Università degli Studi di Napoli "Federico II"

Scuola Politecnica e delle Scienze di Base Area Didattica di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Dipartimento di Fisica "Ettore Pancini"



Laurea triennale in Fisica

Analisi dei terremoti con interrogazione di fibre ottiche

Relatori: Prof. Gaetano Festa **Candidato:** Andrea Sollai Matricola N85001390

A.A. 2020/2021

Indice

Introduzion	2	3
Capitolo 1: I	terremoti: aspetti introduttivi, modelli e fenomenologia	4
1.1 Int	roduzione alla teoria d'elasticità	4
1.1.1	Sforzo	4
1.1.2	Deformazione	6
1.1.3	Relazione tra deformazione e spostamento	7
1.1.4	Legge di Hooke e parametri elastici	9
1.1.5	Equazione dell'elastodinamica	11
1.1.6	Approssimazione di campo vicino e campo lontano	14
1.2 Fe	nomenologia dei terremoti e misurazioni tradizionali	15
1.2.1	Teoria del rimbalzo elastico	16
1.2.2	Sismografi e scale di misura	17
1.2.3	Sismogramma	18
Capitolo 2: F	ibra ottica come sensore sismico	20
2.1 Fu	nzionamento della fibra ottica	20
2.1.1	Legge di Snell e riflessione totale	20
2.1.2	Fibra ottica	22
2.1.3	Scattering di Rayleigh	23
2.2 Ril	evazione con la fibra	24
2.2.1	Metodi di acquisizione	24
2.2.2	Dominio del tempo	25
2.2.3	Dominio delle frequenze	26
2.3 DC	OFS basati sull'attenuazione	27
2.3.1	Micro e macro deformazioni	27
2.3.2	Campo evanescente	28
2.3.3	Accoppiamento in fibra ottica polimerica multimodale (POF)	28
2.3.4	Assorbimento e guadagno	28
2.4 DC	DFS basati su variazioni di fase	28
2.4.1	Dominio delle frequenze	29
2.4.2	Dominio del tempo	29
2.5 Se	nsori per il rilevamento sismico	30
2.5.1	Benefici di un DAS rispetto un sismografo	30
2.5.2	Metodi per l'utilizzo dei DAS	30
2.5.3	Risposta del DAS ad un segnale sismico	31

Capitolo 3:	Analisi di un segnale sismico rilevato tramite DAS	
3.1 Re	ete ISNet irpina e localizzazione del DAS	
3.1.1	Rete sismica ISNet	
3.1.2	Contesto geologico dell'Appennino meridionale	
3.1.3	Posizione del DAS	
3.2 Analisi di un segnale sismico		
3.2.1	Evento del 20/09/2021	
3.2.2	Analisi f-k	
3.2.3	Analisi delle velocità e dei tipi di onde rilevate	
Conclusioni		
Bibliografia		

Introduzione

I fenomeni sismici sono eventi conosciuti da tutti, soprattutto per le loro manifestazioni più violente che ne rappresentano una piccolissima parte: nel 2020 solo in Italia sono stati rilevati 16579 terremoti, in media 45 al giorno, di cui quasi il 90% ha avuto una magnitudo minore di 2.0, difficilmente avvertibile da chiunque se non dagli appositi strumenti. Inoltre molte informazioni che abbiamo sulla struttura interna della Terra e delle sue dinamiche provengono proprio dall'analisi di segnali sismici. Questa tesi si propone di trattare una nuovissima tecnica di rilevazione e di analisi di onde sismiche che si serve di sensori a fibra ottica basati sul fenomeno dello scattering di Rayleigh (lo stesso fenomeno che causa, per l'interazione dei fotoni solari con le molecole dell'atmosfera, il colore azzurro del cielo di giorno) di segnali luminosi che si propagano all'interno della fibra. Alcuni risultati descritti per questa tecnica di rilevazione sono stati ricavati appena un anno fa. La tesi si divide in tre parti: nella prima si espongono brevemente gli elementi di meccanica del continuo alla base della propagazione di un'onda sismica nel mezzo terrestre, la fenomenologia della generazione di un terremoto e le tradizionali tecniche di rilevazione. Nella seconda si trattano i fenomeni ottici alla base del funzionamento della fibra ottica, la struttura della fibra, lo scattering di Rayleigh e il funzionamento e i metodi di misura dei sensori a fibra ottica e alla fine nello specifico il funzionamento dei sensori per la rilevazione di onde sismiche. Nella terza parte infine si analizzano i dati di un evento sismico rilevato presso il ricevitore in fibra ottica della Federico II situato a Colliano, in provincia di Salerno.

Capitolo 1: I terremoti: aspetti introduttivi, modelli e fenomenologia

1.1 Introduzione alla teoria d'elasticità

Le onde sismiche si propagano in un mezzo costituito principalmente da rocce solide quindi è necessaria un'analisi del comportamento meccanico di un corpo solido soggetto a sollecitazioni esterne.

Una generica sollecitazione causa uno spostamento delle particelle del mezzo dalla loro posizione di equilibrio, per le onde sismiche consideriamo due approssimazioni:

- esse producono una piccola perturbazione rispetto la posizione di equilibrio
- la dipendenza tra sforzo e deformazione, quantità che definiremo dopo, è lineare

Introduciamo ora il concetto di elasticità: essa è la proprietà di un corpo a ritornare nella condizione di equilibrio dopo che le forze applicate su di esso vengono rimosse e di rispondere istantaneamente ad una sollecitazione con una deformazione. Nella propagazione di un'onda sismica si assume che il mezzo è in regime elastico.



Figura 1.1: schema del regime elastico: dopo che è stato rimosso lo sforzo il corpo ritorna nella posizione iniziale.

1.1.1 Sforzo

Definiamo ora alcune grandezze di fondamentale utilizzo nella descrizione del comportamento dei solidi elastici continui. Lo sforzo (stress) σ è una grandezza avente le dimensioni di una forza per unità di superfice. Dato Δ S l'elemento infinitesimo di superficie e F la forza agente su di esso, si definisce σ come:

$$\sigma = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{F}{\Delta S}$$

(1. 1)

In modo tale da considerare anche casi in cui la forza non è uniforme sulla superfice.

L'unità di misura di σ è il Pascal (Pa = N/m²). Lo sforzo è una grandezza vettoriale e dipende dall'orientazione di F e dalla normale a Δ S. Se F è parallela alla normale allora si parla di sforzo normale σ_n (detto anche pressione), se invece F è perpendicolare alla normale si parla di sforzo di taglio σ_t . Dunque dato uno sforzo orientato in una direzione generica esso può essere sempre decomposto nelle componenti σ_n e σ_t rispetto la superfice.



Figura 1.2: posso sempre scomporre lo sforzo nelle direzioni tangente e perpendicolare alla superfice.

Consideriamo ora un elemento di volume infinitesimo (cubo elementare) disposto in un sistema di riferimento cartesiano come in figura. Indico con T_x , T_y e T_z gli sforzi applicati alle facce del cubetto ortogonali alle direzioni x, y e z; si può scrivere che:

$$T_x = \sigma_{xx}\hat{u}_x + \sigma_{xy}\hat{u}_y + \sigma_{xz}\hat{u}_z$$
$$T_y = \sigma_{yx}\hat{u}_x + \sigma_{yy}\hat{u}_y + \sigma_{yz}\hat{u}_z$$
$$T_z = \sigma_{zx}\hat{u}_x + \sigma_{zy}\hat{u}_y + \sigma_{zz}\hat{u}_z$$

(1. 2)

Con \hat{u}_{χ} , \hat{u}_{χ} , \hat{u}_{z} versori assi coordinati.



Figura 1.3: componenti dello sforzo agente sulla faccia parallela al piano (y, z) del cubo

Al tendere il volume del cubetto a zero le forze agenti sulle facce opposte sono uguali, dunque per la descrizione dello stato degli sforzi bastano le 9 componenti cartesiane dello sforzo. Ponendo ora la notazione: $x \rightarrow 1, y \rightarrow 2, z \rightarrow 3$

per le componenti dello sforzo σ_{ij} , definisco il tensore degli sforzi:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{31} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{32} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

(1.3)

Con questa notazione l'indice *j* rappresenta la direzione della componente di sforzo e l'indice *i* la direzione normale alla faccia considerata.

All'equilibrio il momento meccanico dovuto agli sforzi agente sul cubetto deve essere nullo, dunque deve valere $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ e ciò implica che il tensore σ è simmetrico e quindi sono solo sei le componenti indipendenti del tensore σ . Questo risultato è più generale e vale anche in condizione di moto del sistema continuo.



Figura 1.4: sforzi agenti su una sezione parallela al piano (x, y) del cubo elementare.

1.1.2 Deformazione

Andiamo ora a trattare la deformazione (strain), essa modella la variazione di forma di un corpo soggetto a forza. È una quantità adimensionale e può essere ricondotto ad un rapporto tra lunghezze. Nel caso monodimensionale di una barretta che può deformarsi solo longitudinalmente la deformazione è rappresentata da: $\frac{\Delta l}{l}$, con l lunghezza a riposo della barretta e Δl la variazione di lunghezza causata dalla forza esterna.

Consideriamo un punto P a t = t₀ individuato dal vettore $p_0 = x_{01}\hat{u}_1 + x_{02}\hat{u}_2 + x_{03}\hat{u}_3$. Ad un istante t> t₀ il punto P, per effetto della deformazione, si trova in una posizione diversa individuata dal vettore p = $x_1\hat{u}_1 + x_2\hat{u}_2 + x_3\hat{u}_3$.

In rappresentazione lagrangiana la posizione di P è descritta dal vettore spostamento s(P)=p-p₀ ovvero la posizione di P al tempo t rispetto la sua posizione iniziale a t₀. Ciò equivale a scegliere un sistema di riferimento con origine fissa nella posizione di P a t₀ e seguire il moto di P in funzione del tempo (legge oraria). Date s₁, s₂, s₃ le componenti di s in questo sistema si ha: s(P) = $s_1\hat{u}_1 + s_2\hat{u}_2 + s_3\hat{u}_3$.



Figura 1.5: spostamento s del punto P dalla posizione occupata al tempo t_0 alla posizione occupata a t> t_0 .

Consideriamo ora un punto Q posto a distanza dr da P, la deformazione elastica del volume contenente P e Q li trasporta nelle posizioni P' e Q'; indico dr' la distanza tra P' e Q', $p_0 e p$ le posizioni di P e P' e $q_0 e q$ quelle di Q e Q', si ha dunque:

$$s(Q) = q - q_0$$

inoltre si ha:

$$q_0 = p_0 + dr$$
$$q = p + dr'$$

sostituendo:

$$s(Q) = (p - p_0) + (dr - dr')$$

ma:

$$p - p_0 = s(P)$$
$$dr' = dr + ds(P)$$

in conclusione si ha:

$$s(Q) = s(P) + ds(P)$$

con $ds = ds_1\hat{u}_1 + ds_2\hat{u}_2 + ds_3\hat{u}_3$ e ds_i i differenziali delle componenti dello spostamento s(P).



Figura 1.6: spostamento del punto Q, prossimo a P, per effetto della deformazione.

