omega_{ef}-\omega)t} - 1}{\omega_{ef} - \omega} + \frac{\langle e|\mathbf{d} \cdot \mathcal{E}_{-\omega}|f\rangle}{\hbar} \cdot \frac{e^{i(\omega_{ef}+\omega)t} - 1}{\omega_{ef} + \omega}. \quad (1.11)$$

Infine, per ottenere gli shift energetici ΔE_f , scriviamo i coefficienti dello sviluppo come $a_f = e^{i\phi_f}$, dove ϕ_f è una fase complessa, e inseriamo l'espressione ottenuta per $a_e^{(1)}$ nella (1.8)

$$\begin{aligned}
& \hbar \dot{\phi}_f e^{-i\phi_f} = \langle f | -\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_\omega e^{-i\omega t} - \mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{-\omega} e^{i\omega t} | f \rangle \\
& + \sum_{e \neq f} \frac{e^{-i\omega_{ef}t}}{\hbar} \left[\langle f | \mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_\omega | e \rangle \frac{e^{i(\omega_{ef}+\omega)t} - 1}{\omega_{ef} + \omega} \langle e | \mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{-\omega} | f \rangle \right. \\
& \left. + \langle f | \mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{-\omega} | e \rangle \frac{e^{i(\omega_{ef}-\omega)t} - 1}{\omega_{ef} - \omega} \langle e | \mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_\omega | f \rangle \right]. \tag{1.12}
\end{aligned}$$

L'elemento di matrice che è primo termine del secondo membro dell'equazione, scompare in quanto lo stato fondamentale dell'atomo è autostato dell'operatore parità. Inoltre, siccome lavoriamo in approssimazione di dipolo, è possibile considerare $e^{-i\phi_f} = 1$.

Gli shift energetici sono dati dal valor medio calcolato rispetto al tempo della velocità con cui la fase ϕ_f , dello stato fondamentale, varia, moltiplicato per un fattore di \hbar .

$$\begin{aligned}
& \Delta E_f = -\hbar \langle \dot{\phi}_f \rangle_t \\
& = \sum_e \left[\langle f | \mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_\omega | e \rangle \frac{1}{\hbar\omega_{ef} + \hbar\omega} \langle e | \mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{-\omega} | f \rangle \right. \\
& \left. + \langle f | \mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{-\omega} | e \rangle \frac{1}{\hbar\omega_{ef} - \hbar\omega} \langle e | \mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_\omega | f \rangle \right] \\
& = \sum_e |\langle e | \mathbf{d} \cdot \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} | f \rangle|^2 \left(\frac{1}{E_e - E_f - \hbar\omega} + \frac{1}{E_e - E_f + \hbar\omega} \right) |\boldsymbol{\varepsilon}_\omega|^2 \\
& = -\frac{1}{2} \alpha(\omega) \langle \mathcal{E}(\mathbf{r}, t)^2 \rangle_t, \tag{1.13}
\end{aligned}$$

dove si è fatto utilizzo della condizione (1.7) sul campo elettrico, e si è considerata la relazione $E_e - E_f = \hbar\omega_{ef}$ tra il gap energetico $E_e - E_f$ e l'energia trasportata dal fotone di frequenza ω_{ef} responsabile della transizione tra i due livelli.

La polarizzabilità dinamica è data da

$$\begin{aligned}
\alpha(\omega) & = \sum_e |\langle e | \mathbf{d} \cdot \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} | f \rangle|^2 \left(\frac{1}{E_e - E_f - \hbar\omega} + \frac{1}{E_e - E_f + \hbar\omega} \right) \\
& = \sum_e \frac{2(E_e - E_f) |\langle e | \mathbf{d} \cdot \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} | f \rangle|^2}{(E_e - E_f)^2 - (\hbar\omega)^2}, \tag{1.14}
\end{aligned}$$

che comparata con la (1.4) mostra l'accordo col caso statico, in quanto l'unica differenza tra le due espressioni sono i termini $\pm\hbar\omega$, legati alla dipendenza del campo elettrico dal tempo. Nei processi di raffreddamento laser, però, gioca un ruolo fondamentale la modulazione della frequenza del campo elettrico attorno a quella di risonanza atomica, in quanto la forza esercitata dal campo sull'atomo cresce rapidamente quando la pulsazione ω si avvicina a quella di transizione ω_{ef} .

Per cui è possibile riscrivere $\alpha(\omega)$ trascurando il termine col denominatore maggiore,

$$\alpha(\omega) \approx \frac{|\langle e|\mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{e}}|f\rangle|^2}{E_e - E_f - \hbar\omega}, \quad (1.15)$$

dove è sopravvissuto solo il termine legato alla transizione concessa da ω .

Fino ad ora non abbiamo ancora considerato la possibilità che l'atomo possa decadere da uno stato eccitato per emissione di un fotone. È quindi necessario migliorare il nostro modello, e a tale scopo estrapoliamo la dipendenza temporale dello stato eccitato legato all'energia E_e , $\exp(-iE_e t)$. Se tale stato ha un tempo di vita stimato di $1/\Gamma_e$, allora è necessario aggiungere una componente reale $\exp\left(-\frac{\Gamma_e}{2}t\right)$ alla dipendenza temporale, che si traduce come un contributo immaginario all'energia dello stato[2]. Per cui la polarizzabilità diventa

$$\alpha(\omega) = \alpha'(\omega) + i\alpha''(\omega), \quad (1.16)$$

dove

$$\alpha'(\omega) = \frac{(E_e - E_f - \hbar\omega)|\langle e|\mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{e}}|f\rangle|^2}{(E_e - E_f - \hbar\omega)^2 + (\hbar\Gamma_e/2)^2} \quad (1.16.1)$$

è la parte reale di α , mentre

$$\alpha''(\omega) = \frac{\hbar\Gamma_e/2 |\langle e|\mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{e}}|f\rangle|^2}{(E_e - E_f - \hbar\omega)^2 + (\hbar\Gamma_e/2)^2} \quad (1.16.2)$$

è la parte immaginaria. Allo stesso modo, anche gli shift energetici legati allo stato fondamentale sono generalizzati come quantità complesse

$$\Delta E_f = V_f - i\hbar\Gamma_f/2, \quad (1.17)$$

con

$$V_f = -\frac{1}{2}\alpha'(\omega) \langle \mathcal{E}(\mathbf{r}, t)^2 \rangle_t \quad (1.17.1)$$

e

$$\Gamma_f = \frac{1}{\hbar}\alpha''(\omega) \langle \mathcal{E}(\mathbf{r}, t)^2 \rangle_t. \quad (1.17.2)$$

Tali shift hanno la forma di un potenziale efficace che agisce sull'atomo, la cui parte reale è responsabile dello shift energetico dello stato fondamentale, mentre quella

immaginaria, è legata al tempo di eccitamento dallo stato fondamentale indotto dall'assorbimento di un fotone.

Dalla trattazione sviluppata finora è evidente che la polarizzabilità α gioca un ruolo fondamentale in tutte le grandezze che abbiamo ricavato, cosa che si evince particolarmente dall'espressione del potenziale efficace. In α appare la dipendenza da ω , che è esprimibile in termini del *detuning* $\delta \equiv \omega - \omega_{ef}$, detto *blue detuning* nel caso sia positivo e *red detuning* nel caso sia negativo, e l'elemento di matrice $|\langle e|\mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{e}}|f\rangle|$.

Per quanto riguarda la condizione di validità per la teoria perturbativa utilizzata finora, la miscela di stati eccitati in quelli fondamentali deve risultare molto piccola. Tale miscela risulta essere dell'ordine dell'elemento di matrice dell'Hamiltoniana d'interazione diviso l'energia d'eccitazione degli stati intermedi. Tale denominatore risulta essere dell'ordine di $|\hbar(\omega_{ef} - \omega)| = \hbar|\delta|$. Per cui, la condizione di validità per la teoria perturbativa è $|\langle e|\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}_\omega|f\rangle| \ll \hbar(\delta^2 + \Gamma_e^2/4)^{1/2}$.

