

Università degli Studi di Napoli “Federico II”

Scuola Politecnica e delle Scienze di Base

Area Didattica di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Dipartimento di Fisica “Ettore Pancini”



Laurea triennale in Fisica

La legge di Gutenberg e Richter

Relatore:

Dott. Guido Russo

Dott.ssa Stefania Tarantino

Candidato:

Martina Passaro

Matricola N85001326

A.A. 2020/2021

Indice

Introduzione	3
1 Terremoti	4
2 Analisi della sismicità mondiale	6
3 Irpinia	12
3.1 <i>Analisi della sismicità dell'Irpinia</i>	14
3.2 <i>Analisi della faglia del terremoto dell' 80</i>	20
4 Conclusioni	24
Bibliografia		

Introduzione

La legge sperimentale di Gutenberg-Richter stabilisce che esiste una relazione lineare tra la magnitudo M e il logaritmo del numero di terremoti $N(M)$ che hanno magnitudo superiore a M . La pendenza $-b$ della retta rappresenta il rateo di produzione di terremoti ed è relativo ad una specifica zona sismogenetica e un determinato intervallo di tempo. La stima del valore di b è fondamentale per la valutazione della probabilità di accadimento di un terremoto. Infatti, variazioni di b possono indicare cambiamenti nelle condizioni di stress delle faglie ed un conseguente aumento della pericolosità sismica.

In questo lavoro di tesi ho analizzato la legge di Gutenberg-Richter per varie aree. In primo luogo, ho analizzato la sismicità mondiale su due periodi di diversa lunghezza per analizzare la dipendenza dal tempo della sismicità. Lo studio della sismicità mondiale è anche un buon test per illustrare le principali problematiche relative alla determinazione dei parametri della legge di Gutenberg-Richter e al processing dei dati necessario per una corretta loro stima.

Ho poi analizzato la sismicità della parte di Appennino Campano-Lucano che ospita la faglia dell'Irpinia che ha generato il terremoto di magnitudo 6.9 del 1980. Quest'area è sorvegliata dal 2005 dalla rete sismica ISNet (Irpinia Seismic Network) del Dipartimento e mantenuta dal gruppo di Sismologia. Ho condotto un'analisi relativa al periodo 2011-2021, sia nella sua interezza, sia dividendolo in intervalli temporali regolari per valutare eventuali cambiamenti nel comportamento sismico dell'area. Nel primo capitolo ho brevemente introdotto la nozione di magnitudo di un terremoto e descritto la legge di Gutenberg-Richter.

Nel secondo capitolo presento l'analisi della sismicità mondiale, introducendo la nozione di magnitudo di completezza della rete.

Nel terzo capitolo analizzo la sismicità irpina, stabilendo se i valori di b che ottengo nei diversi periodi considerati sono statisticamente compatibili o meno. Seguono le conclusioni.

Variazioni di b da una regione all'altra a causa delle differenti caratteristiche del territorio, ma anche variazioni di b nel corso del tempo è questa la caratteristica fondamentale che potrebbe portare a una possibile previsione dei terremoti.

1 Terremoti

I terremoti sono assestamenti della crosta terrestre, provocati dallo spostamento improvviso di una massa rocciosa nel sottosuolo. Questi assestamenti avvengono in corrispondenza di fratture, dette faglie, e sono causati dalle forze di natura tettonica che agiscono costantemente all'interno della litosfera (involucro esterno della Terra) provocando una lenta deformazione delle due parti affacciate della faglia, fino al superamento dell'attrito statico tra queste parti con conseguente liberazione repentina di energia elastica sotto forma di onde sismiche. La faglia è quindi la sorgente del terremoto e il punto in cui ha inizio lo scorrimento si chiama ipocentro. La sua proiezione sulla superficie terrestre si chiama, invece, epicentro.

Il terremoto è un fenomeno naturale molto diffuso e tutt'altro che raro. Sulla terra si verificano ogni anno più di un milione di terremoti, la maggior parte dei quali sono del tutto impercettibili per l'uomo. Solo grazie all'utilizzo di strumenti ad elevata sensibilità, detti sismografi, è possibile rilevarne l'esistenza. La presenza di reti sismiche globali installate per lo più sulle parti emerse del pianeta, ha permesso di ottenere mappe accurate della distribuzione degli epicentri dei terremoti. Questo ha consentito, per esempio, di determinare la geometria dei margini tra le placche tettoniche.

La forza di un terremoto viene quantificata utilizzando due caratteristiche: la magnitudo e l'intensità macrosismica.