1.1.3 Relazione tra deformazione e spostamento

Per piccoli spostamenti per ciascuna componente si ha:

$$s_{1}(Q) = s_{1}(P) + \frac{\partial s_{1}}{\partial u_{1}}\Big|_{P} du_{1} + \frac{\partial s_{1}}{\partial u_{2}}\Big|_{P} du_{2} + \frac{\partial s_{1}}{\partial u_{3}}\Big|_{P} du_{3}$$

$$s_{2}(Q) = s_{2}(P) + \frac{\partial s_{2}}{\partial u_{1}}\Big|_{P} du_{1} + \frac{\partial s_{2}}{\partial u_{2}}\Big|_{P} du_{2} + \frac{\partial s_{2}}{\partial u_{3}}\Big|_{P} du_{3}$$

$$s_{3}(Q) = s_{3}(P) + \frac{\partial s_{3}}{\partial u_{1}}\Big|_{P} du_{1} + \frac{\partial s_{3}}{\partial u_{2}}\Big|_{P} du_{2} + \frac{\partial s_{3}}{\partial u_{3}}\Big|_{P} du_{3}$$

(1.5)

(1. 4)

Che può essere scritta in forma compatta (j=1,2,3) come:

$$s_j(Q) = s_j(P) + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial s_j}{\partial u_i} \bigg|_P du_i$$
(1. 6)

Per ogni coppia di indici i e j fissati il termine $\frac{\partial s_j}{\partial u_i}$ può essere scritto come:

$$\frac{\partial s_j}{\partial u_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_j}{\partial u_i} - \frac{\partial s_i}{\partial u_j} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_j}{\partial u_i} + \frac{\partial s_i}{\partial u_j} \right)$$
(1.7)

Sostituendo si ha:

$$s_j(Q) = s_j(P) + \frac{1}{2} [(\nabla \times s) \times du]_j + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_j}{\partial u_i} + \frac{\partial s_i}{\partial u_j} \right)$$
(1. 8)

I primi due termini a destra dell'equazione rappresentano una traslazione e una rotazione rigide, l'ultimo termine rappresenta la deformazione, ovvero lo spostamento associato al cambiamento di distanza tra due punti prossimi. Definisco il tensore delle deformazioni infinitesime costituito dagli elementi:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_j}{\partial u_i} + \frac{\partial s_i}{\partial u_j} \right)$$
(1. 9)

Anch'esso è simmetrico ed è quindi definito da 6 componenti indipendenti. ε_{ij} rappresenta l'effetto della deformazione sul segmento du_i tale che la distanza relativa dei suoi estremi varia di $\varepsilon_{ij} du_i$, per esempio:

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_1}{\partial u_1} + \frac{\partial s_1}{\partial u_1} \right) = \frac{\partial s_1}{\partial u_1}$$
(1. 10)

Esprime la variazione relativa della posizione di Q nella direzione 1.

Dato un parallelepipedo di lati du_1 , du_2 , du_3 con volume non deformato:

$$dV = du_1 \, du_2 \, du_3$$

(1. 11)

La deformazione nella direzione u₁ si esprime come:

$$du_1' = du_1 + \varepsilon_{11} du_1 = du_1(1 + \varepsilon_{11})$$
(1. 12)

analogamente per le altre direzioni, dunque il volume deformato è:

$$dV' = du_1(1 + \varepsilon_{11}) du_2(1 + \varepsilon_{22}) du_3(1 + \varepsilon_{33})$$

= $du_1 du_2 du_3 + du_1 du_2 du_3(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + \emptyset(\varepsilon_{ij})$
(1. 13)

Con $\phi(\varepsilon)$ termini in ε di ordine superiore al primo ($\varepsilon_{ij} \ll 1$). Dunque:

$$dV' \approx dV + dV(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) = dV + \Delta dV = (1 + \Delta)dV$$

(1. 14)

Con $\Delta = \nabla \cdot s = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ dilatazione, è la frazione di volume in cui è variato dV.



Figura 1.7: un parallelepipedo di dimensioni du_1 , du_2 , du_3 subisce una deformazione nelle tre direzioni

1.1.4 Legge di Hooke e parametri elastici

Dagli esperimenti di Robert Hooke risulta che in regime elastico di piccole deformazioni lo sforzo applicato e la deformazione sono proporzionali. Ogni componente dello sforzo in ogni punto del corpo è funzione lineare delle componenti indipendenti della deformazione. Nel caso più generale di una relazione lineare tra tensori tridimensionali servono 81 costanti che legano le 9 componenti di un tensore alle 9 componenti dell'altro. Indicato con c_{ijpq} il tensore delle costanti la legge di Hooke generalizzata si scrive:

$$\sigma_{ij} = c_{ijpq} \varepsilon_{pq}$$

Ponendo le simmetrie:

Per gli sforzi di taglio (i≠j):

$$\varepsilon_{pq} = \varepsilon_{qp} \Rightarrow c_{ijpq} = c_{ijqp}$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \Rightarrow c_{ijpq} = c_{jipq}$$

bilancio energetico $\Rightarrow c_{ijpq} = c_{paij}$

Il numero complessivo di costanti elastiche si riduce a 21. In prima approssimazione consideriamo la Terra un mezzo isotropo; in questo modo le costanti indipendenti si riducono a 2: $\lambda = \mu$ dette costanti di Lamè e la legge di Hooke per un mezzo isotropo elastico prende la forma, per gli sforzi normali (i=j):

 $\sigma_{ii} = 2\mu\varepsilon_{ii}$

$$\sigma_{ii} = \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + 2\mu\varepsilon_{ii}$$

(1. 17)

(1. 16)

(1. 15)

In forma compatta posso scrivere in generale:

$$\sigma_{ij} = \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij}$$

(1. 18)

Con δ_{ij} delta di Kronecker:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & se \ i = j \\ 0 & se \ i \neq j \end{cases}$$

Si vede che gli sforzi normali causano deformazioni anche in direzioni diverse da quelle dello sforzo. μ esprime la resistenza alla deformazione di taglio ed è nota come modulo di rigidità. Le costanti di Lamé hanno le dimensioni dello sforzo.

A partire dalle costanti di Lamé posso definire altre costanti:

il modulo di Young E che esprime la resistenza di un materiale alle deformazioni lineari:

$$E = \frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11}} = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$$
(1. 19)

Il rapporto di Poisson v che esprime il rapporto tra le componenti della deformazione parallela e ortogonale alla direzione dello sforzo agente:

$$\nu = \left|\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}}\right| = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$
(1. 20)

Il modulo di incompressibilità K che esprime la resistenza di un materiale ad un cambiamento di volume per effetto della pressione:

$$K = \frac{-\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}} = \lambda + \frac{2}{3}\mu$$
(1. 21)

Le costanti elastiche sono per definizione positive. In particolare $\nu \in [0,0.5]$, ν varia da 0.05 per rocce molto rigide a 0.45 per materiali soffici. Per i liquidi μ =0 e dunque ν =0.5.



Figura 1.8: deformazione di una sezione rettangolare di un parallelepipedo sottoposto ad uno sforzo uniassiale

1.1.5 Equazione dell'elastodinamica

Passiamo ora al problema dinamico. Prendiamo un parallelepipedo elementare infinitesimo sottoposto ad una piccola deformazione in regime elastico. Data la faccia posteriore del parallelepipedo ortogonale al piano (u_2, u_3) su di essa agiscono gli sforzi $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$; gli sforzi agenti sulla faccia anteriore saranno:

$$\sigma_{11} + \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial u_1} du_1$$
$$\sigma_{12} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial u_1} du_1$$
$$\sigma_{13} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial u_1} du_1$$

(1. 22)

Analogamente si ragiona per le altre facce.



Figura 1.9: lo sforzo σ_{11} agisce perpendicolarmente alla faccia parallela al piano (u₂, u₃) del parallelepipedo elementare

Poiché gli sforzi sulle facce opposte del parallelepipedo hanno segno opposto le componenti dello sforzo risultante sono date da:

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial u_1} du_1; \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial u_1} du_1; \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial u_1} du_1$$
(1. 23)

Valutiamo ora le componenti delle corrispondenti forze, queste vengono dette forze di trazione o di contatto (distinte dalle forze di massa che agiscono a distanza), si ha che per F_{11} :

$$F_{11} = \left(\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial u_1} du_1\right) (du_2 du_3) = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial u_1} dV = F'_{11} dV$$
(1. 24)

Con dV volume elementare. F'_{11} è la componente della forza per unità di volume agente ortogonalmente al piano (u₂, u₃). Analogamente per le altre coppie di facce opposte si ha che:

$$F'_{ij} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial u_i}$$
(1. 25)

Dunque la risultante delle forze per unità di volume agenti lungo u1 è:

$$F_{R1}' = F_{11}' + F_{21}' + F_{31}' = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial u_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial u_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial u_3} = \nabla \cdot \sigma_1$$
(1. 26)

 $\operatorname{Con} \sigma_1 = (\sigma_{11}, \sigma_{21}, \sigma_{31})$

Data ρ densità e *a* l'accelerazione indotta dalla forza risultante sul parallelepipedo applicando la II legge della dinamica lungo la direzione u₁ si ha:

$$F_1' = \rho a_1 = \rho \frac{\partial^2 s_1}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial u_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial u_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial u_3}$$
(1. 27)

Applicando la legge di Hooke:

$$\sigma_{11} = \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + 2\mu\varepsilon_{11}$$

$$\sigma_{21} = 2\mu\varepsilon_{21}$$

$$\sigma_{31} = 2\mu\varepsilon_{31}$$

(1. 28)

Sostituendo:

$$F_{1}' = \rho \frac{\partial^{2} s_{1}}{\partial t^{2}} = \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial u_{1}} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial u_{1}} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{21}}{\partial u_{2}} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{31}}{\partial u_{3}}$$
(1. 29)

 $\mathrm{Con}\,\varDelta=\varepsilon_{11}+\varepsilon_{22}+\varepsilon_{33}\,\mathrm{dilatazione}.$

Dalla definizione del tensore delle deformazioni infinitesime si ha:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial s_1}{\partial u_1}; \quad \varepsilon_{21} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_2}{\partial u_1} + \frac{\partial s_1}{\partial u_2} \right); \quad \varepsilon_{31} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_3}{\partial u_1} + \frac{\partial s_1}{\partial u_3} \right)$$
(1. 30)

Sostituendo:

$$F_1' = \rho \frac{\partial^2 s_1}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial u_1} + \mu \nabla^2 s_1$$
(1. 31)

Avendo definito:

$$\nabla^2 s \equiv (\nabla^2 s_1, \nabla^2 s_2, \nabla^2 s_3)$$

le cui componenti sono scalari, per $\nabla^2 s_1$:

$$\nabla^2 s_1 = \frac{\partial^2 s_2}{\partial u_1^2} + \frac{\partial^2 s_1}{\partial u_2^2} + \frac{\partial^2 s_1}{\partial u_3^2}$$

Analogamente si opera per le alte componenti si ottiene così in forma vettoriale l'equazione:

$$F' = \rho \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla \Delta + \mu \nabla^2 s$$
(1. 32)

Applicando le proprietà di $\nabla \Delta$:

$$\nabla \Delta = \nabla (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) = \nabla \left(\frac{\partial s_1}{\partial u_1} + \frac{\partial s_2}{\partial u_2} + \frac{\partial s_3}{\partial u_3} \right) = \nabla (\nabla \cdot s)$$

E di $\nabla^2 s$:

$$\nabla^2 s = \nabla (\nabla \cdot s) - (\nabla \times \nabla \times s)$$

Si ottiene:

$$\rho \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot s) - \mu (\nabla \times \nabla \times s)$$
(1. 33)

Questa è l'equazione del moto detta anche equazione dell'elastodinamica; essa è un'equazione differenziale del secondo ordine a coefficienti costanti che descrive lo spostamento nel tempo delle particelle di un parallelepipedo elementare di un mezzo continuo sottoposto ad una variazione infinitesima di sforzo. Il primo termine è irrotazionale e il secondo è solenoidale, i due termini rappresentano due moti con diverse proprietà. In generale la soluzione dell'equazione è un campo di spostamenti con polarizzazione generica.