1.2 Forze agenti su un atomo in un campo laser

Abbiamo visto come gli shift energetici generati dall'interazione col campo elettrico possano essere interpretati come un potenziale efficace in cui l'atomo è immerso. Questa rappresentazione del fenomeno viene chiamata *dressed atom picture*[2], siccome i termini energetici di interesse sono quelli dell'atomo accompagnato dalla perturbazione.

Nel calcolo della forza, dunque, prendiamo in considerazione la parte reale del potenziale efficace che abbiamo ottenuto in approssimazione di dipolo. Nel caso in cui il campo vari rispetto alla posizione, gli shift energetici generati dal campo variabile danno origine a una forza

$$F_d = -\nabla V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \alpha'(\omega) \nabla \langle \mathcal{E}(\mathbf{r}, t)^2 \rangle_t. \quad (1.18)$$

Questa forza, detta *forza di dipolo*, è legata all'interazione che ha il campo elettrico variabile spazialmente con l'atomo polarizzato. È chiaro che anche i termini di ordine successivo rispetto a quelli di dipolo danno origine a forze, ma in generale, nei limiti in cui ci siamo posti per la validità della teoria perturbativa, tali forze possono essere trascurate[2]. Per quanto riguarda il verso del momento di dipolo, sappiamo che per frequenze minori di quella di transizione la polarizzabilità risulta positiva, per cui il momento di dipolo è nella stessa direzione del campo elettrico. Alternativamente, per valori più alti della frequenza il momento di dipolo assume direzione opposta. Si osservi però che per valori di frequenze immediatamente vicini a quelli di transizione, e quindi in condizione di risonanza, l'intensità della forza può essere $\omega_{ef}\Gamma_e$ volte quella del campo elettrico, com'è possibile osservare

confrontando la (1.18) con la (1.17), e per valori di ω subito inferiori rispetto a quelli di risonanza la forza è diretta verso regioni a campo elettrico più intenso, mentre per valori subito superiori, a regioni in cui il campo lo è di meno. Questo andamento, attorno alla frequenza di risonanza, può essere trattato classicamente confrontandolo col moto di un elettrone sottoposto a un potenziale armonico sotto l'influenza di un campo elettrico \mathcal{E} . Se il momento di dipolo è dato da $\mathbf{d} = -e\mathbf{r}$, dove \mathbf{r} rappresenta la coordinata dell'elettrone, l'equazione del moto si scrive

$$\frac{d^2\mathbf{d}}{dt^2} + \omega_0^2\mathbf{d} = \frac{e^2}{m_e}\mathcal{E}, \quad (1.19)$$

dove ω_0 rappresenta la frequenza di oscillazione del moto armonico. Se il campo elettrico ha una dipendenza temporale del tipo $\exp(-i\omega t)$ anche il momento di dipolo esibirà lo stesso andamento. Per cui

$$(-\omega^2 + \omega_0^2)\mathbf{d} = \frac{e^2}{m_e}\mathcal{E}. \quad (1.20)$$

Quindi, ricordando la (1.2)

$$\alpha(\omega) = \frac{e^2}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad (1.21)$$

che ci permette di avere una comprensione intuitiva dell'andamento di α .

Oltre alla componente di dipolo della forza totale, associata agli shift energetici, esiste un'ulteriore componente, associata allo scambio di quantità di moto coi fotoni interagenti con l'atomo. Mentre la prima componente è associata alle transizioni virtuali tra livelli energetici, la seconda prende in considerazione le effettive transizioni tra i livelli, e classicamente questo fenomeno è interpretato come una pressione generata dalla radiazione sull'atomo. Questa forza, che prende il nome di *forza di radiazione*, è legata al rate di transizione dallo stato fondamentale agli stati eccitati[2], pertanto se il campo elettrico è rappresentato da un'onda che si propaga nello spazio con vettore d'onda \mathbf{k} , la forza totale agente sull'atomo per assorbimento dei fotoni sarà

$$\mathbf{F}_a = \hbar\mathbf{k}\Gamma_f \quad (1.22)$$

e la forza totale esercitata sull'atomo sarà

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_a = -\nabla V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\alpha'(\omega)\nabla \langle \mathcal{E}(\mathbf{r}, t)^2 \rangle_t + \hbar\mathbf{k}\Gamma_f. \quad (1.23)$$

Capitolo 2

Tecniche di raffreddamento di atomi alcalini

Alla luce dei meccanismi che regolano l'interazione di atomi alcalini con campi deboli di radiazione laser, il passo successivo è quello di realizzare tecniche che sfruttano i principi fisici descritti precedentemente. In questo capitolo ci soffermeremo su tre tecniche sviluppate progressivamente negli anni, atte alla riduzione dei gradi di libertà esterni degli atomi soggetti a manipolazione, e quindi al loro raffreddamento. Queste sono:

- *Raffreddamento Doppler*, analizzando nel dettaglio il suo funzionamento, limiti del raffreddamento e discordanza del modello coi risultati della comunità scientifica nel susseguirsi degli anni.
- *Raffreddamento Sisifo*, discutendone i principi fisici a partire da un modello semplificato, dal quale otterremo delle espressioni per le grandezze fondamentali, quali tempo di pompaggio, velocità efficace, energia di rinculo e temperatura minima raggiungibile.
- *Raffreddamento evaporativo*, di cui verrà descritto il fenomeno fisico al quale è ispirato, una tecnica in linea con quelle discusse in questa tesi e i risultati principali di un semplice modello.

2.1 Raffreddamento Doppler

Nell'esperimento sul raffreddamento della nuvola di sodio che abbiamo considerato all'inizio del primo capitolo, gli atomi che fuoriuscivano dal forno si muovevano lungo un'unica direzione. È tuttavia possibile raffreddare un gas di atomi in modo tale che essi siano distribuiti con velocità prossima allo zero attorno a un punto specifico. Nel 1975 Theodor Wolfgang Hänsch e Arthur Leonard Schawlow proposero un apparato composto da tre paia di laser contropropaganti disposti ortogonalmente. Per semplicità, analizziamone il funzionamento su un atomo a due livelli in un fascio di luce laser a bassa intensità. Essendo i raggi preparati opportunamente con una frequenza leggermente inferiore rispetto a quella di risonanza, gli atomi assorbono fotoni con maggiore facilità quando si muovono

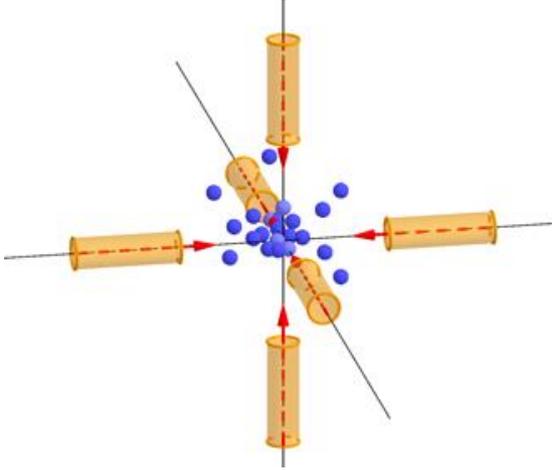


Figura 2.1.[9] Atomi intrappolati e rallentati all'interno di una "melassa ottica" formata da sei raggi laser ortogonali.

verso una delle sei sorgenti, in quanto, per effetto doppler, la frequenza percepita dall'atomo risulta shiftata verso quella di risonanza di una quantità $k\nu$, dove k rappresenta il modulo del vettore d'onda legato al laser. Quando un atomo assorbe un fotone, subisce una spinta nella direzione di propagazione del raggio laser. Successivamente, il rilascio di un fotone per emissione spontanea imprime all'atomo un rinculo in una direzione casuale. La frequenza di questi cicli di assorbimento ed emissione spontanea, detti cicli di fluorescenza, è limitata unicamente dal tempo di decadimento degli stati eccitati dell'atomo, e può raggiungere valori dell'ordine di $10^8/s$. Mediamente, quindi, l'atomo subisce una decelerazione nella direzione della sua velocità, per cui è come se si muovesse in un mezzo viscoso generato dalla luce laser, chiamato *melassa ottica*. La forza a cui è sottoposto, in regime di bassa velocità, è espressa dalla relazione $F = -\mu\nu$, dove μ è un coefficiente d'attrito[2][6].