L'intensità macrosismica è un parametro che si ottiene valutando gli effetti prodotti da un terremoto sul costruito e sulla popolazione e si esprime in gradi della scala Mercalli: ciascun grado corrisponde ad un diverso effetto. La magnitudo, invece, è determinata attraverso la misura dello spostamento massimo espresso in micron e corretto per la distanza dalla sorgente, secondo la relazione generica

$$M = \text{Log} \frac{A}{T}$$

dove A è l'ampiezza dell'onda e T è il suo periodo. La magnitudo si può valutare su diversi tipi di onde, ma viene comunque espressa in gradi Richter. Infatti, la definizione è tarata per ottenere valori di magnitudo dell'ordine dell'unità. Si osservi però che terremoti molto piccoli possono dare magnitudo negative o nulle. Si noti altresì che l'argomento del logaritmo ha le dimensioni di una velocità; quindi, la magnitudo è legata all'energia sismica rilasciata dalla sorgente.

Nei loro lavori per definire una scala di magnitudo adatta alla sismicità mondiale e la relazione tra magnitudo ed energia, Gutenberg e Richter osservarono che la distribuzione del numero di terremoti in funzione della magnitudo seguiva una legge esponenziale. In particolare, la differenza $\Delta N(M)$ tra il numero di terremoti di magnitudo M e $M + \Delta M$ in un determinato intervallo di tempo verifica la relazione

$$\Delta N = A 10^{-bM} \Delta M$$

con A costante. Una relazione analoga vale per il numero N di terremoti di magnitudo maggiore o uguale ad una certa soglia M . Abbiamo

$$N = A \int_M^{+\infty} 10^{-bM} dM = -Ab \log 10 \int_{-bM \log 10}^{-\infty} e^x dx = Ab \log 10 e^{-bM \log 10} = k 10^{-bM}$$

dove $k = Ab \log 10$. Passando al logaritmo questa relazione assume la forma

$$N = a - bM$$

Il parametro b ha un particolare interesse sismologico. Esso rappresenta il rateo di produzione di terremoti, quindi è un indicatore dell'attività delle sorgenti sismiche. In particolare, un aumento di b indica una possibile riattivazione della faglia e quindi un aumento del rischio sismico. Naturalmente il valore di b dipende dall'area sismogenetica considerata e può dipendere dall'intervallo di tempo considerato.

2 Analisi della sismicità mondiale

Per mostrare le caratteristiche della sismicità globale e la validità della legge di Gutenberg-Richter, ho effettuato un'analisi di due periodi di tempo:

1° periodo	2010-12-08	00:00:00
	2020-12-15	23:59:59

2° periodo:	2000-12-06	00:00:00
	2005-12-13	23:59:59

Il primo intervallo di tempo è stato scelto per poter includere il terremoto di Tohoku del 2011. Invece il secondo periodo è stato scelto al fine di prendere in considerazione il terremoto di Sumatra del 2004 e considerare un intervallo di tempo molto diverso. I terremoti di Sumatra e Tohoku (entrambi di magnitudo 9.1) sono fra i quattro terremoti più forti mai registrati. I dati sono stati reperiti dal catalogo del National Earthquake Information Center (NEIC) dell'USGS.

Nella *Figura 1* è stata riportata la distribuzione globale di tutti i terremoti del 1° periodo

rimanenti seguono l'andamento previsto dalla relazione di Gutenberg-Richter l'RMS debba rimanere pressoché costante. Questo è mostrato dall'andamento dei punti blu in funzione della magnitudo minima considerata (figura 3).