Il fatto che le due componenti siano solenoidale e irrotazionale deriva dall'esistenza di due potenziali, detti potenziali di Lamé ϕ e ψ tali che:

 $s = \nabla \phi \Rightarrow$ s irrotazionale

 $s = \nabla imes \psi \Rightarrow$ s solenoidale

Consideriamo come due casi limite il solo termine irrotazionale ed il solo termine solenoidale:

 s irrotazionale (∇ × s = 0), questa soluzione non produce moti trasversali nel mezzo, visto che ∇(∇ · s) = ∇²s. Sostituendo ottengo il moto dell'onda P o di compressione, il cui spostamento è rappresentato da s = ∇φ

$$\rho \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla^2 s_P$$

(1. 34)



Figura 1.10: schema di propagazione di un'onda P

• s solenoidale ($\nabla \cdot s = 0$), questa soluzione non produce variazioni di volume nel mezzo, visto che $\nabla \times \nabla \times s = -\nabla^2 s$ sostituendo si ottiene il moto dell'onda S o di taglio, con spostamento rappresentato da $s = \nabla \times \psi$



Figura 1.11: schema di propagazione di un'onda S

In entrambi casi le equazioni hanno la forma:

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \nabla^2 s \tag{1.36}$$

Con la costante *v* avente le dimensioni di una velocità. Essa dipende dalle proprietà elastiche ($\lambda \in \mu$) e dalla densità ρ del mezzo, ha valori differenti per le onde P e S e rappresenta la loro velocità di propagazione.

$$v_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad v_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \tag{1. 37}$$

Si vede che $v_P > v_s$.

Nel caso più generale la soluzione dell'equazione dell'elastodinamica può essere scritta in funzione dei due potenziali utilizzando il Teorema di Lamé:

$$s = \nabla \phi + \nabla \times \psi \tag{1.38}$$

1.1.6 Approssimazione di campo vicino e campo lontano

Troviamo ora una soluzione analitica generale dell'equazione dell'elastodinamica. Poniamo il mezzo di propagazione omogeneo, isotropo e illimitato.

L'equazione è scrivibile nel seguente modo:

$$L_x u(x) = f(x)$$

con L_x operatore differenziale lineare. Definisco funzione di Green la soluzione fondamentale G(x, y) tale che:

$$L_x G(x, y) = \delta(x - y)$$

Con $\delta(x - y)$ delta di Dirac.

Nel nostro caso la delta rappresenta un termine di sorgente di una forza impulsiva unidirezionale. Indico la funzione di Green come:

$$G_{ip}(\xi, t_0; x, t)$$
 (1. 39)

Così da rappresentare la componente i-esima al tempo t del campo di spostamento prodotto in x da una forza impulsiva unitaria applicata in ξ al tempo t_0 e diretta lungo la direzione p-esima.

In questo modo G_{ip} è un tensore che dipende dalle coordinate della sorgente e del ricevitore e soddisfa l'equazione:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} G_{ip} = \delta_{ip} (x - \xi) \delta(t - t_0) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(c_{ijkl} \frac{\partial}{\partial x_l} C_{kp} \right)$$
(1. 40)

Con ρ densità del mezzo e c_{ijkl} tensore delle costanti elastiche, che, nel mezzo omogeneo e isotropo si riducono alle due costanti di Lamé λ e μ .

Poniamo come condizioni iniziali $G_{ip}(\xi, t_0; x, t) = \frac{\partial G_{ip}(\xi, t_0; x, t)}{\partial t}$ nulle per $t \le t_0 \in x \ne \xi$.

Le condizioni al contorno dipendono invece dal tipo di applicazione.

Risolvendo l'equazione in un mezzo omogeneo isotropo e illimitato si ricava che la funzione di Green è scrivibile come somma di tre termini:

$$G_{ip} = A_{ip}^{CV} \frac{1}{4\pi\rho r^3} \int_{r/v_P}^{r/v_S} \tau \delta(t - t_0 - \tau) \, d\tau + A_{ip}^{CLP} \frac{1}{4\pi\rho v_P^2 r} \delta\left(t - \frac{r}{v_P}\right) + A_{ip}^{CLS} \frac{1}{4\pi\rho v_S^2 r} \delta\left(t - \frac{r}{v_S}\right)$$
(1.41)

Con $r = |x - \xi|$ distanza tra sorgente e ricevitore e i coefficienti A_{ip}^{CV} , A_{ip}^{CLP} e A_{ip}^{CLS} quantità che dipendono dall'orientazione relativa della forza e della componente dello spostamento osservato. A_{ip}^{CV} è detto coefficiente di campo vicino (CV) mentre A_{ip}^{CV} e A_{ip}^{CLS} sono detti coefficienti di campo lontano (CL) riferiti alle componenti di onda P e di onda S. Si nota che il primo termine si attenua con la distanza come r^{-3} , più velocemente degli altri due che si attenuano come r^{-1} . Entrambi i termini CV e CL mostrano la dipendenza da un tempo ritardato tipico della propagazione di una perturbazione nello spazio con velocità finita, in effetti come abbiamo visto v_P e v_S rappresentano le velocità di propagazione delle onde P ed S rispettivamente. I coefficienti A determinano anche la polarizzazione dei vari termini: il primo ha una polarizzazione data dalla composizione simultanea dei moti P e S, il CL P ha una polarizzazione parallela alla direzione di propagazione e il CL S invece ha una polarizzazione ad essa ortogonale. In genere, visto che le osservazioni sismologiche vengono condotte a grandi distanze (molto maggiori della lunghezza d'onda delle onde sismiche), il termine CV è trascurabile.

1.2 Fenomenologia dei terremoti e misurazioni tradizionali

Trattiamo adesso brevemente la fenomenologia relativa alla generazione delle onde sismiche e la loro rilevazione con strumenti tradizionali.

Sono varie le sorgenti naturali o artificiali che possono causare un sisma: vento, onde, marea, movimenti magmatici, acque sotterranee, esplosioni ma anche effetti antropici tipo il passaggio di mezzi di trasporto; ma i terremoti più frequenti di intensità rilevante hanno origine tettonica ovvero sono causati dalla rottura elastica di una faglia o di una sua sezione.

1.2.1 Teoria del rimbalzo elastico

Una faglia è una superficie pre-esistente interna alla crosta terrestre lungo cui si sviluppa o si è sviluppata una frattura rispetto quale i volumi di roccia hanno prodotto un moto relativo reciproco. Prima dell'occorrenza di un terremoto gli sforzi tettonici producono una deformazione delle rocce, che produce un accumulo di energie in prossimità delle faglie. Una volta raggiunto il carico di rottura di un materiale elastico, l'energia viene liberata e produce uno spostamento relativo dei blocchi di roccia. Una volta ridotto lo sforzo agente il corpo ritorna alla configurazione iniziale, per ricominciare a crescere nel tempo, durante il periodo intersismico.



Figura 1.12: Grafico della risposta in deformazione allo sforzo di un generico corpo

Figura 1.12: schema del modello di rimbalzo elastico per una sezione di faglia

Quando avviene la dislocazione una parte dell'energia elastica accumulata dalla faglia è convertita in energia termica per attrito e la restante parte è convertita in energia cinetica radiata attraverso le onde sismiche. Più è grande l'area di faglia che ha dislocato, maggiore è l'energia rilasciata in onde sismiche.

Definiamo il punto in cui la dislocazione è iniziata come *ipocentro* e la sua proiezione sulla superfice terrestre *epicentro*; la loro localizzazione può essere facilmente stimata valutando l'intervallo temporale tra l'arrivo delle onde P e l'arrivo delle onde S in diversi punti sulla superfice.



Figura 1.13: sezione verticale di una faglia con punti di ipocentro ed epicentro

1.2.2 Sismografi e scale di misura

Lo strumento più semplice che misura le caratteristiche di un sisma è il sismografo: una massa, su cui è avvolta una bobina, è legata a delle molle nelle 3 direzioni dello spazio ed è immersa in un campo magnetico. Il moto dovuto alle onde sismiche genera una corrente nella bobina che è legata alla velocità di moto del suolo (al contrario i sismografi a penna misuravano lo spostamento).



Figura 1.14: schema di un sismografo elettromagnetico monodirezionale

Per quantificare l'intensità di un sisma vengono definite diverse scale che andremo a discutere di seguito.

L'intensità macrosismica stima gli effetti di un terremoto; essa è divisa in 12 gradi di intensità ma ha il difetto che è fortemente legata al grado di antropizzazione dell'area in cui è avvenuto il sisma

La magnitudo delle onde di superficie è misurata a partire dalla massima componente verticale dello spostamento causato dalle onde superficiali (un tipo di onde sismiche generato dall'interazione delle onde di volume con la superfice terrestre) e viene calcolata come:

$$M_s = \log_{10}\left(\frac{A_s}{T}\right) + C(\Delta) + C_s$$
(1. 42)

con A_s massima ampiezza dello spostamento, T periodo dell'onda, $C(\Delta)$ termine correttivo per la distanza epicentrale e C_s termine correttivo per effetti di sito del sismografo. Il termine $\frac{A_s}{T}$ ha le dimensioni di una velocità, dunque la magnitudo è legata all'energia elastica rilasciata dalla sorgente. Il difetto di questa scala è che A_s è molto sensibile alla profondità della sorgente, cosa che migliora se si utilizzano le onde di volume. La magnitudo delle onde di volume è misurata a partire dalla massima componente verticale dello spostamento causato dalle onde P:

$$m_b = \log_{10}\left(\frac{A_b}{T}\right) + Q(\Delta, h)$$
(1. 43)

con A_b massima ampiezza dello spostamento, T periodo dell'onda e $Q(\Delta, h)$ fattore correttivo per la distanza e la profondità

Le due scale di magnitudo restituiscono per lo stesso sisma valori differenti a causa del diverso comportamento delle rocce al passaggio delle onde P e delle onde superficiali, la relazione che le lega è:

$$M_s = 1.8m_b - 4.3$$

(1. 44)

Entrambe scale però hanno il problema della saturazione.

A causa di una limitazione strumentale, i sismografi non rilevano bene le componenti a bassa frequenza di un sisma, quando la distanza dalla sorgente è grande la maggior parte dell'energia è contenuta proprio nelle

basse frequenze. Per effetto del filtro strumentale, al di sopra di una certa magnitudo ($M_s > 7.25, m_b > 5.5$) c'è una sottostima e terremoti con intensità diverse risultano di uguale magnitudo.

Questa limitazione è in parte migliorata con i sismografi moderni a larga banda "broadband", che rilevano bene anche le basse frequenze; la saturazione in questi strumenti si ha per magnitudo più alte ovvero per terremoti che avvengono più raramente.

Per risolvere questo problema dobbiamo definire un'altra scala. Come abbiamo visto l'energia rilasciata da un terremoto dipende dall'area di faglia; definisco il momento sismico:

$$M_0 = \mu SD$$

(1. 45)

Con μ modulo di rigidità delle rocce che costituiscono la faglia, *S* area della faglia e *D* spostamento relativo causato dal sisma. A partire da M_0 definisco la magnitudo momento:

$$M_w = \frac{2}{3} (\log_{10}(M_0) - 9, 1)$$
(1. 46)

Questa è la scala migliore per i terremoti di grande intensità.

1.2.3 Sismogramma

Il grafico della risposta del sismografo (velocità o spostamento del suolo) nel tempo è detto sismogramma; poiché il moto del suolo è vettoriale, ho un sismogramma per ogni componente di misurazione: una verticale e due ortogonali su un piano orizzontale (orientate verso N e E). Con queste tre componenti si ricostruisce il vettore misurato e la sua variazione nel tempo. Tramite l'analisi dei sismogrammi è possibile avere informazioni sulla sorgente del sisma e sulle caratteristiche del mezzo attraversato dall'onda (molte informazioni sulla struttura interna della Terra sono ricavate da analisi di segnali sismici). Una delle caratteristiche che si notano in un sismogramma è la distanza temporale che separa l'arrivo dei vari tipi di onda (P, S, superficiali).



Figura 1.15: sismogramma del terremoto di Sichuan (Cina) del 12 maggio 2008, $M_w = 7.9$, registrato alla stazione Satriano (PZ) a circa 7700km dall'epicentro. Si nota bene l'arrivo in diversi istanti dei vari tipi di onde

Ovviamente nel sismogramma vanno considerati anche i contributi di rumore sismico sia naturali che artificiali che costituiscono un fondo per una qualsiasi misura e i segnali dovuti a fenomeni di riflessione e rifrazione delle onde sismiche. Distinguiamo infine 3 diversi tipi di sismi a seconda della distanza *d* tra l'epicentro e il sismografo:

- locali: *d*<100km, i sismogrammi mostrano evidenti distinzioni, in ogni componente, le fasi P e S dirette, seguite da fasi secondarie e riverberi.
- regionali: 100km<*d*<1400km, nei sismogrammi dominano fasi riflesse/rifratte a causa delle discontinuità crosta-mantello e intra-crostali; per effetto della contemporaneità dell'arrivo dei vari segnali le forme d'onda tendono ad essere complesse.
- Distanze mantello-superiore: 1400km<*d*<3300km, nei sismogrammi dominano segnali di onde che attraversano il mantello superiore dove subiscono una riduzione di velocità e una zona di transizione con due discontinuità.
- Telesismi: *d*>3300km, si ha di nuovo una facile distinzione tra l'arrivo delle onde P e S dirette ma oltre ciò domina una complessità causata dalle molteplici riflessioni e rifrazioni delle onde sismiche lungo il loro percorso.