Siccome a causa dell'effetto doppler la frequenza di assorbimento dei fotoni dipende dalla velocità ν , F avrà un andamento composto dalla somma di due curve Lorentziane legate alle curve di assorbimento dei fotoni. Dalla (1.17.2) e la (1.16.2), la frequenza di assorbimento dei fotoni da parte di un atomo si scrive

$$\frac{dN_\gamma}{dt} = CL(\omega), \quad (2.1)$$

dove

$$C = \frac{\pi}{\hbar^2} |\langle e | \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{e}} | f \rangle|^2 \langle \mathcal{E}(\mathbf{r}, t)^2 \rangle \quad (2.2)$$

ed L è la funzione Lorentziana

$$L(\omega) = \frac{\Gamma_e/2\pi}{(\omega - \omega_{ef})^2 + (\Gamma_e/2)^2}, \quad (2.3)$$

che è normalizzata all'unità.

Nel sistema di riferimento di un atomo che si sposta verso destra, la frequenza di assorbimento per il raggio proveniente da destra sarà

$$\frac{dN_{right}}{dt} = CL(\omega - vq), \quad (2.4.1)$$

mentre quella per il raggio proveniente da sinistra sarà

$$\frac{dN_{left}}{dt} = CL(\omega + vq), \quad (2.4.2)$$

dove con q si è indicato il numero d'onda dei fotoni.

L'assorbimento di un fotone trasferisce all'atomo una quantità di moto pari a $\hbar q$ nella direzione di propagazione del fotone, per cui, accoppiando le (2.4) all'espressione data per la forza d'attrito scritta in termini della quantità di moto, si ottiene

$$\mu = \frac{\hbar q C}{v} [L(\omega + vq) - L(\omega - vq)] \approx 2\hbar q^2 C \frac{dL(\omega)}{d\omega}. \quad (2.5)$$

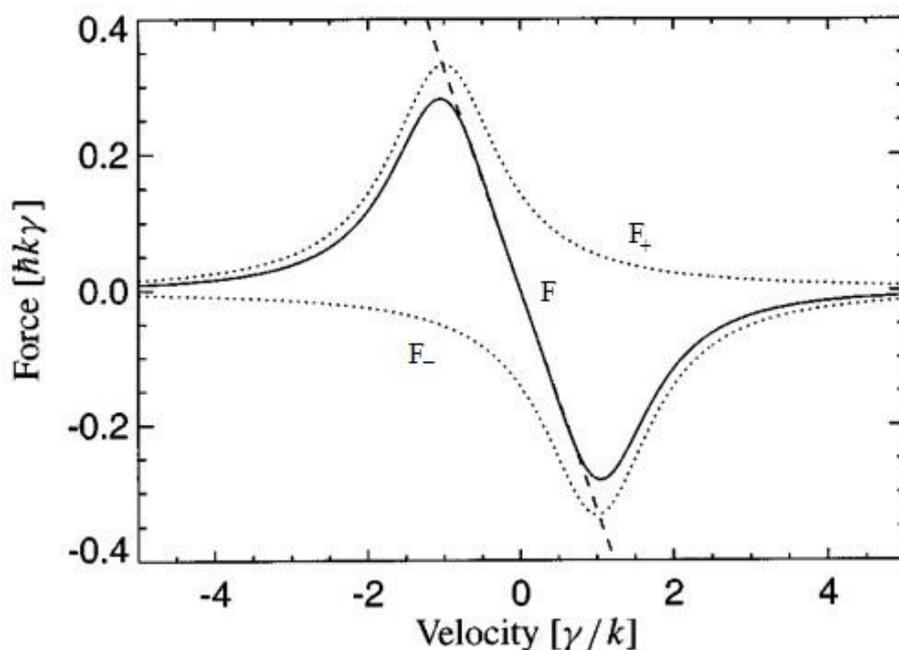


Figura 2.2.[10] L'atomo soggetto a raffreddamento doppler risente di una forza totale F data dalla somma delle forze generate dai singoli laser. A basse velocità la pendenza della curva in 0 è il coefficiente di attrito μ .

La figura 2.2 mostra le curve F_+ ed F_- di ampiezza Γ_e . Queste curve sono centrate in $kv = \pm\delta$, dove $\delta = \omega - \omega_{ef}$ è il *detuning*. Il coefficiente di attrito μ è massimo per $\delta \approx -\Gamma_e/2$ e risulta essere forte solo per un limitato spettro di velocità, in quanto se la velocità dell'atomo superasse in modulo il maggiore tra Γ_e/q e $|\delta|/q$, l'approssimazione lineare porterebbe a una sovrastima dell'intensità della forza. Infine, come è possibile intuire dalla (2.2), la forza totale è proporzionale all'intensità del laser[2][6].

Come abbiamo già accennato precedentemente, nei cicli di fluorescenza, in seguito al processo di cattura di un fotone, l'atomo si diseccita per emissione acquisendo, per rinculo, una quantità di moto $\hbar q$ nella direzione di espulsione. Il numero di cicli che avviene in un dato intervallo di tempo, però, è per sua natura aleatorio, ne consegue che questi scambi di quantità di moto generano una random walk nello spazio dei momenti, aumentando l'ampiezza Δp della distribuzione del momento atomico. La velocità di riscaldamento dell'atomo è legata alla velocità di espansione di $(\Delta p)^2$ tramite il coefficiente di diffusione D_p , che a sua volta è legato alla frequenza di assorbimento e quindi è proporzionale all'intensità del laser I_L . Ad equilibrio la velocità di riscaldamento è bilanciata da quella di raffreddamento, caratterizzata dal coefficiente di attrito μ , anch'esso proporzionale ad I_L . Ci si aspetta dunque che la temperatura di equilibrio sia indipendente da I_L nella condizione di basse intensità e che la temperatura minima raggiungibile si ottenga per $\delta = -\Gamma_e/2$, in accordo col valore massimo per μ . Il *limite Doppler* per la temperatura è dato quindi da[5]

$$k_B T_D = \hbar \Gamma_e / 2 . \quad (2.6)$$

Per il sodio, $T_D \cong 240\mu K$, mentre per il cesio è circa $125\mu K$.

Col passare degli anni esperimenti condotti al National Institute of Standards and Technology (NIST) e ai Bell Labs gettarono ombra sulla comprensione del fenomeno ottenuta fino a quel momento. In particolare, il gruppo del NIST, utilizzando una tecnica che superava i limiti dell'approccio balistico usualmente utilizzato per il calcolo della velocità di fuga degli atomi dalla melassa ottica, si accorsero che aumentando il detuning dei laser di diverse bande d'assorbimento da quella di risonanza era possibile raffreddare gli atomi di sodio fino a una temperatura di $40\mu K$. La spiegazione per queste temperature così basse sarebbe arrivata qualche anno più tardi, insieme a una nuova tecnica di raffreddamento, sviluppata su quegli stessi principi che non erano stati presi in considerazione nella teoria di raffreddamento Doppler.