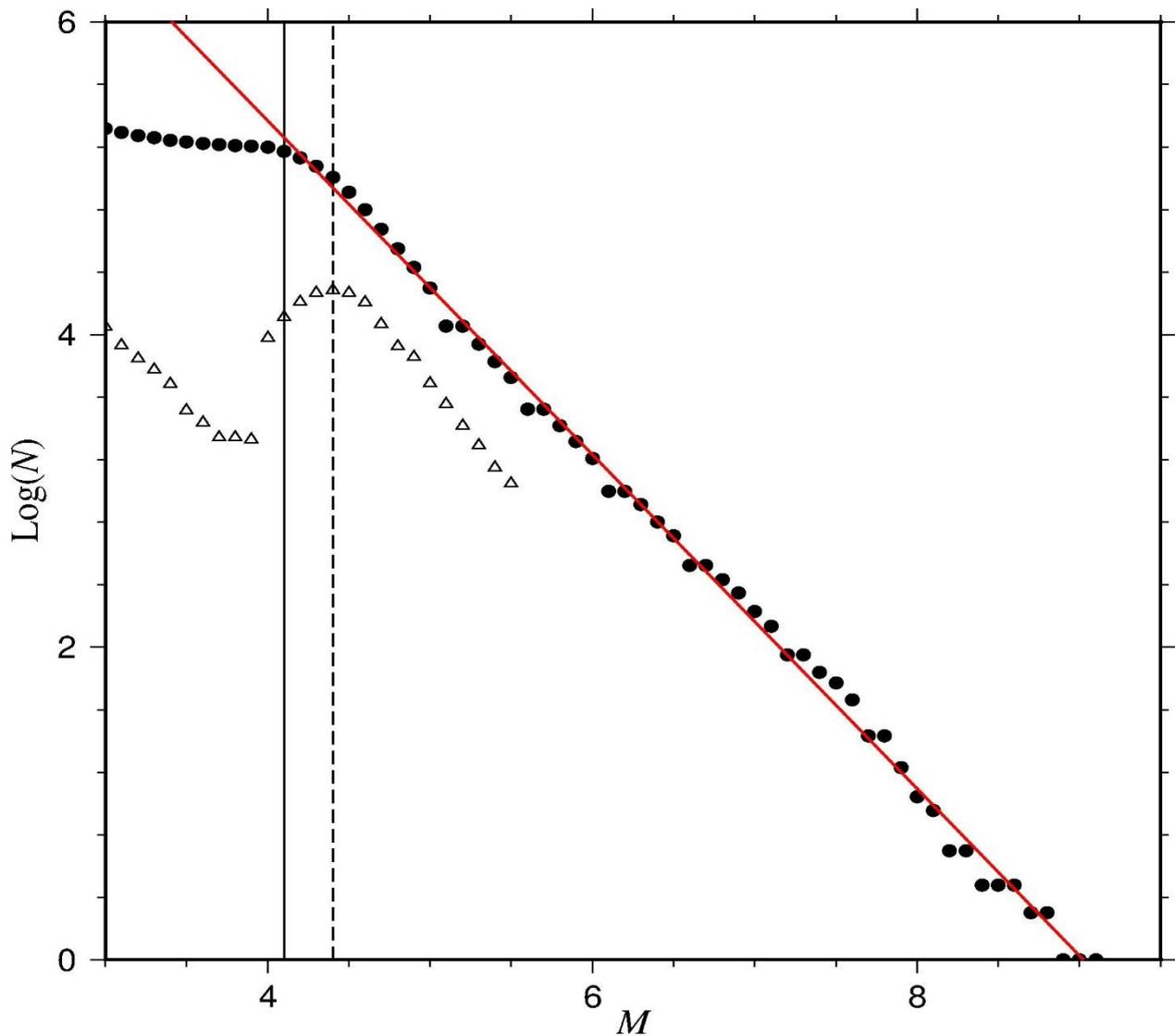


Figura 2 – Distribuzione del numero di eventi in funzione della magnitudo per il 1^o periodo. I triangoli rappresentano la distribuzione non cumulativa degli eventi. Il massimo di questa distribuzione definisce una magnitudo di completezza (linea tratteggiata). La magnitudo di completezza per definire la retta di Gutenberg-Richter (linea rossa) è invece indicata dalla linea continua. Si veda il testo per ulteriori dettagli.

Si vede che la magnitudo di completezza secondo l'approccio usato è $M = 4.1$.