Capitolo 2: Fibra ottica come sensore sismico

2.1 Funzionamento della fibra ottica

La fibra ottica è un materiale costituito da filamenti vetrosi o polimerici che permettono la trasmissione di segnali luminosi tramite le loro proprietà ottiche. Viene usata generalmente per le telecomunicazioni sfruttando la sua capacità di propagare segnali ad alta frequenza con perdite in attenuazione molto limitate. Trattiamo ora le leggi dell'ottica che stanno alla base del suo funzionamento

2.1.1 Legge di Snell e riflessione totale

Consideriamo un'onda elettromagnetica che incide sulla superfice di separazione di due mezzi trasparenti, omogenei e isotropi aventi indice di rifrazione $n_1 e n_2 con \theta_i$ angolo di incidenza rispetto alla direzione normale alla superfice. Il piano di incidenza è il piano definito dalla direzione dell'onda incidente e la normale al piano di separazione. Sperimentalmente una parte dell'onda viene riflessa e una parte viene rifratta. Definisco θ'_i angolo di riflessione e θ_r angolo di rifrazione.



Figura 2.1: schema di un'onda piana incidente su una superfice di separazione tra due mezzi ad indice di rifrazione diverso e formazione delle onde riflessa e rifratta

Scriviamo ora l'equazione del campo elettrico dell'onda incidente:

$$E_i = E_{0i} e^{i(k_i \cdot r - \omega t)}$$

(2. 1)

Con k_i vettore d'onda, r raggio vettore e ω pulsazione.

Analogamente per l'onda riflessa e l'onda rifratta:

$$E'_{i} = E'_{0i}e^{i(k'_{i}\cdot r - \omega t)}$$
$$E_{r} = E_{0r}e^{i(k_{r}\cdot r - \omega t)}$$

(2. 2)

Devono essere soddisfatte la condizioni al contorno sulla superficie di separazione, ciò porta a richiedere che:

 $\lambda = \frac{2\pi v}{\omega}$

 $\lambda_i = \lambda'_i$ e $\lambda_r = \frac{n_1}{n_2}\lambda_i$

$$k_i \cdot r = k'_i \cdot r = k_r \cdot r \tag{2.3}$$

Data la lunghezza d'onda:

sul piano di separazione (x, y) si ha:

Si ha anche:

(2. 4)
Scegliendo come piano di incidenza il piano (y, z) con origine nel punto di incidenza si ha
$$k'_{ix} = 0$$
, proiettando

$$k_{iy}y = k'_{ix}x + k'_{iy}y = k_{rx}x + k_{ry}y$$
(2. 5)

È soddisfatta per ogni punto di incidenza (x, y) solo se:

 $k_{ix}'x = k_{rx}x = 0$

Dunque:

$$k_{iy}y = k'_{iy}y = k_{ry}y$$
 (2. 7)

Quindi i tre vettori d'onda k_i , k'_i e k_r giacciono tutti sul piano d'incidenza (y, z). Visto che $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ si ha:

$$\frac{2\pi}{\lambda_i} sen(\theta_i) = \frac{2\pi}{\lambda_i} sen(\theta_i') = \frac{2\pi}{\lambda_r} sen(\theta r)$$
(2.8)

Risultano quindi la legge della riflessione:

$$sen(\theta'_i) = sen(\theta_i)$$

E la legge di Snell per la rifrazione:

$$n_1 sen(\theta_i) = n_2 sen(\theta_r)$$

(2. 10)

(2.9)

(2. 6)

Definendo l'indice di rifrazione relativo tra mezzo 1 e mezzo 2 come il rapporto:

$$n_{12} = \frac{n_1}{n_2}$$

La legge può essere scritta come:

$$sen(\theta_r) = n_{12}sen(\theta_i)$$

(2. 11)

Nel caso in cui $n_{12} > 0$ (ovvero $n_1 > n_2$) e $sen(\theta_i) = \frac{n_2}{n_1} = sen(\theta_c)$ si ha $sen(\theta_r) = 1$ ovvero l'onda rifratta viaggia parallelamente alla superfice di separazione e per $\frac{n_2}{n_1} < sen(\theta_i) \le 1$ non si osserva alcuna onda

rifratta, dunque l'onda riflessa ha la stessa intensità dell'onda incidente e il fenomeno prende il nome di riflessione totale, l'angolo θ_c per cui $sen(\theta_c) = \frac{n_2}{n_1}$ è detto angolo di riflessione totale o angolo limite



Figura 2.2: oltre un certo angolo di incidenza l'onda rifratta non è più presente, si va in riflessione totale

2.1.2 Fibra ottica

Se faccio passare un raggio luminoso in un cavo cilindrico circondato da un materiale con un indice di rifrazione minore di quello del cavo e il raggio luminoso si propaga quasi parallelamente al cavo, ovvero gli angoli di incidenza con l'interfaccia cavo-materiale esterno sono circa uguali a $\frac{\pi}{2}$, comunque maggiori dell'angolo limite, allora il raggio luminoso si propaga per riflessioni totali continue su tutto il cavo; questo dispositivo è detto fibra ottica.



Figura 2.3: con un susseguirsi di riflessioni totali la fibra ottica confina la propagazione del raggio luminoso al suo interno facendogli assumere un percorso coincidente a quello della fibra

Il cavo centrale di una fibra è detto Core (nucleo) e il materiale esterno ad indice di rifrazione minore è detto Cladding (mantello), entrambi in genere sono composti di silice o polimeri plastici. Inoltre si riveste il Cladding di due strati protettivi, il Buffer e il Jacket, per preservare la fibra da agenti esterni.



Figura 2.4: composizione schematica di una fibra ottica:

- 1) Core
- 2) Cladding
- 3) Buffer
- 4) Jacket

Mentre il principio di riflessione totale è alla base della trasmissione di segnali con la fibra ottica, per usarla come rilevatore si devono sfruttare le inevitabili impurità presenti nella fibra. Esse al passaggio di un segnale luminoso generano dei fenomeni di scattering anelastico (scattering di Raman e scattering di Brillouin) ed elastico (scattering di Rayleigh). Per l'utilizzo della fibra come rilevatore di onde sismiche tratteremo solo lo scattering di Rayleigh.

2.1.3 Scattering di Rayleigh

Lo scattering di Rayleigh è lo scattering (diffusione ottica) elastico dovuto all'interazione di onde elettromagnetiche con particelle di dimensioni minori rispetto alla loro lunghezza d'onda; nel nostro caso osserveremo segnali luminosi diffusi dalle impurità della fibra ottica. Parametrizzo la dimensione della particella su cui l'onda incide con la quantità adimensionale:

$$x = \frac{2\pi r}{\lambda} \tag{2.12}$$

Con r raggio della particella e λ lunghezza d'onda. Lo scattering di Rayleigh si ha per $x \ll 1$ ovvero per circa $r < \frac{1}{10}\lambda$. Considerando la particella di impurità come una sferetta di diametro d e indice di rifrazione n e l'onda incidente con intensità I_0 la radiazione di Rayleigh ha un'intensità pari a:

$$I = I_0 \frac{1 + \cos^2(\theta)}{2R^2} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4 \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\right)^2 \left(\frac{d}{2}\right)^6$$
(2. 13)

Con R distanza della particella e θ angolo di scattering ovvero l'angolo della radiazione emessa.

Nel caso in cui trattiamo le particelle come molecole, detta α la polarizzabilità, l'intensità è:

$$I = I_0 \frac{8\pi^4 \alpha^2}{\lambda^4 R^2} (1 + \cos^2(\theta))$$
(2. 14)

per angoli θ è compresi tra $\theta_c + \frac{\pi}{2} e^{\frac{3}{2}} \pi - \theta_c$ la radiazione di Rayleigh retro-propaga in riflessione totale nella fibra e la percorre nel verso opposto al segnale incidente; questo fenomeno prende il nome di backscattering (retrodiffusione) e questa porzione di radiazione è il segnale che viene analizzato dall'interrogatore.



Figura 2.5: le impurezze della fibra provocano lo scattering dei segnali in ingresso, la porzione di backscattering ripercorre la fibra ed è rilevata dal sensore

2.2 Rilevazione con la fibra

Passiamo ora all'analisi di come viene utilizzata la fibra per la rilevazione di onde sismiche. Assumendo semplicisticamente che le impurità si comportino come delle superfici semiriflettenti e la parte di segnale riflesso è la radiazione di backscattering, una deformazione sulla fibra causata dal passaggio di un'onda sismica causa una modifica delle proprietà riflettenti delle impurità e quindi le piccole variazioni del segnale di backscattering possono essere analizzate per avere informazioni sulla deformazione della fibra stessa. Quando le impurità sono considerate come sensori essi sono detti OFS (optical fiber sensors), quando sono distribuiti su tutta la fibra sono detti DOFS (distribuited optical fiber sensors).

2.2.1 Metodi di acquisizione

Gli effetti di ogni impurità della fibra sull'intensità sulla radiazione di backscattering sono diversi; in prima approssimazione, non considerando effetti di dispersione e di polarizzazione, l'inviluppo complessivo b(t) del segnale di backscattering in una fibra può essere espresso come:

$$b(t) = \sum_{n} c_n e^{-2[\alpha(z_n) + i\beta z_n]} a(t - 2\tau_n)$$
(2. 15)

Con β costante di propagazione della fibra, $\alpha(z)$ descrive l'attenuazione accumulata fino alla posizione z, c_n e z_n l'ampiezza e la posizione dell'n-esimo centro di scattering (impurità), $\tau_n = z_{nd} \frac{\beta}{d\omega}$ ritardo di gruppo per la propagazione fino a z_n , il fattore 2 tiene conto della propagazione in andata e in ritorno e $\alpha(t)$ è l'inviluppo del segnale da rilevare nella fibra. Queste quantità possono essere considerate costanti finché la fibra non subisce una perturbazione. In questa semplice configurazione si cerca di ricavare l'attenuazione $\alpha(z)$

misurando b(t). Ciò equivale a misurare la risposta di un segnale trasmesso attraverso la sua propagazione nella fibra. Questa misura, può essere effettuata sia nel dominio del tempo, trasmettendo in ingresso nella fibra un segnale impulsivo per poi misurare l'impulso di risposta in uscita, sia nel dominio delle frequenze, trasmettendo in ingresso un segnale continuo a frequenze diverse e misurare la risposta in frequenza del segnale in uscita. I due approcci portano all'utilizzo di due tipi diversi di riflettometri.

2.2.2 Dominio del tempo

Il principio con cui lavorano i riflettometri nel dominio del tempo, detti OTDR (optical time domain reflectometer), è semplice: si invia un singolo impulso nella fibra e si misura l'impulso di scattering di ritorno. L'implementazione include la sorgente degli impulsi luminosi, un foto-ricevitore, un appropriato circuito ottico per separare la traiettoria di andata con quella di ritorno e un'appropriata elettronica sia per controllare i processi sia per la raccolta dei dati.



Figura 2.6: schema di funzionamento di un

Ovviamente più è "stretto" l'impulso più la misurazione è accurata (idealmente la misurazione migliore si ha con un impulso di tipo δ), per visualizzare gli effetti di un impulso non ideale rappresentiamolo in un diagramma di Minkowski.