2.2 Raffreddamento Sisifo

Il fatto che i limiti del raffreddamento Doppler fossero stati superati fu, per la comunità scientifica, sia gratificante, in quanto il superare la predizione teorica offriva nuove opportunità per la ricerca, sia sconcertante, poiché ciò dimostrava che i processi di raffreddamento laser non erano stati pienamente compresi. Il primo punto essenziale, che permise di migliorare la comprensione generale del fenomeno, è che gli atomi alcalini non si comportano come semplici sistemi a due livelli. Possiedono, infatti, diversi sottolivelli Zeeman nello stato fondamentale, i quali sono degeneri in assenza di un campo magnetico esterno. Essi corrispondono ai possibili autovalori delle proiezioni del momento angolare totale su un dato asse. Questa struttura si offre particolarmente bene all'utilizzo del pompaggio ottico,

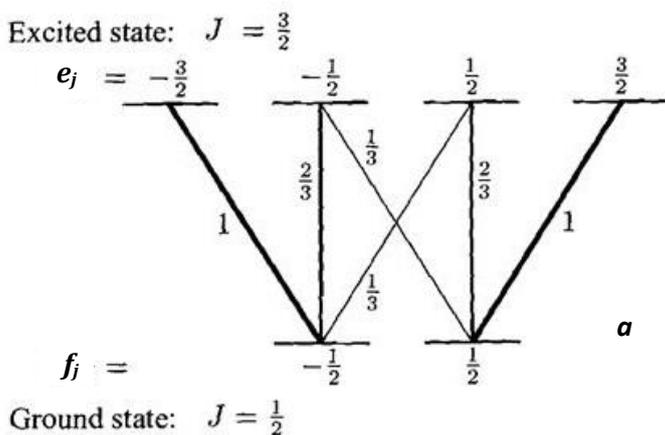
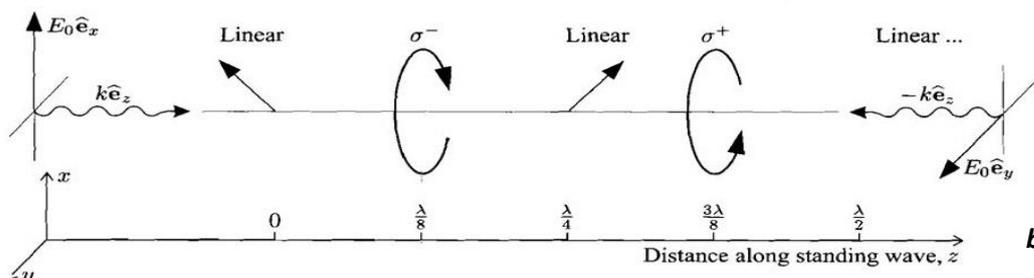


Figura 2.3.[11] (a) Transizione elettronica fra due livelli con momento angolare $J_f = 1/2$ e $J_e = 3/2$. Le transizioni più intense sono rappresentate da linee più spesse. Accanto ad ogni linea è presente la probabilità di transizione. (b) Due laser contropropaganti con polarizzazioni lineari ortogonali producono un campo totale la cui polarizzazione cambia, ad ogni ottavo di lunghezza d'onda, da lineare a circolare.



tecnica che permette di forzare un sistema di atomi o molecole in una configurazione generalmente diversa da quella di equilibrio termodinamico. Attraverso cicli di assorbimento ed emissione spontanea è quindi possibile trasferire un atomo da un sottolivello f_m dello stato fondamentale ad un altro $f_{m'}$. Per comprendere il funzionamento di questo meccanismo, consideriamo un atomo a due livelli, quello fondamentale con momento angolare totale $J_f = 1/2$ e quello eccitato con $J_e = 3/2$, immerso in una melassa ottica monodimensionale in cui i due laser contropropaganti hanno stessa intensità e polarizzazioni lineari ortogonali. Se consideriamo il raggio che si propaga nel verso positivo dell'asse z come polarizzato lungo l'asse x, mentre il raggio opposto polarizzato lungo l'asse y, la polarizzazione del campo varierà lungo z, e il vettore di polarizzazione sarà[2]

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{\epsilon}_x + \hat{\epsilon}_y e^{\frac{4\pi iz}{\lambda}} \right). \tag{2.7}$$

La figura **b** mostra l'evoluzione della polarizzazione rispetto alla posizione lungo l'asse z. Questa configurazione crea forti gradienti di polarizzazione, tant'è che ogni ottavo di lunghezza d'onda essa cambia da lineare a σ^\pm (polarizzazione circolare antioraria/oraria in direzione dell'asse z). In presenza di questo campo si ottiene uno splitting dei sottolivelli Zeeman nello stato fondamentale, per cui le configurazioni possibili per l'atomo saranno:

$$f_j = -1/2, 1/2 \text{ ed } e_j = 3/2, 1/2, -1/2, -3/2.$$

Quando questo assorbe un fotone, in base alla sua posizione, e quindi alla polarizzazione del fotone assorbito, sono possibili diverse transizioni. Per

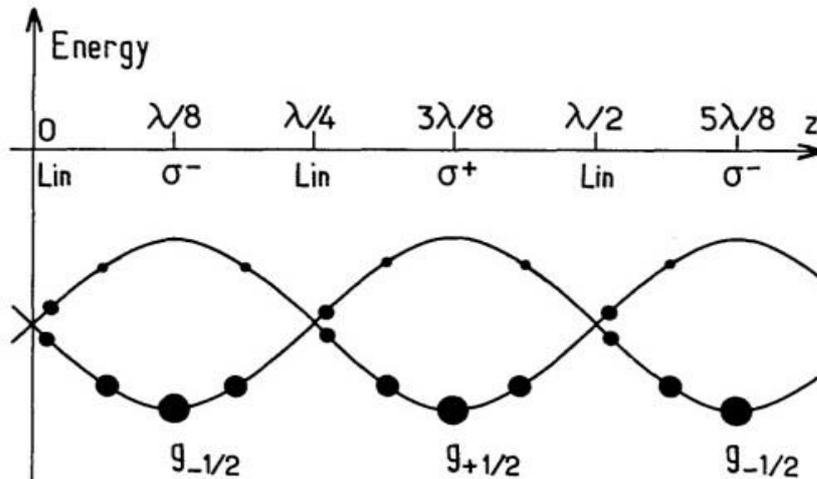


Figura 2.4.[5] L'energia shiftata dei sottolivelli Zeeman e le relative popolazioni. Gli shift e le popolazioni variano con la polarizzazione e quindi con la posizione dell'atomo. Le popolazioni sono proporzionali alla grandezza dei cerchi.

assorbimento di fotoni $\sigma +$, le transizioni permesse sono da $f_{1/2}$ a $e_{3/2}$ e da $f_{-1/2}$ a $e_{1/2}$. Dallo stato $e_{3/2}$, però, è possibile solo il decadimento in $f_{1/2}$, mentre dallo stato $e_{1/2}$ è possibile sia quello in $f_{1/2}$ che quello in $f_{-1/2}$, dove l'atomo può essere nuovamente eccitato e continuare il ciclo di assorbimento ed emissione fino a che non decade nello stato $f_{1/2}$. Alla fine, lo stato $f_{-1/2}$ è completamente svuotato e la popolazione degli atomi risulta pompata otticamente in $f_{1/2}$. In aggiunta, le transizioni $\sigma +$ che partono da $f_{1/2}$ sono 3 volte più intense rispetto a quelle che partono da $f_{-1/2}$, come mostrato dal diagramma **a** della figura 2.3, di conseguenza anche lo shift energetico ΔE_{f_+} di $f_{1/2}$ risulterà tre volte maggiore (in valore assoluto) di quello ΔE_{f_-} di $f_{-1/2}$. Dalla trattazione sviluppata nel capitolo 1, sappiamo che in condizione di *red detuning* gli shift energetici risultano negativi, per cui si ha un abbassamento globale dei livelli energetici proporzionale all'intensità delle transizioni e lo splitting dei livelli nello stato fondamentale avviene in modo tale che $f_{1/2}$ sia più in basso rispetto a $f_{-1/2}$. Se l'onda incidente ha polarizzazione $\sigma -$ il processo si inverte ed ora lo stato completamente popolato e più basso è $f_{-1/2}$, mentre l'altro risulterà vuoto. Quando l'atomo è in posizioni che non sono multipli di $\lambda/8$ la polarizzazione non è né circolare né lineare, entrambi i sottolivelli sono più o meno popolati a seconda della polarizzazione. Infine, quando la polarizzazione è lineare, entrambi i livelli sono equamente popolati e hanno lo stesso shift energetico, corrispondente a $2/3$ di quello corrispondente al caso di polarizzazioni circolari[6].