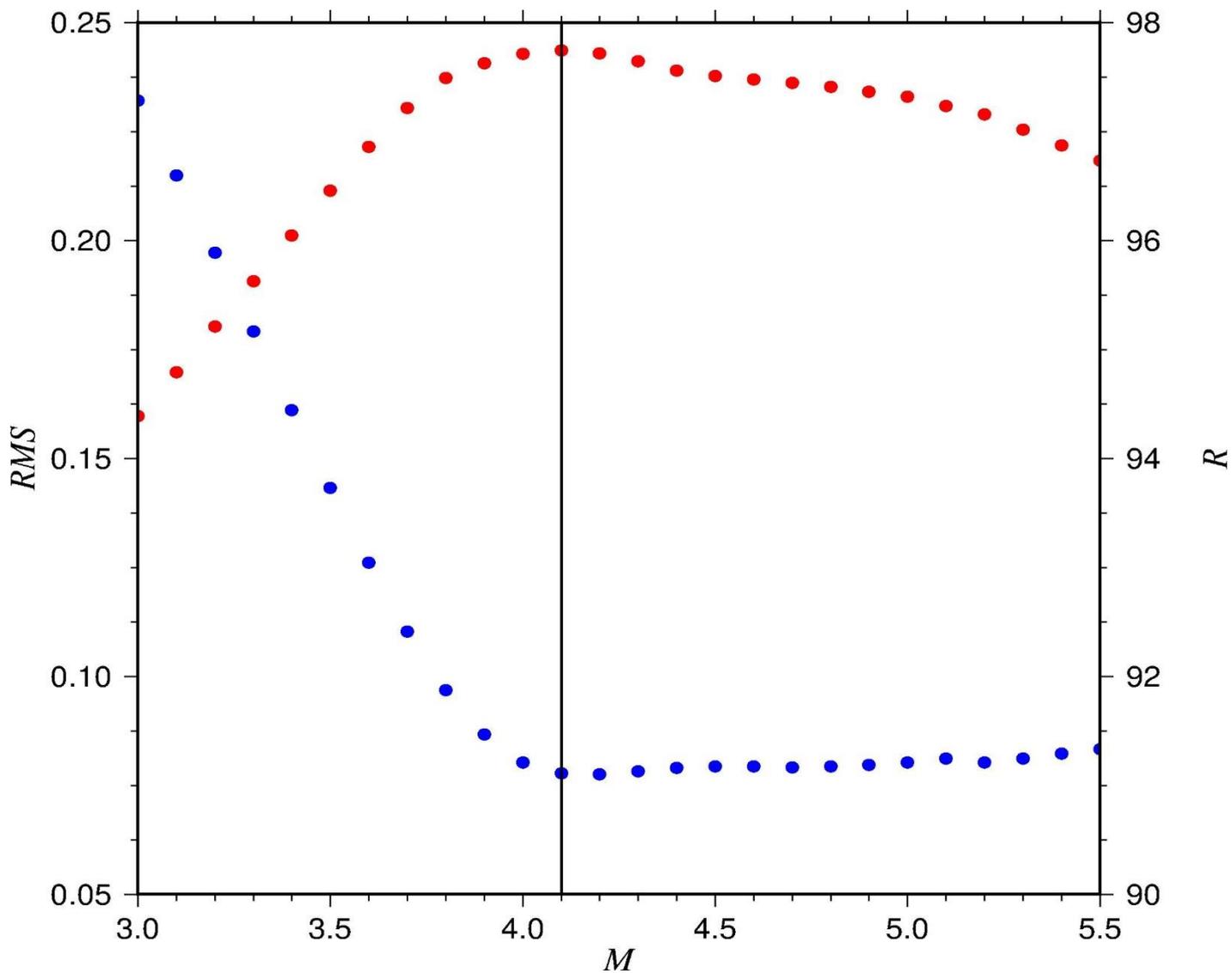


Figura 3 – Andamento dell’RMS del fit dei punti in figura 2 in funzione della magnitudo minima considerata (punti blu). I punti rossi rappresentano l’andamento del residuo, definito più avanti nel testo.

Il metodo che ho usato è concettualmente analogo a quello proposto da Wiemer e Wyss (2000). Questi autori propongono un approccio analogo, ma usano come indicatore il residuo definito come

$$R = 100 \left(1 - \frac{\sum_{i=M_c}^{M_m} |B_i - S_i|}{\sum_i B_i} \right)$$

dove M_c è la magnitudo di completezza, M_m è la magnitudo massima considerata, B_i è il numero cumulativo di eventi per la magnitudo i – ma e S_i il corrispondente numero previsto dalla legge di Gutenberg-Richter. La magnitudo di completezza è quella che corrisponde al residuo massimo superiore ad una soglia di 95 o 90. Quest'ultimo valore viene usato quando i dati a disposizione sono pochi.

Nella *figura 3* i punti rossi rappresentano l'andamento di R che definisce, anche in questo caso, la stessa magnitudo di completezza del caso precedente.

Gli stessi autori discutono un metodo più semplice che consiste nel definire la magnitudo di completezza come la magnitudo per cui si ha il massimo della distribuzione non cumulativa degli eventi.

Utilizzando questo metodo per il 1° periodo si ricava una magnitudo di completezza $M = 4.4$ (linea tratteggiata in *figura 2*). Probabilmente, questo è dovuto al fatto che i terremoti di bassa magnitudo considerati sono solo quelli relativi agli USA, mentre il resto del database è globale. Ho così preferito usare il valore di $M = 4.1$ (linea continua in *figura 2*) stimato in precedenza per calcolare il fit della legge di Gutenberg Richter. La retta in rosso in *figura 2* rappresenta il risultato del fit, i cui parametri sono riportati in *tabella 1*.

In *figura 2* è riportato il grafico di G-R ed è messa in evidenza la differente magnitudo di completezza che si ottiene con i primi due metodi e con il terzo.

Altri autori hanno proposto metodi differenti per stimare la magnitudo di completezza, indicazione di quanto il problema sia importante, ma io non approfondirò il tema oltre, fissandola a 4.1 .

In *figura 4* sono mostrati i dati per il 2° periodo. La magnitudo di completezza è ancora $M = 4.1$ e i punti usati per il fit sono delimitati con le parentesi. Si noti che sono stati esclusi i valori nulli che corrispondono ad un solo terremoto. I parametri della reta ottenuta sono riportati in *tabella 1*.