Figura 2.7: diagramma di Minkowski per un segnale rettangolare in un OTDR

L'ascissa rappresenta il tempo e l'ordinata lo spazio percorso dall'impulso diviso la sua velocità nella fibra. Consideriamo un impulso rettangolare che a t = 0 entra nella fibra quindi nel diagramma occupa il segmento OT sull'ordinata. Il fronte dell'impulso propagandosi nella fibra traccia la semiretta \mathcal{L} e in modo quasi continuo subisce fenomeni di scattering. Per semplicità consideriamo un solo fenomeno di scattering che avviene nel punto A al tempo t_A , il segnale di backscattering definisce il segmento AC e ritorna all'origine della fibra in $2t_A$. Nel frattempo anche il resto dell'impulso si propaga nella fibra, esso è completamente nella fibra al tempo τ e contribuisce allo scattering. Consideriamo unicamente lo scattering dovuto alla coda dell'impulso che avviene nel punto B, successivamente in tempo ma più vicino nello spazio rispetto allo scattering nel punto A, il corrispondente segnale di backscattering si sovrapporrà a quello del fronte dell'impulso, generato in A, e arriverà all'origine sempre al tempo $2t_A$. In conclusione tutti i segnali di backscattering che avvengono nel segmento AB arriveranno sovrapposti al tempo $2t_A$, dunque l'intensità misurata dall'OTDR in questo istante è la sovrapposizione di tutti i segnali di backscattering generati nel segmento AB, con semplici considerazioni geometriche la lunghezza del segmento AB è pari alla metà della lunghezza dell'impulso in ingresso. La conseguenza di questa non idealità è che la risoluzione migliore dello strumento è pari alla metà della lunghezza dell'impulso; in generale l'accuratezza spaziale dipende anche da altri fattori come il rapporto segnale rumore della misura (SNR, signal to noise ratio), infatti se volessimo ridurre più possibile la lunghezza dell'impulso inevitabilmente il SNR diminuirà, bisogna raggiungere il miglior compromesso fra tutti i fattori.

2.2.3 Dominio delle frequenze

I riflettometri che operano nel dominio delle frequenze misurano la risposta in frequenza di un segnale continuo in ingresso nella fibra, e possono utilizzare due approcci: riflettometria ottica nel dominio delle frequenze incoerente I-OFDR (incoherent optical frequency domain reflectometry) e riflettometria ottica nel dominio coerente delle frequenze OFDR (coherent optical frequency domain reflectometry).

Un riflettometro I-OFDR ha un funzionamento simile ad un OTDR ma con la differenza che la sorgente non invia impulsi discreti, ma trasmette un segnale continuo modulato in ampiezza da un segnale in radiofrequenza RF. La frequenza RF viene variata linearmente per valutare la risposta in frequenza del sensore in una data banda. Come negli OTDR la risoluzione spaziale è inversamente proporzionale alla lunghezza d'onda del segnale in ingresso ma per la possibilità di modulare il segnale RF, in alcuni casi, gli I-OFDR hanno una risoluzione migliore.

Un riflettometro OFDR ha migliori prestazioni in termini di risoluzione spaziale e di sensibilità. La sorgente del riflettometro è un laser che emette un segnale coerente la cui frequenza è variata linearmente in una larghezza di banda che si può estendere (in unità di lunghezza d'onda) di diverse decine di nanometri. Una parte di questo segnale è immesso in ingresso nella fibra e il resto è usato come un oscillatore locale LO (local oscillator). Il segnale di backscattering è quindi unito al segnale LO e viene prodotta un'interferenza coerente che infine viene inviata nel ricevitore e misurata con tecniche interferometriche.



Figura 2.8: schema di funzionamento di un OFDR

Questo approccio produce un grande vantaggio: il mescolamento con LO è una sorta di demodulazione con una "frequenza intermedia" altamente efficiente. Modificando appropriatamente la velocità di variazione della frequenza del segnale in ingresso la decina di nanometri di larghezza di banda emettibile dalla sorgente è "ridotta" ad un segnale elettrico di alcuni MHz più gestibile. La risoluzione spaziale di un OFDR è valutabile come:

$$RT = \frac{\lambda_s \lambda_f}{2n\Delta\lambda}$$
(2. 16)

Con $\lambda_s e \lambda_f$ i limiti inferiore e superiore della lunghezza d'onda emessa dalla modulazione della frequenza in ingresso, $\Delta \lambda = \lambda_f - \lambda_s e n$ l'indice di rifrazione della fibra; normalmente, la risoluzione spaziale nominale è sub millimetrica. Questo vantaggio però ha come conseguenza un aumento della complessità della misura, se la frequenza in ingresso non è variata linearmente l'efficacia della misurazione si riduce drasticamente. Una soluzione per evitare la non linearità è, come mostrata in figura, l'inserimento di un secondo interferometro che misura l'effettiva frequenza ottica in ingresso. Il fattore più limitante nel OFDR in ogni caso è la sorgente e la sua limitata lunghezza di coerenza: per produrre l'interferenza il segnale di backscattering e il segnale LO devono essere coerenti in fase, di conseguenza il range per le misurazioni è limitato da quanto la sorgente può far variare la sua lunghezza di coerenza, una risoluzione spaziale sub millimetrica è raggiungibile solo con fibre lunghe qualche decina di metri, sensori con fibre lunghe chilometri sono stati testati ma la risoluzione spaziale è peggiorata andando al di sopra dei millimetri.

2.3 DOFS basati sull'attenuazione

I DOFS basati sulla misura dell'attenuazione del segnale di backscattering sono intrinsecamente sensibili ai seguenti effetti:

- 1) Accoppiamento di modi normali guidati a modi radiativi, a sua volta divisi in:
 - a) Micro e macro deformazioni
 - b) Interazioni attraverso il campo evanescente
 - c) Accoppiamento in fibra ottica polimerica POF (polymer optical fiber) multimodale
- 2) Assorbimento (o guadagno) del materiale

Ogni effetto è usato a seconda del parametro fisico che si vuole misurare (temperatura, concentrazione chimica, ecc..). nella maggior parte dei casi l'attenuazione è misurata con OTDR o I-OFDR, raramente si usano OFDR.

2.3.1 Micro e macro deformazioni

Questo tipo di sensori basati su effetti di deformazione sono considerati "sensori estrinseci" perché il meccanismo di rilevazione è indotto da una struttura esterna. La soluzione più comune è basata su micro deformazioni che sono indotte sulla fibra da un'appropriata struttura periodica che la riveste, per esempio per misurare l'umidità si usa una struttura polimerica che si gonfia assorbendo acqua, questa pressando la fibra induce un'attenuazione del segnale per micro deformazioni che può essere facilmente rilevata da un OTDR. Altri utilizzi di questo tipo di sensori sono la misurazione di sforzi e deformazioni indotte da agenti esterni sulla fibra, rilevamento di incrinature e monitoraggio di frane.

2.3.2 Campo evanescente

Come abbiamo visto, dopo un certo angolo di incidenza, l'onda elettromagnetica nell'interfaccia tra core e cladding nella fibra ottica si propaga in riflessione totale lungo tutta la fibra. Nel cladding, il materiale con indice di rifrazione minore, si propaga un campo elettrico (e magnetico), per effetto delle relazioni di continuità dei campi elettromagnetici all'interfaccia fra due mezzi. Questo tipo di onda trasmessa è detta evanescente e ha ampiezza esponenzialmente decrescente, tale che il campo elettrico ha la forma seguente:

$$E_{v} = E_0 e^{-kx} \cos(k_{vy} y - \omega t)$$

(2. 17)

Con k parametro che dipende dall'indice di rifrazione, dalla pulsazione e dal rapporto tra angolo di incidenza e angolo limite. Tale onda si propaga parallelamente all'interfaccia e si attenua rapidamente nella direzione normale all'interfaccia (in genere già in frazioni di μm ha ampiezza trascurabile) inoltre non trasmette energia all'interno del mezzo.

Un sensore basato sull'interazione del campo evanescente ha un cladding più sottile rispetto gli altri sensori per aumentare le interazioni tra il segnale che scorre nella fibra e l'ambiente esterno. Queste interazioni risultano in un aumento dell'attenuazione e dello scattering di Rayleigh che possono essere misurati con degli OTDR, il difetto è che in genere non hanno un range di misurazione superiore al Km. I principali utilizzi sono come termosensore e rilevamento di sostanze chimiche realizzando un cladding con materiali che modificano le loro proprietà ottiche al variare della temperatura o al contatto con le sostanze da rilevare.

2.3.3 Accoppiamento in fibra ottica polimerica multimodale (POF)

I POF tollerano sforzi e pressioni molto maggiori rispetto ai sensori in fibra di silicio e hanno un'ottima risposta per quanto riguarda le deformazioni, ad esempio una POF lunga 1cm dà una risposta in ampiezza di luce riflessa rispetto alla torsione pressocché lineare, essi inoltre hanno un range di misurazione di circa mezzo chilometro, sono dunque utili per il monitoraggio strutturale degli edifici.

2.3.4 Assorbimento e guadagno

Ci sono pochi esempi di DOFS basati sull'assorbimento e il guadagno, il più comuni sono usati come termosensori, utilizzando un core liquido nei quali una variazione di temperatura causa una variazione dell'intensità dello scattering di Rayleigh, oppure come rilevatori di radiazioni ionizzanti, la fibra, opportunatamente drogata, subisce un effetto di oscuramento interagendo con la radiazione ionizzante e si potrebbe utilizzare sia nel campo della dosimetria medica sia per monitoraggi di radiazioni.

2.4 DOFS basati su variazioni di fase

Come già abbiamo evidenziato, i centri degli scatteratori sono distribuiti in modo irregolare nella fibra, quando lo scattering di Rayleigh è causato da un segnale in ingresso coerente in fase il segnale di backscattering in uscita sarà caratterizzato da frange di interferenza proprio per la "granularità" delle impurità. Se la posizione relativa dei centri di scattering varia allora la figura di interferenza in uscita cambia a sua volta. Dunque i DOFS basati su variazioni di fase sono intrinsecamente sensibili alle variazioni di temperatura ed alle deformazioni della fibra e la loro sensibilità elevata li rende i DOFS più commercializzati e usati. Anche i DOFS si dividono perché sono applicati nel dominio del tempo o nel dominio delle frequenze;

gli effetti fisici sono gli stessi ma le grandi differenze in risoluzione spaziale e in velocità di misurazione dei due approcci porta a diversi tipi di utilizzi.

2.4.1 Dominio delle frequenze

Per descrivere il funzionamento di questi sensori bisogna prima introdurre la griglia di Bragg come struttura inseribile nella fibra.

La griglia di Bragg è una microstruttura lunga alcuni millimetri che può essere inserita (tramite fotoincisione agli UV) nel core di una fibra ottica e consiste in bande di indice di rifrazione diverso rispetto quello del core equi spaziate in modo da produrre una modulazione spaziale periodica dell'indice di rifrazione. Questa struttura funziona come uno specchio selettivo delle lunghezze d'onda, un filtro a banda stretta, con una frazione di segnale corrispondente alle lunghezze d'onda filtrate riflessa indietro nella fibra. Un sensore standard (non basato sullo scattering di Rayleigh) utilizza queste griglie per formare i segnali da impiegare nella misurazione.

Un modello per descrivere il comportamento delle impurezze della fibra che causano lo scattering di Rayleigh considera la distribuzione casuale nella fibra dei centri di scattering come delle griglie di Bragg disposte casualmente nella fibra. Secondo questo modello la fibra è idealmente divisa in sezioni della lunghezza di qualche centimetro ognuna delle quali si considera come una debole griglia di Bragg (FBG fiber Bragg grating). Nonostante la loro distribuzione casuale nella fibra le deboli FBG equivalenti sono stabili e fisse, finché la fibra non è perturbata. La scansione in frequenza del OFDR permette di ricavare la risposta in frequenza di ogni FBG equivalente. Come nelle analisi FBG standard si ha uno spostamento dello spettro riflesso in risposta di variazioni della temperatura o di deformazioni della fibra. Questo spostamento spettrale può essere espresso come:

$$\Delta\lambda \approx K_T \Delta T + K_\varepsilon \varepsilon$$

(2. 18)

Con K_T e K_{ε} costanti dipendenti dalle caratteristiche della fibra. in media l'accuratezza raggiungibile è di 0.1°C per la temperatura e 1µ ε per le deformazioni, su distanze di qualche centinaio di metri con una risoluzione spaziale di alcuni centimetri. Ovviamente ci può essere un'ambiguità di interpretazione di spostamenti spettrali dovuti sia a variazioni di temperatura sia a deformazioni.