In condizione di atomo a riposo la popolazione si distribuisce simmetricamente attorno a picchi e valli dell'energia, ne consegue che la forza esercitata mediamente sull'atomo sarà nulla. Il pompaggio ottico, che è responsabile della distribuzione della popolazione, agisce, però, in un tempo finito τ_p . Siccome lavoriamo in regime di bassa intensità, e in particolar modo in condizione che il campo sia sufficientemente debole da avere tempi di emissione spontanea molto minori di

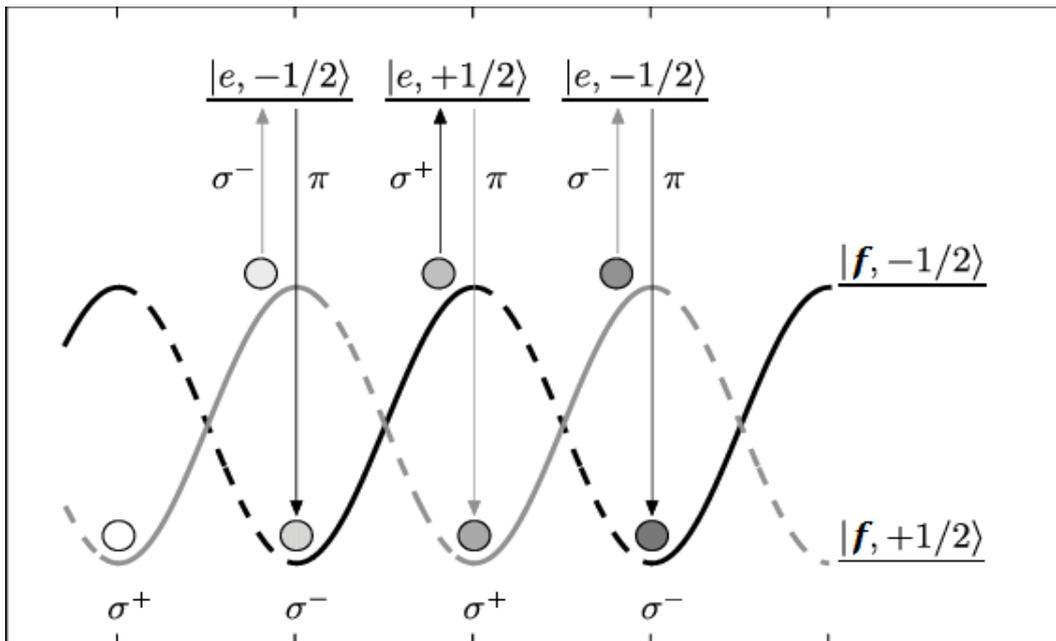


Figura 2.5.[12][6] Come Sisifo nel mito greco, un atomo che si posta in un gradiente di polarizzazione come descritto dalla (2.7) scala i picchi di potenziale degli shift energetici, per poi essere otticamente pompato nelle valli. Mediamente l'atomo vede più picchi che valli, e l'energia media persa lo raffredda. L'effetto risulta massimo nel caso qui mostrato, in quanto l'atomo percorre una distanza $\lambda/4$ in un tempo τ_p .

quelli di eccitazione[2], il tempo caratteristico di pompaggio τ_p sarà dello stesso ordine di quello necessario al campo per eccitare un atomo, che dalla (1.16.2) risulta essere

$$\tau_p \sim \frac{\delta^2 + \Gamma_e^2/4}{\Omega_R^2 \Gamma_e}. \quad (2.8)$$

dove $\Omega_R = |\langle e | \mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}_\omega | g \rangle| / \hbar$ è la *frequenza di Rabi* e δ è il *detuning*.

Consideriamo, dunque, un atomo in movimento verso destra con posizione iniziale a $z = \lambda/8$, dove la popolazione è pompata in $f_{-1/2}$. Se la velocità v è tale da spostare l'atomo di $\lambda/4$ nel tempo τ_p , mediamente esso risulterà nello stesso sottolivello, in cima, però, al picco d'energia ad esso associato. In questa posizione la polarizzazione è cambiata, passando da $\sigma -$ a $\sigma +$ e la probabilità di essere otticamente pompato in $f_{1/2}$, e quindi a valle dell'energia, è massima. Da questa posizione il processo può ripetersi con le nuove condizioni iniziali, come mostrato in figura 2.5.

Ciò che accade dunque, dal punto di vista dell'atomo, è che nel suo moto lungo i gradienti di polarizzazione esso trasforma parte della sua energia cinetica in energia potenziale, "scalando" i picchi generati dagli shift. Quando raggiunge la condizione di inversione della polarizzazione σ , esso assorbe un fotone che lo eccita in uno stato $e_{j\pm 1}$, dal quale decade nel sottolivello fondamentale ad energia minima. Il meccanismo di raffreddamento si basa sul fatto che dal sottolivello ad energia maggiore, l'energia assorbita dal fotone σ è minore di quella rilasciata dall'atomo per raggiungere il sottolivello ad energia minore, questo scarto è pari all'energia

cinetica persa lungo le curve di potenziale. Questo meccanismo venne chiamato *Effetto Sisifo*, in quanto ricordò a Jean Dalibard e Claude Cohen-Tannoudji il mito greco nel quale Sisifo venne condannato ad eterno travaglio nel Tartaro, dove con fatica spingeva ripetutamente un enorme masso lungo una ripida collina, dopo averlo visto ogni volta ruzzolare a valle.

Chiaramente questo processo è al massimo della sua efficienza qualora l'atomo viaggi di una distanza confrontabile con λ nel tempo τ_p , per cui il range della velocità efficace è dato da

$$v_p \approx \frac{\lambda}{\tau_p}. \quad (2.9)$$

Confrontando la (2.9) con la (2.8) è chiaro che $v_p \propto I_L$, l'intensità del laser, in contrasto con il caso del raffreddamento Doppler, nel quale questo range risultava indipendente da I_L . Al contrario, è possibile mostrare che il coefficiente d'attrito μ relativo al rallentamento Sisifo è indipendente dall'intensità del laser e maggiore di quello Doppler, proporzionale a I_L . Ciò accade perché quando I_L tende a zero il tempo di pompaggio ottico si allunga, compensando il campo più debole[6]. Nel raggiungimento di basse temperature, però, non conta soltanto la forza d'attrito esercitata dalla melassa ottica sull'atomo, ma anche il processo di riscaldamento dovuto al moto browniano della quantità di moto nello spazio dei momenti. In particolare, la temperatura alla quale gli atomi possono essere raffreddati dipende dal rapporto tra la velocità di riscaldamento e il coefficiente d'attrito μ , per cui risulta essere proporzionale ad I_L . L'attrito e il riscaldamento dipendono anche dal *detuning* nella misura in cui per grandi valori di δ la temperatura ne risulta essere inversamente proporzionale.