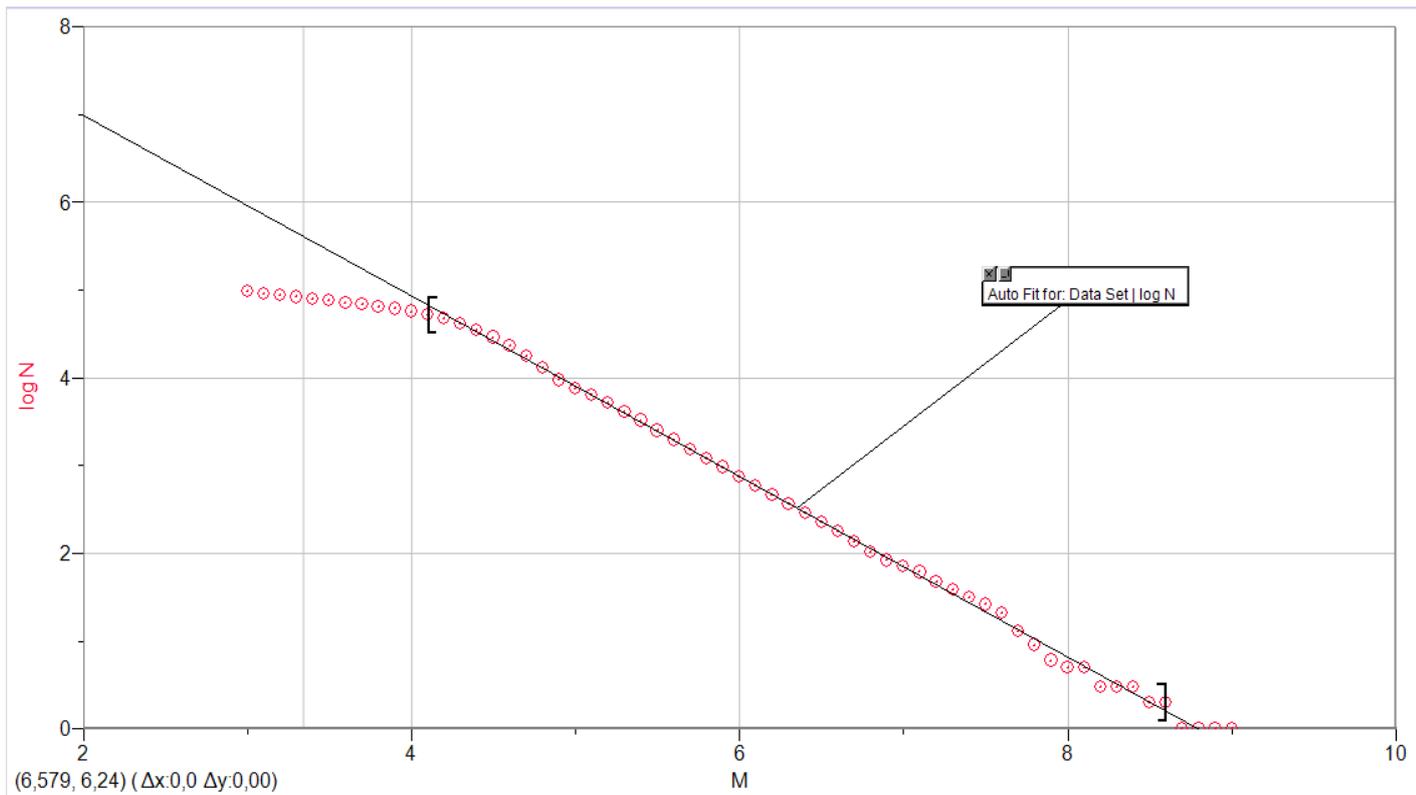


Figura 4 -Grafico G-R mondiale 2° periodo. I punti usati per il fit sono quelli tra parentesi.

	1° periodo	2° periodo.
a	9.475 ± 0.042	9.047 ± 0.038
b	1.036 ± 0.006	1.029 ± 0.006

Tabella 1 – Parametri delle rette di Gutenberg-Richter per il 1° e il 2° periodo.

Il valore di b può essere considerato in prima approssimazione costante e uguale a 1 in quanto cambia poco su diversi intervalli di tempo. Il fit dei dati è buono. Infatti, il valore della correlazione è circa 1 (0.9917); quindi le osservazioni soddisfano la legge di Gutenberg-Richter. Dal momento che variazioni di b corrispondono a variazioni di caratteristiche meccaniche presenti nelle regioni stesse ci si aspetta che, per un'analisi globale, il valore di b resti costante.

3 *Irpinia*

In questo capitolo mi propongo di analizzare la sismicità dell'Irpinia, stimando, in particolare, i valori di b sulla stessa area per diversi periodi. La finalità ultima è quella di indagare l'eventuale cambiamento di b durante il corso del tempo.

Variazioni di b con il tempo nella stessa regione sono associabili a variazioni nelle condizioni di stress e per questo tale parametro viene considerato alcuni sismologi come un parametro di interesse negli studi di predizione dei terremoti.

L'Irpinia è situata approssimativamente nel settore centro-orientale della Campania, presentando un territorio essenzialmente montuoso-collinare, costituisce un importante distretto sismico. L'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia vi ha una propria sede a Grottaminarda, nella valle dell'Ufita, con annesso un centro per la Sismologia ed Ingegneria sismica. Il centro, mediante una sala di monitoraggio sismico, collabora allo sviluppo di una rete sismica nazionale che consente l'immediata localizzazione automatica degli eventi sismici che avvengono nell'ambito del territorio nazionale.