2.4.2 Dominio del tempo

Lo stesso principio di misura appena trattato per i OFDR può essere applicato anche nel dominio del tempo, sfruttando l'interferenza di fase generata dai centri di scattering multipli interagenti con l'impulso in ingresso. Ora quest'impulso è coerente in fase e forma in uscita delle frange di interferenza, come abbiamo visto le frange dipendono dalla posizione relativa dei vari centri di scattering, e, se la fibra è sottoposta ad una variazione di temperatura o ad una deformazione le posizioni delle impurezze cambiano così come la forma delle frange di interferenza. Questo riflettometro è detto fase-OTDR (ϕ -OTDR). Il grande pregio di quest'approccio è che non c'è bisogno dell'oscillatore locale per migliorare la misura perché la figura di interferenza è costruita interamente a partire dall'impulso in ingresso, in questo modo il range di misura del sistema non è più limitato dalla lunghezza di coerenza della fibra. C'è comunque un difetto, perché i ϕ -OTDR in genere hanno una risoluzione spaziale minore rispetto i OFDR e di conseguenza la risposta spettrale delle FBG equivalenti non ha la stessa accuratezza per misurazioni di temperatura e di deformazioni.

2.5 Sensori per il rilevamento sismico

Come abbiamo visto i DOFS possono essere usati per misurare le deformazioni della fibra con il grande pregio di essere sensori distribuiti: su tutta la fibra, lunga anche chilometri posso posizionare migliaia di sensori in grado di operare simultaneamente. Questa tipologia di sensori è chiamata DAS (distribuited acoustic sensors) e permette di monitorare vibrazioni lungo la fibra in un range di kHz. Nello specifico ora ci interessiamo di come può essere utilizzato un DAS per la rilevazione sismica.

2.5.1 Benefici di un DAS rispetto un sismografo

Come abbiamo visto nel primo capitolo un sismografo è uno sensore puntuale che misura il moto del suolo nelle tre direzioni dello spazio, un solo sismografo può determinare la presenza di un terremoto attraverso la rilevazione dei diversi tipi di onde sismiche. Un gran numero di reti sismiche con vari sismografi sono sparse nel mondo, soprattutto in zone di particolare interesse geologico o zone densamente popolate. Nonostante ciò nel complesso la densità delle stazioni sismiche nel mondo è abbastanza bassa: nelle zone oceaniche la presenza di sismografi è quasi nulla, il costo per il funzionamento e per la manutenzione, soprattutto per grandi reti, è elevato; ciò comporta un parziale campionamento spaziale e una scarsa analisi dell'attività sismica globale. Invece, i DAS grazie alla densità continua di rilevazione riescono a ottenere più informazioni spaziali su un fenomeno sismico e, rispetto a una serie di sismografi, che in genere sono posizionati a distanze reciproche di decine di chilometri, permettono un campionamento spaziale ottimale già con una fibra lunga una decina di metri; ciò comporta nuovi possibili metodi di monitoraggio sismico. Inoltre hanno un tempo di vita maggiore dei sismografi, necessitano di minor manutenzione, hanno la capacità di fare misurazioni in ambienti ostili come il fondo marino, visto che l'unità di controllo centrale può essere messa a capo della fibra, ed hanno un costo complessivamente minore.

2.5.2 Metodi per l'utilizzo dei DAS

Finora esistono due metodi di misurazione di un segnale sismico in un DAS, entrambi si classificano come DOFS basati su misurazioni di fase nel dominio del tempo:

a) DAS basati sulla demodulazione di fase.

Come abbiamo detto ogni deformazione della fibra produce una variazione lineare della fase del segnale di backscattering. Dopo aver inviato un impulso in ingresso si misura la fase del segnale di backscattering di ritorno al ricevitore. Il limite principale è che il segnale si dissolve completamente quando va in interferenza distruttiva col segnale in ingresso, dunque risulta irrilevabile e non si possono fare misurazioni in tale condizione. Ciò, unito agli inevitabili rumori della strumentazione e dell'ambiente esterno ne riduce di molto l'accuratezza fino ad impedirgli il funzionamento in numerose posizioni della fibra.

b) DAS "chirped-pulsed" (a variazione della frequenza):

questo metodo consiste nel far variare linearmente la frequenza degli impulsi in ingresso durante la loro formazione. Se la variazione della frequenza è abbastanza veloce gli impulsi inducono una mappatura della lunghezza d'onda sul tempo dei segnali di backscattering. Una deformazione della fibra induce una variazione proporzionale della lunghezza d'onda dei segnali di backscattering formati nella zona della perturbazione, e insieme alla misura del ritardo che impiega questo segnale ad arrivare al ricevitore si

ottengono le informazioni sulla perturbazione. Rispetto ai DAS in modulazione di fase non c'è più il problema della dissolvenza del segnale e hanno valori soddisfacenti e prevedibili del SNR

2.5.3 Risposta del DAS ad un segnale sismico

Data una lunghezza di riferimento per il cammino ottico del segnale g determinata dalla natura dell'impulso in ingresso, dalle misure di un DAS si ricava la variazione relativa del cammino ottico: $\frac{\Delta g}{g}$.

La relazione che lega questa quantità alle deformazioni della fibra nelle direzioni parallela e normale ad essa è:

$$\frac{\Delta g}{g} \approx 0.7\varepsilon_{\parallel} - 0.2\varepsilon_{\perp}$$
(2. 19)

Per ε_{\perp} deboli la formula si approssima:

$$\frac{\varDelta g}{g}\approx 0.8\varepsilon_{\parallel}$$

(2. 20)

Solamente quando la componente assiale (rispetto la fibra) della deformazione è minore rispetto la componente tangenziale il termine ε_{\perp} diventa significativo, ovvero quando l'onda sismica arriva trasversalmente rispetto la fibra e per una sorgente vicina (distanza dalla sorgente minore di 10km).

In quest'analisi le variazioni di cammino ottico sono mediate rispetto alla lunghezza di riferimento *g*, tipicamente di 10m; ciò comporta che quando la fibra subisce forti deformazioni, per esempio dovute alla vicinanza della sorgente, queste influiranno su una lunghezza di fibra circa pari alla lunghezza di riferimento. Questi effetti di media spaziale possono essere poi composti per migliorare il SNR e per alleviare l'effetto di dissolvenza discusso prima.

Un DAS quindi misura la deformazione nella direzione parallela alla fibra, ovvero rappresenta un'unica componente del tensore ε . Ciò comporta che l'effetto di una variazione della direzione di arrivo dell'onda sismica di un angolo θ comporta una rotazione del tensore ε di 2θ (per un sismografo la rotazione di una componente della velocità del suolo è di un angolo θ). Risulta quindi che l'orientazione della fibra ottica rispetto la direzione di propagazione delle onde sismiche è un fattore importante da tener conto poiché influisce sull'ampiezza del segnale analizzato dai DAS.

I cavi dei DAS in genere vengono sotterrati ad una profondità di circa 50cm-2m, ciò comporta che c'è un breve intervallo di tempo tra l'arrivo delle onde sismiche dirette e l'arrivo delle onde riflesse dalla superficie. Questo intervallo è breve, in genere si può trascurare a meno che la velocità delle onde sia molto bassa oppure le onde hanno una frequenza molto alta (frequenze non sismiche).

Consideriamo adesso il tasso di deformazione (strain rate) ovvero la variazione di deformazione subita dalla fibra nel tempo. Data *d* direzione parallela alla fibra, *v* velocità del suolo e $\langle \dot{\varepsilon} \rangle$ il valor medio del tasso di deformazione, assumendo che le misure avvengano uniformemente lungo la lunghezza di riferimento *g*, si ha, rispetto ad un punto di riferimento preso al centro della lunghezza *g*:

$$\langle \dot{\varepsilon}_d \rangle = \frac{1}{g} \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} \frac{\partial v_d(s)}{\partial s} ds = \left[v_d(s) \right]_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} = v_d \left(\frac{g}{2} \right) - v_d \left(-\frac{g}{2} \right)$$

$$(2. 21)$$

A partire dal valor medio del tasso di deformazione posso quindi ricavarmi la velocità del suolo indotta dall'onda sismica ai capi della lunghezza di riferimento. Nuovamente questa relazione non è accurata per sorgenti vicine alla fibra ottica, infatti le variazioni delle forme d'onda lungo la lunghezza *g* riportano sul DAS un andamento del campo di velocità che è diverso da quello reale. Per trattare i casi di sorgenti vicine si usano modelli costruiti a partire da sismografi posizionati a piccola distanza reciproca che misurano velocità in una direzione.

Consideriamo ora la posizione di un sensore DAS x e la sua direzione d, consideriamo, come si è già fatto prima, una sorgente lontana che non induce effetti non lineari sulla lunghezza di riferimento g e a bassa frequenza. Il tasso di deformazione medio nella posizione x lungo dx calcolato rispetto all'interazione con un'onda piana è:

$$\langle \dot{\varepsilon}_d \rangle(x,\omega) = \iint \langle \dot{\varepsilon}_d \rangle(p,\omega) e^{i\omega(p\cdot x)} d^2 p$$
(2. 22)

Con p vettore lentezza locale nel piano orizzontale, la lentezza è un vettore con le dimensioni del reciproco di una velocità, rappresenta il tempo impiegato dall'onda a percorrere una certa distanza prefissata.

Invece, in termini di differenze di velocità, possiamo esprimere il tasso di deformazione con la formula alternativa:

$$\langle \dot{\varepsilon}_d \rangle(x,\omega) = \iint (v \cdot d)(p,\omega) \left[e^{i\omega p \cdot x_{c+}} - e^{i\omega p \cdot x_{c-}} \right] d^2 p$$
(2. 23)

Con $x_{c_{\pm}} = x_c \pm g \frac{d}{2}$ e x_c posizione del sensore. La componente $v \cdot d$ è in comune con i due capi della lunghezza di riferimento g e può essere espressa in termini delle proprietà ottiche della fibra. introducendo effetti di sorgente, la doppia integrazione sul vettore lentezza orizzontale può essere sostituita da un integrale singolo sulla lentezza insieme ad un'espansione angolare in armoniche, è la stessa logica di una analisi di un sismogramma con onde che attraversano un mezzo stratificato. La presenza dei due valori $x_{c_{\pm}}$ impone che per sorgenti vicine si debba tener conto che distanza tra le due posizioni e la sorgente non è più considerabile uguale quindi l'angolo di incidenza dell'onda nei due punti è diverso così come la velocità.