Per il calcolo della temperatura limite T_S è possibile fare alcune considerazioni. Innanzitutto, la forza d'attrito avrà una dipendenza lineare rispetto alla velocità dell'atomo, mentre il coefficiente d'attrito lega la forza all'interazione dell'atomo col campo laser. In particolar modo la velocità con la quale l'energia cinetica di un atomo diminuisce è proporzionale a quella persa durante i processi di pompaggio ottico U_0 . D'altro canto, il coefficiente di diffusione della quantità di moto sappiamo essere proporzionale a $(\Delta p)^2$, dove Δp risulta essere[2] $\sim 4\pi U_0/\tau_p$ e quindi proporzionale a U_0^2 . Quindi l'energia dell'atomo in condizione d'equilibrio risulta essere dell'ordine

$$E \sim U_0. \quad (2.10)$$

Questo risultato particolarmente semplice sembrerebbe indicare che riducendo l'intensità del laser, gli atomi possano essere raffreddati a temperature completamente arbitrarie. Ci sono, però, dei limiti legati alla trattazione classica del moto atomico. Per il principio di indeterminazione di Heisenberg, la quantità di moto di un atomo confinato a muoversi lungo una distanza l , possiede un'incertezza $\sim \hbar/l$, e quindi al minimo un'energia cinetica $\sim \hbar^2/2ml^2$. Per valori di energia tanto bassi ci aspettiamo che l'atomo sia confinato a muoversi in un minimo del

potenziale efficace (se ciò non fosse potrebbe compiere un nuovo ciclo di pompaggio ottico e perdere ulteriore energia), per cui, la condizione per il minimo dell'energia d'equilibrio risulta essere

$$E_r \sim \frac{\hbar^2}{2m\lambda^2}. \quad (2.11)$$

e la temperatura minima raggiungibile per il raffreddamento Sisifo sarà data da

$$k_B T_S = \frac{\hbar^2}{m\lambda^2}. \quad (2.12)$$

2.3 Raffreddamento evaporativo

Nella maggior parte degli esperimenti finalizzati alla produzione di condensati di Bose-Einstein, per raggiungere le temperature necessarie alla condensazione, oltre al raffreddamento laser si fa uso della tecnica del raffreddamento evaporativo. Il principio fisico su cui si basa tale tecnica è molto semplice e osservabile in varie occasioni della vita di tutti i giorni; quando un liquido caldo rispetto all'ambiente in cui si trova viene lasciato a raffreddare, le molecole più calde, e quindi più energetiche, hanno la tendenza ad abbandonare il sistema per evaporazione, mentre quelle più fredde, non avendo sufficiente energia, non sono in grado di attraversare la barriera energetica rappresentata dalla superficie. In seguito a questo processo, le particelle con energia maggiore si saranno allontanate dal sistema, per cui l'energia media del liquido risulterà minore e la sua temperatura diminuita. Riassumendo: se delle particelle in allontanamento da un sistema possiedono un'energia maggiore di quella media del sistema, questo ne risulterà raffreddato. Nel contesto di gas rarefatti intrappolati otticamente, il raffreddamento evaporativo fu proposto per la prima volta da Harald Hess nel 1986[4], con l'obiettivo di raggiungere la

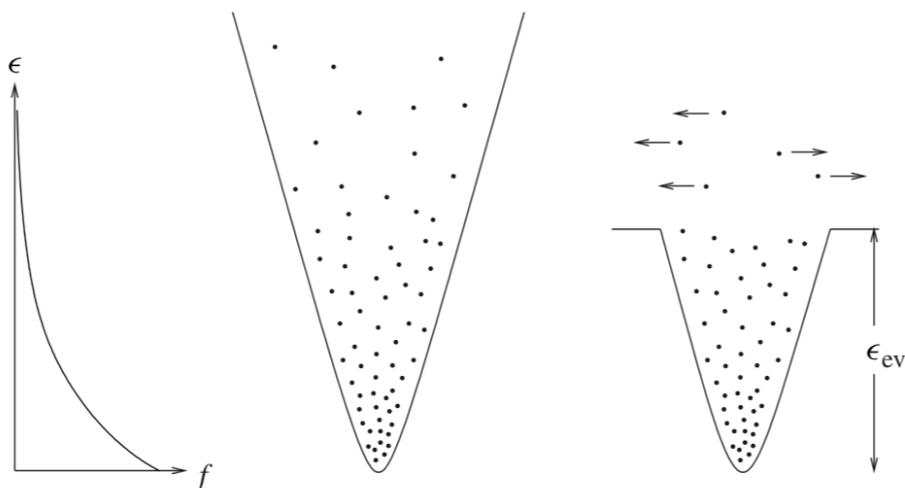


Figura 2.6.[2] *Semplice rappresentazione del processo di raffreddamento evaporativo. La curva sulla sinistra rappresenta la distribuzione di Maxwell-Boltzmann all'equilibrio, proporzionale a $\exp(-\epsilon/kT)$. L'energia ϵ_{ev} è il valore di soglia per l'evaporazione.*

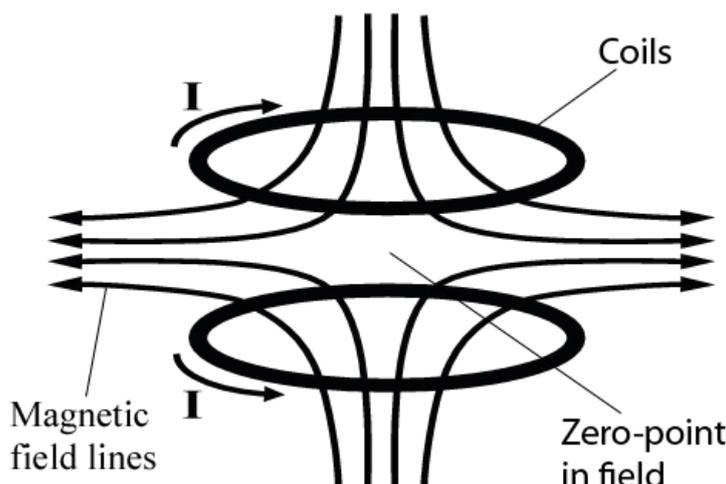
condensazione di Bose-Einstein per un gas di idrogeno atomico, arrivando a una temperatura di $\sim 30\mu K$. Immaginiamo degli atomi con una certa distribuzione d'energia intrappolati in una buca di potenziale. Realizzando un "buco" in corrispondenza del luogo dei punti a potenziale maggiore, e quindi di fatto abbassando i margini della buca di potenziale, le particelle con energia sufficiente saranno in grado di allontanarsi da essa, come mostrato in figura 2.6.

2.3.1 Evaporazione a radiofrequenze

Una delle possibili tecniche in grado di realizzare raffreddamento evaporativo vede l'utilizzo di radiofrequenze per creare un guscio di evaporazione attorno ad una trappola a quadrupolo magnetico. Il campo quadrupolare è realizzato in modo tale da essere nullo al centro della trappola e progressivamente aumentare in modulo verso l'esterno come mostrato in figura 2.7, ne consegue che lo splitting Zeeman dei livelli energetici degli atomi generato dal campo magnetico sarà anch'esso via via maggiore allontanandosi dal centro. Pertanto, l'energia necessaria affinché avvenga una transizione tra due sottolivelli Zeeman anche cambia rispetto alla posizione e ciò può essere sfruttato per realizzare il nostro "buco" ai bordi della trappola. Consideriamo ad esempio degli atomi preparati nello stato $|F = 1\rangle$ del momento angolare totale di struttura iperfine. A causa del campo magnetico di confinamento si genera, per effetto Zeeman, uno splitting dei sottolivelli caratterizzati da $M_F = -1, 0, 1$. L'energia d'interazione tra il momento angolare totale dell'atomo ed il campo magnetico lungo l'asse z è proporzionale al prodotto delle loro proiezioni

$$\Delta E \propto -M_F B_z, \quad (2.13)$$

ne consegue che per lo stato $|M_F = -1\rangle$ il centro della trappola rappresenta un minimo dell'energia, contrariamente a ciò che succede per gli stati $|M_F = 0, 1\rangle$, per i quali la trappola smette di essere tale. Dunque, per realizzare evaporamento, basterà forzare gli atomi più caldi a transire da $|M_F = -1\rangle$ a $|M_F = 1\rangle$. Per fare ciò osserviamo che gli atomi ad energia media più bassa passano maggior tempo nei pressi del centro della trappola magnetica, mentre quelli ad energia più alta se ne allontanano più frequentemente, ne consegue che i secondi risentiranno di campi magnetici più intensi e shift energetici dovuti all'effetto Zeeman maggiori. Quindi, il "buco" nella trappola è realizzabile investendo il gas con una radiazione di frequenza modulata rispetto al potenziale efficace che agisce sull'atomo, di fatto modulando la soglia energetica di evaporazione. In generale i campi magnetici tipici generati dalle trappole magneto-ottiche danno origine a shift energetici legati a frequenze dell'ordine del MHz, per cui le transizioni $|-1\rangle \rightarrow |1\rangle$ sono indotte tramite radiofrequenze[1].