ISNet (*Figura 5*) è una rete sismica ad alta risoluzione a sei componenti di 31 stazioni dislocate nell'Appennino meridionale (Italia) lungo il sistema di faglie attive responsabile del terremoto di magnitudo 6.9 del 23 novembre 1980. ISNet, in funzione dal 2005, è un laboratorio sul campo volto a caratterizzare i processi meccanici che si verificano lungo i sistemi di faglie dell'Appennino meridionale dall'analisi dettagliata della microsismicità e dal ruolo dei fluidi nella generazione della sismicità. È anche la spina dorsale dei sistemi di allerta per terremoti testati in Italia (Weber et al., 2007; Iannaccone et al., 2010).

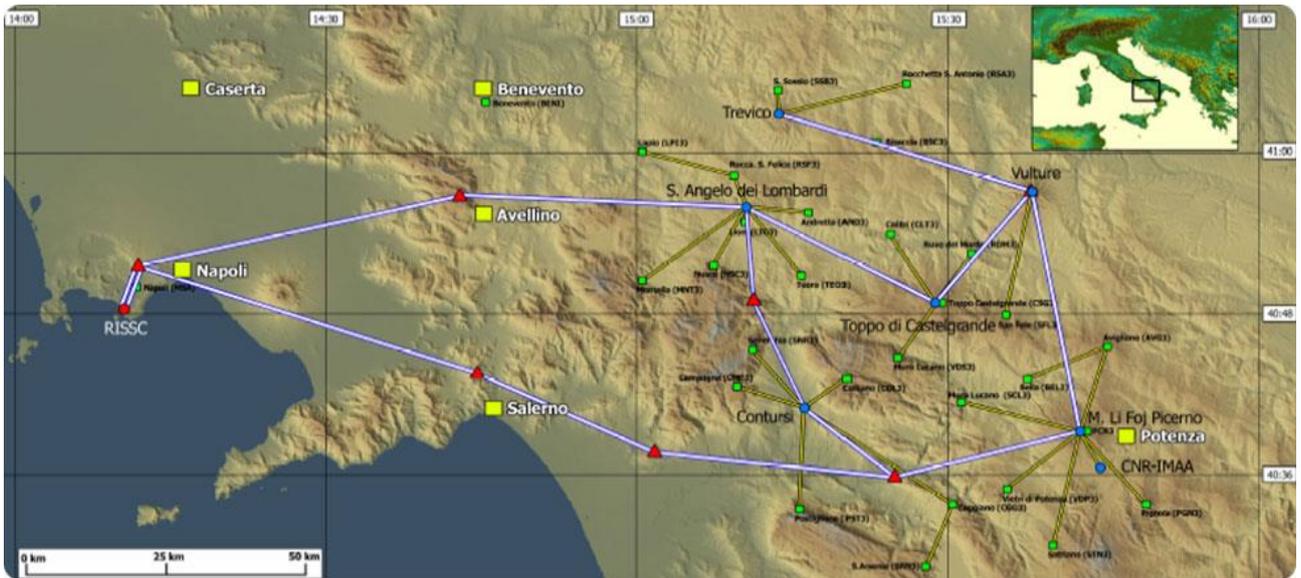


Figura 5: La rete ISNet. I dati raccolti dalle stazioni sismiche vengono inviati in tempo reale al centro di raccolta ed elaborazione presso il Dipartimento.

3.1 Analisi della sismicità dell'Irpinia

L'intervallo temporale scelto va dal 2011 fino a febbraio 2021. Nel grafico sono stati inseriti tutti i sismi registrati compresi quelli di magnitudo inferiore a 1.3, questa infatti corrisponde alla magnitudo di completezza (Vassallo et al., 2012).

Nel fit, al contrario, non sono stati presi in considerazione i terremoti di magnitudo inferiore alla magnitudo di completezza. Sono stati inoltre escluse le magnitudo a cui corrispondeva un solo terremoto (valori nulli sull'asse delle ordinate).