Figura 2.9: se la sorgente è vicina alla fibra la trattazione diventa più complessa, bisogna considerare i diversi cammini dell'onda $x_1 e x_2$, le diverse velocità di arrivo $v_1 e v_2 e$ i diversi angoli rispetto la fibra $\varphi_1 e \varphi_2$, ai capi della lunghezza di riferimento g

Continuiamo ora la trattazione per le sorgenti distanti. L'obiettivo è di poter arrivare ad una relazione frequenza-lentezza a partire dallo spettro dell'onda piana. Consideriamo un'onda piana con una pulsazione ω , che si è propagata, rispetto un punto di riferimento, di una distanza Δ e con un vettore lentezza orizzontale p. Nelle vicinanze del punto di riferimento lo spostamento associato al passaggio dell'onda è:

$$u = u_0 n e^{i\omega(p \cdot x + p\Delta)}$$

(2. 24)

Con x offset rispetto il punto di riferimento e n il vettore polarizzazione dell'onda piana. Il tensore delle deformazioni associato è:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial u_j} + \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \right) = \frac{i\omega}{2} u_0 (n_i p_j + n_j p_i) e^{i\omega(p \cdot x + p\Delta)}$$
(2. 25)

Data d direzione del DAS, ovvero la direzione di rilevazione, la proiezione del tensore ε su d è:

$$\varepsilon_{d} = d_{i}\varepsilon_{ij}d_{j} = i\omega u_{0}(d \cdot n)(d \cdot p)e^{i\omega(p \cdot x + p\Delta)}$$
(2. 26)

La misura di un DAS associata ad un punto rappresenta la media della deformazione nella lunghezza di riferimento g. Quindi ponendoci sull'ascissa curvilinea definita dalla fibra: x = sd, si ha:

$$\langle \varepsilon_{d}(\omega) \rangle = \frac{1}{g} \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{z}} \varepsilon_{d}(s) \, ds = \frac{1}{g} u_{0}(d \cdot n) \left[e^{i\omega(sd \cdot p + p\Delta)} \right]_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} = \frac{2i}{g} u_{0}(d \cdot n) sen\left(\frac{\omega g}{2} d \cdot p\right) e^{i\omega p\Delta}$$

$$(2. 27)$$

Per sensori che misurano il tasso di deformazione si ha:

$$\langle \dot{\varepsilon}_{d}(\omega) \rangle = \frac{2\omega}{g} u_{0}(d \cdot n) \operatorname{sen}\left(\frac{\omega g}{2} d \cdot p\right) e^{i\omega p\Delta}$$
(2. 28)

Il termine $d \cdot n$ dipende dalla polarizzazione. Il termine $p_d = p \cdot d$ rappresenta la lentezza dell'onda piana proiettata lungo la direzione della fibra. posso rappresentarla come:

$$p_d = p\cos(\psi) \tag{2.29}$$

Con ψ angolo di inclinazione della fibra rispetto alla direzione di propagazione dell'onda.

Quando le deformazioni causate dall'onda sono piccole rispetto la lunghezza di riferimento: $\frac{\omega g p_d}{2} \ll 1$, posso sviluppare la funzione seno e risulta:

$$\langle \dot{\varepsilon}_{d}(\omega) \rangle = \omega^{2} u_{0}(d \cdot n)(d \cdot p) e^{i\omega p\Delta}$$
(2. 30)

Che rappresenta l'accelerazione indotta dall'onda piana proiettata sulla direzione della fibra modulata dalla lentezza lungo la fibra. Ponendo le due componenti, radiale e tangenziale, dello spostamento: u_r e u_t , si ottiene:

$$\langle \dot{\varepsilon}_{d}(\omega) \rangle = \omega^{2} p \cos(\psi) (u_{r} \cos(\psi) + u_{t} \sin(\psi)) e^{i\omega p\Delta}$$
(2. 31)

Quest'approssimazione vale per frequenze:

$$f < f_c = \frac{1}{5\pi gp} \tag{2.32}$$

Per g = 10m si ha $f_c \approx 40Hz$ per le onde P e $f_c \approx 20Hz$ per le onde S. Per onde prodotte da telesismi il valore di f_c aumenta per effetto della diminuzione della lentezza.

I risultati approssimati ottenuti non dipendono dalla natura della media lungo la lunghezza di riferimento. Dunque posso semplificare ulteriormente la relazione tra la media della deformazione e la velocità del suolo proiettata sulla fibra:

$$\langle \varepsilon_d \rangle = \frac{v_d}{c_d} \tag{2.33}$$

usata solo per semplici conversioni per estrarre la velocità del suolo dalle misurazioni di un DAS.

Dalla relazione ricavata si vede bene che i DAS, a parità di orientazione relativa tra fibra e direzione dell'onda, rispondono meglio ad onde con lentezza maggiore. Ciò significa che l'arrivo di onde poco lente, come le onde di volume P ed S, da sorgenti lontane è rilevato con più difficoltà rispetto ad onde più lente come le onde superficiali, che in alcuni casi queste ultime riportano misurazioni più pronunciate rispetto ai corrispettivi sismografi.

Quando la condizione $f < f_c$ è soddisfatta c'è una semplice relazione che lega la velocità del suolo proiettata sulla fibra con la deformazione media e la lentezza lungo la fibra. Questa relazione permette di implementare una conversione della velocità del suolo, usando trasformate di Fourier, in un grafico f-k (frequenza-numero d'onda). Questa conversione è possibile quando si ha una fibra abbastanza lunga in un'unica direzione e necessita una corretta regolazione quando i dati hanno un contenuto stretto in numeri d'onda.

Infine ora trattiamo della risposta dei DAS al variare dell'orientazione reciproca tra fibra e direzione dell'onda. Il parametro che regola la risposta del sensore è l'angolo ψ . Per le onde di volume distinguiamo una componente radiale, ovvero il fattore di proiezione delle onde P ed SV (verticali):

$$u_r \cos^2(\psi) = \frac{u_r}{2} (\cos(2\psi) - 1)$$
(2. 34)

Ed una componente tangenziale, ovvero il fattore di proiezione per le onde SH (orizzontali):

$$u_t sen(\psi) \cos(\psi) = \frac{u_t}{2} sen(2\psi)$$
(2. 35)

Il contributo radiale è sempre positivo, mentre quello tangenziale può essere sia positivo che negativo. La dipendenza da 2ψ proviene dalla proiezione del tensore ε sulla direzione della fibra.

Per quanto riguarda le onde superficiali, per le onde di Rayleigh la dipendenza rispetto l'orientazione va come $\cos^2(\psi)$ con un massimo della risposta per onde parallele alla fibra. Per le onde di Love la dipendenza va come $sen(\psi)\cos(\psi)$ con un andamento a 4 lobi che presenta dei punti a risposta nulla se l'onda è perpendicolare alla fibra. Dunque le onde di Rayleigh presentano una risposta generalmente migliore in un DAS rispetto alle onde di Love.

Capitolo 3: Analisi di un segnale sismico rilevato tramite DAS

3.1 Rete ISNet irpina e localizzazione del DAS

3.1.1 Rete sismica ISNet

Dal 2005 è in funzionamento ISNet, Irpinia Seismic Network, una rete densa di 31 sismografi distribuiti in un'area di 100 × 70 km² nell'Appennino Campano-Lucano che circonda la faglia del terremoto del 1980. Le stazioni sono distribuite secondo due ellissi concentriche con il semiasse maggiore che segue la catena appenninica. La distanza media fra due stazioni nell'ellisse esterna è di circa 20km, nell'ellisse interna è di circa 10km. Ogni stazione è equipaggiata con accelerometri a tre componenti e sensori di velocità a corto periodo in modo da garantire un ampio intervallo di sensitività per le registrazioni dei segnali sismici. In alcuni siti sono presenti dei velocimetri broadband che permettono di registrare con grande accuratezza i telesismi. La rete ISNet fornisce dati in tempo reale attraverso un centro di controllo che permette all'infrastruttura di essere un riferimento per l'early warning sismico e per le mappe di scuotimento del suolo in tempo reale.



Figura 3.1: localizzazione dei sismografi della rete ISNet (verde), e dei centri di controllo (blu, rosso).

3.1.2 Contesto geologico dell'Appennino meridionale

La struttura degli Appennini meridionali è associata a processi tettonici che coinvolgono le due placche Africana ed Europea. Nello specifico la placca Africana avanza "spingendo" verso Nord la placca Europea. Questo processo ha permesso nel tempo l'orogenesi della catena, con la subduzione dell'Adria al di sotto della placca Europea. Attualmente il campo di sforzo in Appennino è associato a meccanismi di estensione dovuti alla "distensione" degli Appennini, con un moto relativo medio di apertura della catena di 3-5mm/anno, ricavato da analisi superficiali, in pozzi verticali e da analisi dei piani di faglia dopo la generazione di un terremoto. Da sudi sulla sismicità storica si evince che nell'Appennino meridionale sono possibili terremoti di intensità fino a X-XI MCS che ne fanno diventare una delle aree a rischio sismico più alto in Europa con possibilità di generazione di eventi di magnitudo \geq 7.0; questi eventi hanno una ricorrenza di circa mille anni e con profondità fino ai 10-15km nella crosta superiore.



Figura 3.2: mappa della sismicità dell'Appennino campano-lucano nel periodo 1981-2002, i segmenti in rosso rappresentano le faglie attivate dal terremoto del 1980

3.1.3 Posizione del DAS

La stazione di rilevazione con DAS della rete ISNet è ubicata tra i comuni di Colliano e Palomonte, in provincia di Salerno (<u>40°40'34.0"N 15°18'55.0"E</u>), in una piana precedentemente occupata da un lago, ora prosciugato e sostituito da terreni agricoli.



Figura 3.3: localizzazione della fibra e della stazione sismografica, a sinistra sono indicate anche le faglie attive più vicine

La fibra ha una disposizione ad L, su cui individuiamo i punti A, B, C, D, E, con una lunghezza totale di circa 1km, il punto C è il "vertice" della fibra in cui cambia orientazione. I segmenti AB e BC sono ad una profondità di 1.5m, i segmenti CD e DE a 40cm. Il punto sulla mappa indicato con COL3 è una stazione sismica tradizionale, distante circa 2km dalla fibra i cui dati vengono confrontati con quelli del DAS.

3.2 Analisi di un segnale sismico

Tramite un codice Python per la presa sono stati processati i dati di un evento sismico registrato il 20/09/2021 alle 13:07:45. Dallo studio dei grafici possiamo trarre delle informazioni sul segnale sismico come ad esempio la velocità e la tipologia di onde incidenti in un determinato istante.

3.2.1 Evento del 20/09/2021

Riportiamo ora la registrazione del DAS affiancata dalla registrazione alla stazione COL3 del fenomeno sismico:



Figura 3.4: registrazione nel dominio tempo-posizione del DAS, a sinistra il sismogramma tradizionale della stazione COL3

Sull'asse x viene riportata la posizione rispetto l'origine della fibra e sull'asse y il tempo. Le bande colorate rappresentano l'ampiezza (seguendo il codice di colori, rosso per la fase positiva e blu per la fase negativa), dei segnali, del tasso di deformazione della fibra, misurata ad un certo istante in una certa posizione. Il rapporto tempo su posizione ci dà la lentezza (reciproco della velocità), dunque la pendenza delle bande rappresenta la lentezza dei segnali: una banda orizzontale rappresenta idealmente un segnale che viaggia con velocità infinita, una banda verticale rappresenta un segnale a velocità nulla, una banda con pendenza negativa indica un segnale che si propaga nel verso positivo della fibra, una banda con pendenza negativa indica un segnale che si propaga nel verso negativo. In più si nota bene una netta differenza nell'energia dei segnali prima delle 13:08:03 e dopo, confrontando col sismogramma si comprende che ciò corrisponde all'arrivo delle onde S. Per prima cosa individuiamo l'evento sismico che stiamo analizzando. Il bollettino ISNet è una raccolta di tutti gli eventi registrati dalla rete ISNet dalla sua installazione ad ora, l'evento compatibile col segnale registrato dal DAS è avvenuto alle 13:07:55 nelle vicinanze di Camposele (AV): <u>40.810</u> N, <u>15.214 E</u>; con un epicentro a 17,1km in direzione NNO, a 11.6km di profondità e con una magnitudo MW 2.5±0.1.



Figura 3.5: posizione dell'epicentro dell'evento registrato rispetto la posizione del DAS

3.2.2 Analisi f-k

Passiamo adesso all'analisi f-k dei segnali. Per spostarci dal dominio tempo-spazio al dominio frequenzanumero d'onda, si applica una doppia trasformata di Fourier nel tempo e nello spazio al segnale sismico. Ad esempio per un'onda piana monocromatica che si propaga nella direzione x:

$$w(x,t) = Ae^{i2\pi(f_0t - k_0x)}$$

(3. 1)

Con A ampiezza, f_0 frequenza e k_0 numero d'onda.