*Figura 2.7.[13]
Rappresentazione
elementare di un campo
quadripolare generato da
un apparato a bobine di
Helmholtz. Le linee del
campo magnetico curvano
attorno alle bobine,
diradandosi*

2.3.2 Analisi del raffreddamento

Oltre alla tecnica di evaporazione a radiofrequenze, numerose altre si basano sul principio del raffreddamento evaporativo. Una semplice descrizione del fenomeno può essere realizzata in questo modo: immaginiamo un gas composto da N atomi aventi energia media $\bar{\epsilon}$, da cui se ne allontana un certo numero $-dN$ di energia $(1 + \beta)\bar{\epsilon}$, dove dN rappresenta la variazione $N - N_0$ del numero di particelle del gas, con N_0 numero di particelle iniziali. Per conservazione dell'energia, l'energia totale degli atomi restanti nella trappola sarà $E + (1 + \beta)\bar{\epsilon}dN$, per cui, chiamando $d\bar{\epsilon}$ la variazione dell'energia media del gas, si avrà

$$(N + dN)(\bar{\epsilon} + d\bar{\epsilon}) = E + (1 + \beta)\bar{\epsilon}dN \quad (2.14)$$

o alternativamente

$$\frac{d\ln\bar{\epsilon}}{d\ln N} = \frac{\dot{\bar{\epsilon}}/\bar{\epsilon}}{\dot{N}/N} = \beta. \quad (2.15)$$

E quindi, se β è indipendente da N ,

$$\frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}(0)} = \left(\frac{N}{N(0)}\right)^\beta, \quad (2.16)$$

dove con $\bar{\epsilon}(0)$ e $N(0) = N_0$ si sono indicati i valori iniziali delle rispettive grandezze. Ciò significa che in generale l'energia media di una particella del gas decresce come una potenza del numero di particelle del sistema. La relazione tra l'energia media e la temperatura del sistema dipende dal potenziale d'intrappolamento; in generale è ragionevole considerare potenziali che sono funzioni omogenee delle coordinate per la grande maggioranza delle trappole sviluppate ai fini del raffreddamento. In condizione di gas ideale l'effetto della

trappola è quello di aggiungere all'energia cinetica media di gas perfetto un termine di energia potenziale che è proporzionale direttamente alla dimensionalità d della trappola, ovvero su quante dimensioni il potenziale intrappolante risulta operativo, e inversamente all'ordine ν col quale il potenziale dipende dalle coordinate[2],

$$\bar{\epsilon} = \left(\frac{3}{2} + \frac{d}{\nu}\right) k_B T. \quad (2.17)$$

Per cui, la temperatura dipende dal numero di particelle N allo stesso modo dell'energia media $\bar{\epsilon}$:

$$\frac{d \ln T}{d \ln N} = \beta. \quad (2.18)$$

Questo risultato rappresenta l'efficienza del raffreddamento evaporativo, ovvero l'abbassamento della temperatura per perdita di particella persa e mostra che più è alta l'energia delle particelle uscenti dal sistema, più sarà veloce la diminuzione di temperatura per evaporazione di un dato numero di particelle. La velocità di evaporazione, d'altro canto, dipende dalla soglia energetica di evaporazione e dai processi di scattering tra particelle che sono responsabili della promozione di alcune di esse a livelli energetici sufficienti per scappare dalla trappola. Inoltre, esistono anche altri processi responsabili per la perdita di atomi dal sistema, che però non contribuiscono al raffreddamento, quindi il tempo utile al processo evaporativo risulta limitato. Semplifichiamo accorpendo tutti questi fenomeni di perdita e correggendo la (2.18) sostituendo a β un fattore[2]

$$\beta' \equiv \beta \frac{\tau_{loss}}{\tau_{loss} + \tau_{ev}}, \quad (2.19)$$

dove $\tau_{loss} = -N/\dot{N}|_{loss}$ è il tempo di decadimento legato ai processi di perdita e $\tau_{ev} = -N/\dot{N}|_{ev}$ è quello legato ai processi di evaporazione.

Come abbiamo accennato prima, i processi di evaporazione sono legati a quelli di scattering in grado di promuovere gli atomi a livelli energetici superiori rispetto a quelli di soglia ϵ_{ev} . In particolare, si può dimostrare che[1][3]

$$\frac{dN}{dt}|_{ev} = -\frac{dN}{dt}|_{scat} = -N\gamma_{el}\eta e^{-\eta}, \quad (2.20)$$

dove $\eta = \epsilon_{ev}/k_B T$ è il parametro di soglia e la quantità $\gamma_{el} = n(0)\sigma\sqrt{2}\bar{v}$,

dove $\tau_{el} = 1/n(0)\sigma\sqrt{2}\bar{v}$ è la frequenza di collisioni elastiche per basse energie, dove $n(0)$ è la densità di particelle al centro della trappola, σ è la sezione d'urto per collisioni elastiche a bassa energia e \bar{v} è la velocità di deriva media degli atomi nella trappola, e quindi

$$\frac{1}{\tau_{ev}} = \gamma_{el} \frac{\eta}{\sqrt{2}} e^{-\eta}. \quad (2.21)$$

Siccome la maggior parte delle particelle si distribuisce attorno a $k_B T$ in termini energetici, non è irragionevole approssimare l'energia media delle particelle in evaporazione con ϵ_{ev} [2], e quindi dare un'espressione dell'efficienza del raffreddamento (2.18) che dipenda dalla soglia energetica:

$$\frac{d \ln T}{d \ln N} = \left(\frac{\epsilon_{ev}}{\bar{\epsilon}} - 1 \right) \left(1 + \frac{1}{\tau_{loss}} \frac{\sqrt{2} e^\eta}{\eta \gamma_{el}} \right)^{-1}. \quad (2.22)$$

Al crescere della soglia oltre il valore di energia media $\bar{\epsilon}$ l'efficienza del raffreddamento aumenta, per poi diminuire quando l'evaporazione diventa comparabile coi processi di perdita. La scelta ottimale per la soglia ϵ_{ev} si ottiene massimizzando la (2.22), $\epsilon_{ev} \sim k_B T \ln(\tau_{loss} \gamma_{el})$, nella condizione che i tempi di evaporazione e di perdita siano comparabili.

In generale, la grande forza dei raffreddamenti per evaporazione è che essi sono in grado di aumentare la densità dello spazio delle fasi degli atomi di svariati ordini di grandezza. In termini della lunghezza d'onda termica di De Broglie $\lambda_T = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$ la densità dello spazio delle fasi è data da $\bar{\omega} = n\lambda_T^3$, dove n rappresenta la densità numerica di atomi nella trappola, e tipicamente in una trappola magneto-ottica $\bar{\omega}$ è dell'ordine di 10^{-6} , mentre atomi bosonici formano condensati di Bose-Einstein per valori di densità che superano $\sim 2,6$ [1][2]. La velocità con la quale $\bar{\omega}$ aumenta dipende sia dalla dimensionalità della trappola, sia da come il potenziale dipende dalle coordinate, nella maniera in cui trappole tridimensionali il cui potenziale dipende linearmente dalle coordinate risultano le più efficienti;

$$-\frac{d \ln \bar{\omega}}{d \ln N} = \beta' \left(\frac{d}{v} + \frac{3}{2} \right) - 1. \quad (2.23)$$

Conclusioni

In questo elaborato ci si è posti l'obiettivo di racchiudere in forma compatta le principali nozioni che riguardano i processi di raffreddamento di gas monoatomici alcalini. A tal scopo, a partire dalle competenze ottenute durante il corso di elementi di fisica della materia, si è proposta una trattazione di tipo perturbativo dell'interazione degli atomi con un campo di radiazione laser a bassa intensità, esplicitandone i limiti di validità in termini dell'intensità d'interazione. I risultati principali ottenuti sono: l'espressione della polarizzabilità, a partire dalla quale è stato possibile ricavare il potenziale efficace, che ci ha permesso di rappresentare il problema in *dressed atom picture*, e l'espressione della forza esercitata da un laser su un atomo, alla base dei processi di raffreddamento laser.