La *figura 6* mostra l'andamento previsto dalla G-R nel periodo 2011-2021

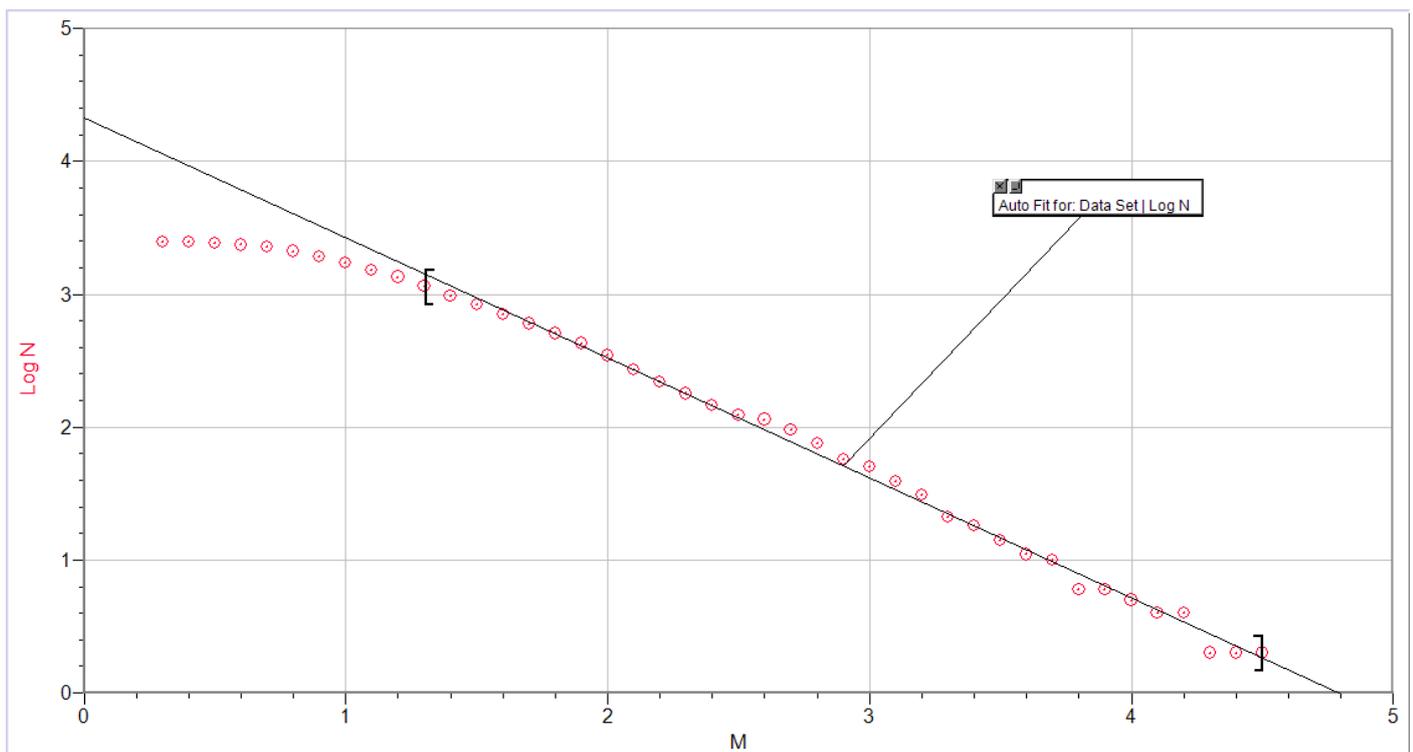


Figura 6 – Grafico della G-R per l'Irpinia nel periodo 2011-2021

Successivamente ho analizzato la sismicità considerando intervalli di tre anni circa, in modo da poter evidenziare gli eventuali cambiamenti di b (Figura 7 Figura 8 e Figura 9). Anche in questo caso, nel grafico sono stati inseriti tutti i dati rilevati (compresi i sismi di magnitudo inferiore a 1.3) ma nel fit non sono stati considerati.