Applichiamo la trasformata di Fourier a due dimensioni:

$$W(k_x, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A e^{-i2\pi [t(f-f_0) - x(k_x - k_0)]} dx dt$$
(3. 2)

Usando le proprietà della delta di Dirac:

$$W(k_x, f) = A\delta(f - f_0)\delta(k_x - k_0)$$
(2.2)

(3. 3)

Dunque è possibile mappare nel dominio delle frequenze-numeri d'onda l'effetto di un'onda piana. I punti del grafico rappresenteranno il modulo della doppia trasformata.

Nel nostro caso, dal segnale sismico rilevato dal DAS si ottengono i seguenti grafici, uno per il tratto AC e uno per il tratto DE.



Figura 3.6: mappe f-k dell'evento

Notiamo innanzitutto un'asimmetria degli spettri rispetto il valore k=0. I valori con k<0 indicano segnali (tasso di deformazione) che viaggiano da C verso A (C-A), valori con k>0 indicano segnali che viaggiano da A verso C (A-C), stesso ragionamento per il grafico del tratto DE. Più è grande il tasso di deformazione riferito ad una certa frequenza e ad un certo numero d'onda più è marcata l'immagine. Il rapporto frequenza su numero d'onda dà la velocità del segnale misurato, tenendo presente che sulle ascisse è indicato $\tilde{k} = \frac{k}{2\pi}$ e ricordando che: $v = \frac{f}{k}$. Dunque i punti intercettati dai segmenti con una certa pendenza nel grafico f-k rappresentano segnali aventi la stessa velocità. L'asimmetria indica che i segnali viaggiano prevalentemente nella direzione A-C nel primo tratto, e in direzione E-D nel secondo; ciò risulta concorde da ciò che si vede nel grafico tempoposizione e col fatto che la fibra nel punto C cambia orientazione dunque la proiezione del tasso di deformazione su di essa cambia.

3.2.3 Analisi delle velocità e dei tipi di onde rilevate

Per prima cosa valutiamo la distanza tra il DAS e l'ipocentro del sisma, con semplici calcoli geometrici si ricava una distanza di circa 20,7km. l'angolo tra la direzione di arrivo delle onde e il piano della superfice su cui giace il DAS è quindi di circa 34°.

Iniziamo adesso a valutare le velocità dei segnali a partire dalle registrazioni, partendo da quello tempoposizione.

Sui segnali registrati individuiamo sei fasi che si propagano in maniera chiaramente identificabile sulla fibra, due per ognuna delle zone AB, CD e DE, uno nella zona in cui ci aspettiamo onde P (') e uno nella zona di onde S (''), e ne misuriamo la pendenza ovvero la lentezza dei segnali.



Figura 3.7: posizione dei segmenti usati per la misurazione della lentezza sul grafico tempo-posizione

Si ha per la regione AB:

$$p'_{AB} \approx -6.4 \cdot 10^{-3} \frac{s}{m}$$
$$p''_{AB} \approx -6.2 \cdot 10^{-3} \frac{s}{m}$$
$$p'_{CD} \approx 3.6 \cdot 10^{-3} \frac{s}{m}$$
$$p''_{CD} \approx 3.7 \cdot 10^{-3} \frac{s}{m}$$

Per la regione CD:

$$p'_{DE} \approx 2.9 \cdot 10^{-3} \frac{s}{m}$$
$$p''_{DE} \approx 2.4 \cdot 10^{-3} \frac{s}{m}$$

Per avere le velocità basta fare il reciproco dei valori misurati:

$$v_{AB}' \approx -155.6 \frac{m}{s}$$

$$v_{AB}'' \approx -161.2 \frac{m}{s}$$

$$v_{CD}' \approx 274.5 \frac{m}{s}$$

$$v_{CD}'' \approx 274.0 \frac{m}{s}$$

$$v_{DE}' \approx 331.4 \frac{m}{s}$$

$$v_{DE}'' \approx 415.0 \frac{m}{s}$$

Valori tipici delle velocità delle onde P ed S sono in genere $v_P \approx (6-8)\frac{km}{s}$ e $v_s \approx (3-5)\frac{km}{s}$. Notiamo subito che ora abbiamo a che fare con velocità molto minori. Richiamiamo le relazioni che definiscono le due velocità:

$$v_P = \sqrt{rac{\lambda + 2\mu}{
ho}} \quad v_S = \sqrt{rac{\mu}{
ho}}$$

Le due costanti di Lamé in terreni soffici e porosi, saturi in acqua. Poiché la fibra è posizionata all'interno di un lago prosciugato adibito alla coltivazione, in questo caso quindi il mezzo di propagazione è composto da sedimenti non consolidati e presumibilmente ricchi o saturi in acqua, dunque è lecito aspettarsi una forte diminuzione delle velocità delle onde.

Dai segnali in fibra non si riconoscono fasi che viaggiano a velocità significativamente superiori a quelle delle onde S; in particolare nei primi secondi di rilevazione, si hanno onde con velocità simili se non minori a quelle registrate dopo. Ricordiamo che le onde P sono onde di compressione che causano una deformazione nella stessa direzione di propagazione, quindi la situazione ideale in cui il DAS può misurare il passaggio di un onda P è quando è orientato nella stessa direzione di moto dell'onda ed ha un'estensione maggiore della lunghezza d'onda, nei restanti casi la rilevazione è pressocché impossibile perché le deformazioni indotte dall'onda P contribuiscono velocemente a diminuire la componente proiettata lungo la direzione parallela al DAS e ad aumentare la componente normale (ricordiamo la dipendenza da 2ψ , angolo di orientazione relativa tra direzione dell'onda e DAS) che come abbiamo visto nel capitolo precedente è irrilevabile.

Le onde che vengono quindi rilevate dal DAS sono onde secondarie riflesse o rifratte dal passaggio delle onde P su discontinuità del mezzo di propagazione come ad esempio la frontiera terra-superficie.

Ora facciamo la stessa analisi nei grafici f-k, tracciando dei segmenti nelle aree a più alto contenuto spettrale.





Per la regione AC si ha:

$$v_1^{AB} = -75,8\frac{m}{s}$$
$$v_2^{AB} = -321,5\frac{m}{s}$$
$$v_3^{AB} = 144,8\frac{m}{s}$$
$$v_4^{AB} = 71,2\frac{m}{s}$$

Per la regione DE si ha:

$$v_1^{DE} = -209,3\frac{m}{s}$$

 $v_2^{DE} = -417,6\frac{m}{s}$
 $v_3^{DE} = 334,4\frac{m}{s}$

Notiamo ora che i maggiori contributi in velocità stanno in un range (in valore assoluto) tra i $200 \frac{m}{s}$ e i $400 \frac{m}{s'}$, in coerenza con ciò che si vede nel grafico tempo-spazio, ciò ci potrebbe far pensare che la velocità delle onde S al rilevatore sia in questo range, ma è necessaria una considerazione, infatti da misurazioni tradizionali precedenti si sa che nel suolo dove è posizionato il DAS le onde S viaggiano con una velocità compresa fra i $100 \frac{m}{s}$ e i $150 \frac{m}{s}$, minore di quella misurata. Per comprendere i risultati consideriamo una situazione limite: un sisma ha un ipocentro esattamente sotto il DAS (le onde sismiche formano un angolo di 90° con la superficie) ed è ad una profondità abbastanza grande da considerare le onde al DAS come onde piane, in questa situazione ogni onda, di qualunque tipo, arriva contemporaneamente in tutto il DAS ne risulta quindi una deformazione indotta nulla, dunque questo terremoto non sarà rilevabile dal DAS, ma abbiamo visto che il DAS può essere considerato come un misuratore della lentezza ed in questo caso possiamo dire che la lentezza delle onde misurate è zero ovvero il DAS dà come risposta un onda che si propaga con velocità infinita. Il caso limite complementare è quello di ipocentro sullo stesso piano del DAS e in più consideriamo il DAS orientato parallelamente al verso di percorrenza dell'onda, in questo caso la lentezza misurata è pari alla lentezza effettiva dell'onda, stessa cosa quindi per la velocità. Quindi, ricordando che la dipendenza

angolare delle quantità misurate è di 2ψ (molto sensibile) possiamo dire che il DAS sottostima le lentezze misurate quindi sovrastima le velocità, e visto che nel nostro caso abbiamo un angolo di 34° rispetto la direzione di provenienza delle onde dirette possiamo affermare che i risultati trovati sono coerenti con la configurazione del sensore

Conclusioni

Da questo lavoro di tesi si evincono le grandi possibilità di applicazione di questa nuovissima tecnologia di sensori a fibra ottica. Basti pensare che attualmente sono operativi circa un milione di chilometri di cavi sottomarini in fibra ottica per le telecomunicazioni (senza contare quelli sulla terraferma).



Figura C.1: mappa dei cavi in fibra ottica sottomarini attualmente in funzione e pianificati.

Visto che la rilevazione delle onde sismiche non necessita di modifiche alla fibra, come accade per altri tipi di sensori, ma sfrutta gli scattering di Rayleigh "naturali" che avvengono per interazioni con le inevitabili impurità della fibra, allora sarebbe possibile utilizzare gli stessi cavi, che attualmente si utilizzano per le telecomunicazioni, in contemporanea anche per la rilevazione sismica. Ciò aumenterebbe enormemente la copertura mondiale di rilevazione rispetto alla situazione attuale e aprirebbe la porta ad analisi più dettagliate su alcuni fenomeni come la microsismicità mondiale e le oscillazioni libere della Terra che, attualmente, con la sola copertura dei sismografi, non si riescono a produrre misurazioni adatte su scala globale. Inoltre una tale diffusione di sensori sarebbe un ottimo strumento per l'early warning. Le complessità di questo metodo di misurazione stanno nel suo stesso essere innovativo, oltre alle molteplici considerazioni che, come abbiamo visto, si devono fare per l'analisi corretta di un segnale sismico, che si vanno a sommare a molti accorgimenti che già sono necessari per una misura tradizionale sismografica, bisogna anche considerare la corretta trattazione dei rumori di fondo che necessita di un'ampia analisi non trattata in questa tesi. Dunque quello che ci si deve aspettare è che col passare del tempo i DAS guadagnino sempre più dimestichezza e versatilità nell'utilizzo fino a diventare strumenti di rilevazione sismica complementari ai sismografi.

Bibliografia

A. Zollo, A. Emolo. Terremoti e onde, metodi e pratica della sismologia moderna. Napoli. Liguori Editore (2011).

W. Lowrie, A. Fichtner. Fundamentals of Geophysics. New York. Cambridge University Press (2020).

C. Mencuccini, V. Silvestrini. Fisica, elettromagnetismo e ottica. Milano. Casa Editrice Ambrosiana (2017).

S. Focardi, I. Massa, A. Uguzzoni. Fisica generale, onde e ottica. Milano. Casa Editrice Ambrosiana (2010).

L. Palmieri, L. Schenato. Distributed Optical Fiber Sensing Based on Rayleigh Scattering. The Open Optics Journal (2013). <u>Microsoft Word - Palmieri_MS.doc (benthamopen.com)</u>.

B.L.N. Kennett. The seismic wavefield as seen by Distributed Acoustic Sensing (DAS) arrays: local, regional and teleseismic sources. Research School of Earth Sciences, The Australian National University, Canberra, Australia (2021). <u>The seismic wavefield as seen by Distributed Acoustic Sensing (DAS) arrays: local, regional and teleseismic sources (eartharxiv.org)</u>.

T. Parker, S. Shatalin, M. Farhadiroushan. Distributed Acoustic Sensing – a new tool for seismic applications. EAGE (2014). <u>TA_Parker_Feb2014.pdf (ctemps.org)</u>.

M. R. Fernandez-Ruiz, M. A. Soto, E. F. Williams, et al. Distributed acoustic sensing for seismic activity monitoring. APL Photon (2020). <u>Distributed acoustic sensing for seismic activity monitoring (scitation.org)</u>.

G. Festa, G. M. Adinolfi, A. Caruso, et al. Insights into Mechanical Properties of the 1980 Irpinia Fault System from the Analysis of a Seismic Sequence. Geosciences (2021). <u>Geosciences | Free Full-Text | Insights into Mechanical Properties of the 1980 Irpinia Fault System from the Analysis of a Seismic Sequence | HTML (mdpi.com)</u>.