La seconda parte dell'elaborato presenta tre tecniche di importanza storica nell'ambito della fisica delle basse temperature. La trattazione sviluppata sulla tecnica del raffreddamento Doppler ha come obiettivo l'introduzione ai concetti di base del raffreddamento laser, di melassa ottica e di forza d'attrito, esplicitando alcune applicazioni delle relazioni ottenute nel primo capitolo. In particolare, risultano di fondamentale importanza i termini di raffreddamento e riscaldamento atomico, necessari per il calcolo della temperatura di equilibrio in tutti i processi di raffreddamento laser. Con l'analisi dell'effetto Sisifo alcuni problemi legati al modello del raffreddamento Doppler sono stati risolti; l'introduzione dei gradienti di polarizzazione fornisce uno strumento potente di manipolazione delle popolazioni atomiche e la trattazione quantistica sviluppata aiuta a comprendere le potenzialità del pompaggio ottico e del formalismo di *dressed atom picture*. Di fatto il raffreddamento Sisifo risulta essere un modello più raffinato di quello Doppler e si propone come tecnica dalla grande efficacia, ottima per preparare un gas monoatomico ad un raffreddamento di tipo evaporativo, con l'obiettivo della condensazione di Bose-Einstein. I processi di raffreddamento Doppler e Sisifo sono stati esposti considerando il problema da un punto di vista monodimensionale, ne consegue che nell'applicazione tridimensionale vanno considerati i contributi nelle tre direzioni ortogonali sulle quali si propagano i raggi laser, tenendo presente che la velocità con la quale l'atomo percorre i gradienti di polarizzazione, questa volta, è la sua componente lungo quella direzione.

Nell'ultima parte della tesi è stato esposto il principio del raffreddamento evaporativo immaginando una progressione verso temperature via via più basse, partendo da quelle raggiunte per effetto Doppler e Sisifo. La tecnica di evaporazione a radiofrequenze è stata proposta come possibile tecnica per formare condensati di Bose-Einstein, tuttavia, nel suo utilizzo, va considerato il fatto che le radiofrequenze generano perdite considerevoli di atomi nella trappola, e quindi

tempi utili all'evaporazione limitati. Per questo motivo nella trattazione abbiamo considerato frequenze di perdita confrontabili con quelle di evaporazione. Infine, l'analisi dei processi di raffreddamento evaporativo ha fornito degli strumenti utili nell'impostare problemi di questo tipo, offrendo un modello semplice e generico. Da esso abbiamo estrapolato parametri importanti come quello d'efficienza del raffreddamento, di decadimento dei processi di evaporazione e di soglia energetica, il quale risulta di importanza cruciale nella preparazione del "buco" della trappola. In ultimo, abbiamo mostrato brevemente la grande potenza del raffreddamento evaporativo, in grado di aumentare la densità dello spazio delle fasi del gas nella trappola anche di sei ordini di grandezza.

In questa tesi ci siamo limitati a trattare tecniche di raffreddamento, tralasciando quelle di intrappolamento, le quali risultano rilevanti nella produzione di condensati di Bose-Einstein e sono state citate a più riprese. Inoltre, sebbene numerosi esperimenti su gas alcalini polarizzati in spin abbiano dimostrato come l'assenza di stati legati tra atomi non sia un prerequisito per la condensazione di Bose-Einstein, il raffreddamento di molecole presenta ulteriori sfide; se da un lato l'idea di utilizzare la *pressione di radiazione* risulta sempre valida, limitarsi a controllare il moto del centro di massa risulta insufficiente, in quanto le molecole presentano ulteriori gradi di libertà interni nella forma di moti rotazionali (la cui energia cresce rapidamente all'aumentare del momento angolare totale orbitale) e vibrazionali, i quali dipendono dalla geometria molecolare. Si è preferito, dunque, limitare la trattazione a gas monoatomici, da cui abbiamo escluso il caso dell'idrogeno polarizzato in spin per due ragioni principali. La prima è che per transizioni $1s \rightarrow 2p$ è richiesta luce ultravioletta di lunghezza d'onda ~ 122 nm, il che rende sconveniente un raffreddamento laser. La seconda è che, a causa delle dimensioni ridotte dell'idrogeno rispetto agli atomi alcalini, la condensazione di Bose-Einstein avviene per temperature inferiori a ~ 50 mK. Questa temperatura è sufficiente a produrre transizioni a stati che "fuggono" dal confinamento ottico, riducendo ingentemente la popolazione di atomi che partecipano alla condensazione.

Bibliografia

- [1] Wolfgang Ketterle, N.J. Van Druten (1996). *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics, Volume 37, Pages 181-236: Evaporative Cooling of Trapped Atoms*. Department of Physics and Research Laboratory of Electronics Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.
- [2] C. J. Pethick, H. Smith. (2002). *Bose–Einstein condensation in dilute gases*. Press syndicate of the university of Cambridge, Cambridge (UK).
- [3] Saptarishi Chaudhuri et al (2007). *Evaporative Cooling of Atoms to Quantum Degeneracy in an Optical Dipole Trap*. Journal of Physics: Conference Series **80** 012036. 7th Asian International Seminar on Atomic and Molecular Physics IOP Publishing.
- [4] Harald F. Hess. (1986). *Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen*. Phys. Rev. B **34**, 3476(R). American Physical Society.
- [5] J. Dalibard and C.N. Cohen-Tannoudji (1989). *Journal of the Optical Society of America B, Vol. 6, Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*. Optical Society of America.
- [6] C.N. Cohen-Tannoudji, William D. Phillips. (1990). *New Mechanisms for Laser Cooling*. Physics Today 43, 10, 33. American Institute of Physics.
- [7] B.H. Bransden, C.J. Joachain. (2003). *Physics of atoms and molecules, 2nd-ed*. Pearson Education Limited, Harlow (UK).

Sitografia

- [8] H. Daerr. M. Kalinowski. M. Kohler. Germany P. Sahling. Tratto da <https://inis.iaea.org/collection/NCLCollectionStore/Public/42/081/42081480.pdf?r=1&r=1>
- [9] Marianne Freiberger. Tratto da <https://plus.maths.org/content/atomic-clocks-and-laser-cooling>
- [10] H. Metcalf, P. Straten. (2007). *Laser Cooling and Trapping of Neutral Atoms*. Tratto da <https://www.semanticscholar.org/paper/Laser-Cooling-and-Trapping-of-Neutral-Atoms-Metcalf-Straten/fdaedfcbe70e6d5778618135f79b1eac84649220>

- [11] Tratto da https://images.slideplayer.com/16/5067731/slides/slide_4.jpg
- [12] Ralf Gommers. (2007). Symmetry and Transport in Cold Atom Ratchets. Da https://www.researchgate.net/publication/304265014_Symmetry_and_Transport_in_Cold_Atom_Ratchets
- [13] Eric Muckley. (2009). Constructing a Magneto-Optical Trap for Cold Atom Trapping. https://www.researchgate.net/publication/40505160_Constructing_a_Magneto-Optical_Trap_for_Cold_Atom_Trapping