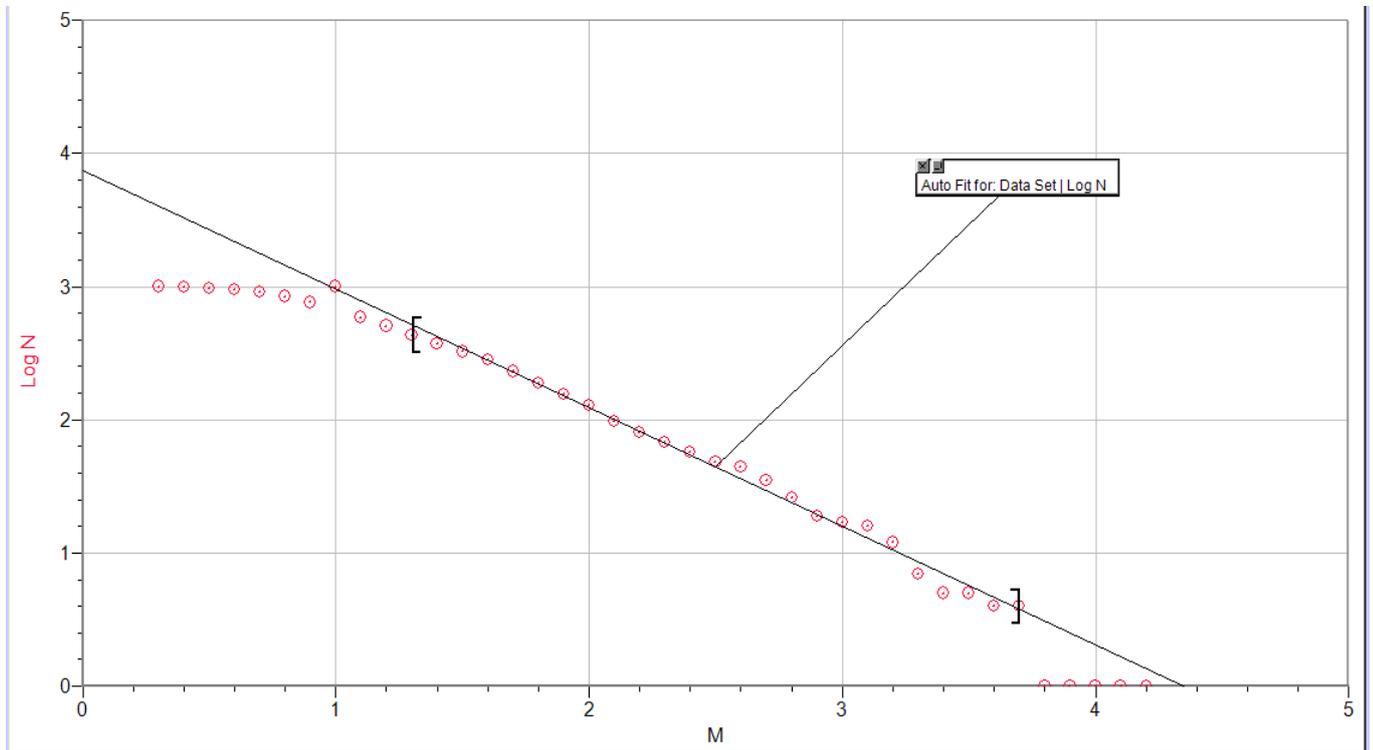


Figura 7 - Grafico G-R per l'Irpinia nel periodo 2011-2013

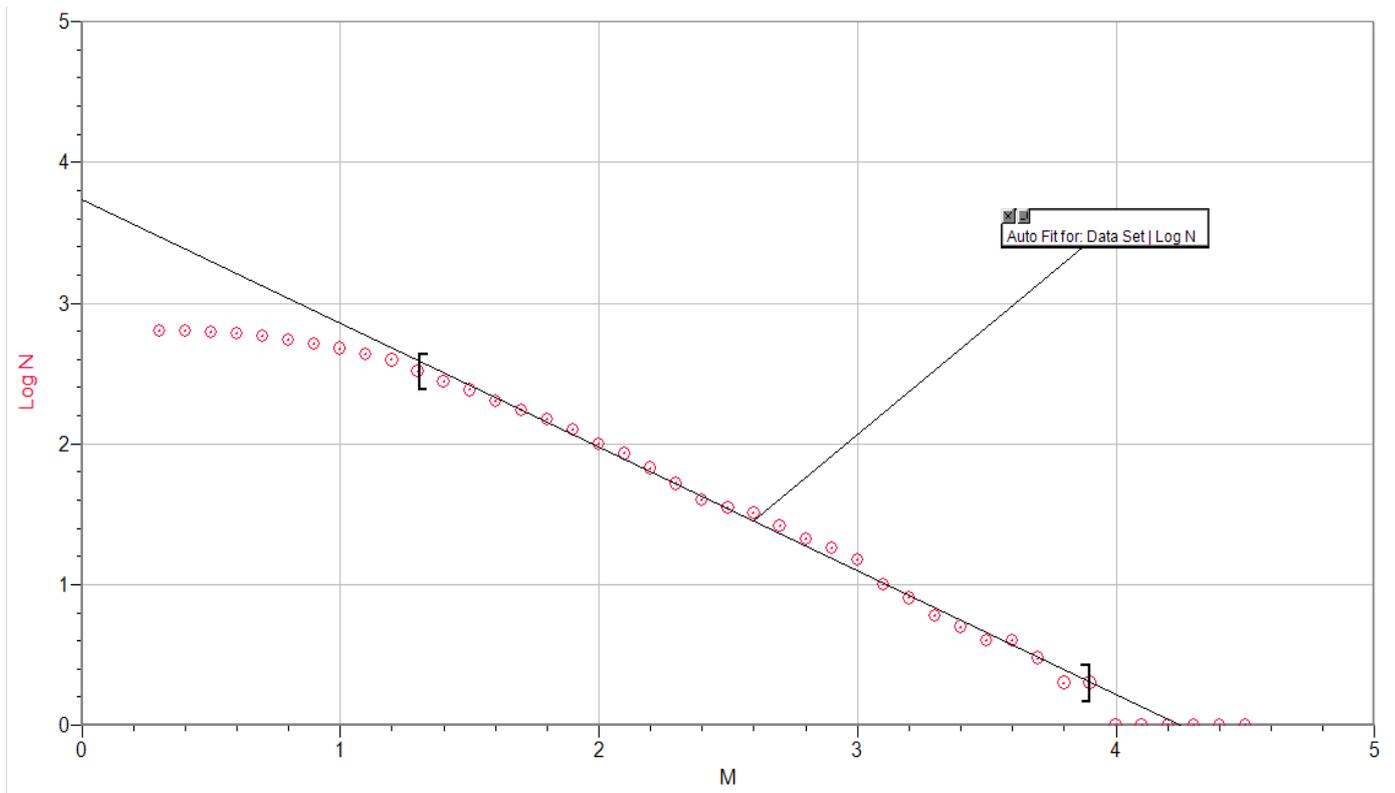


Figura 8 -Grafico G-R per l'Irpinia nel periodo 2014-2016

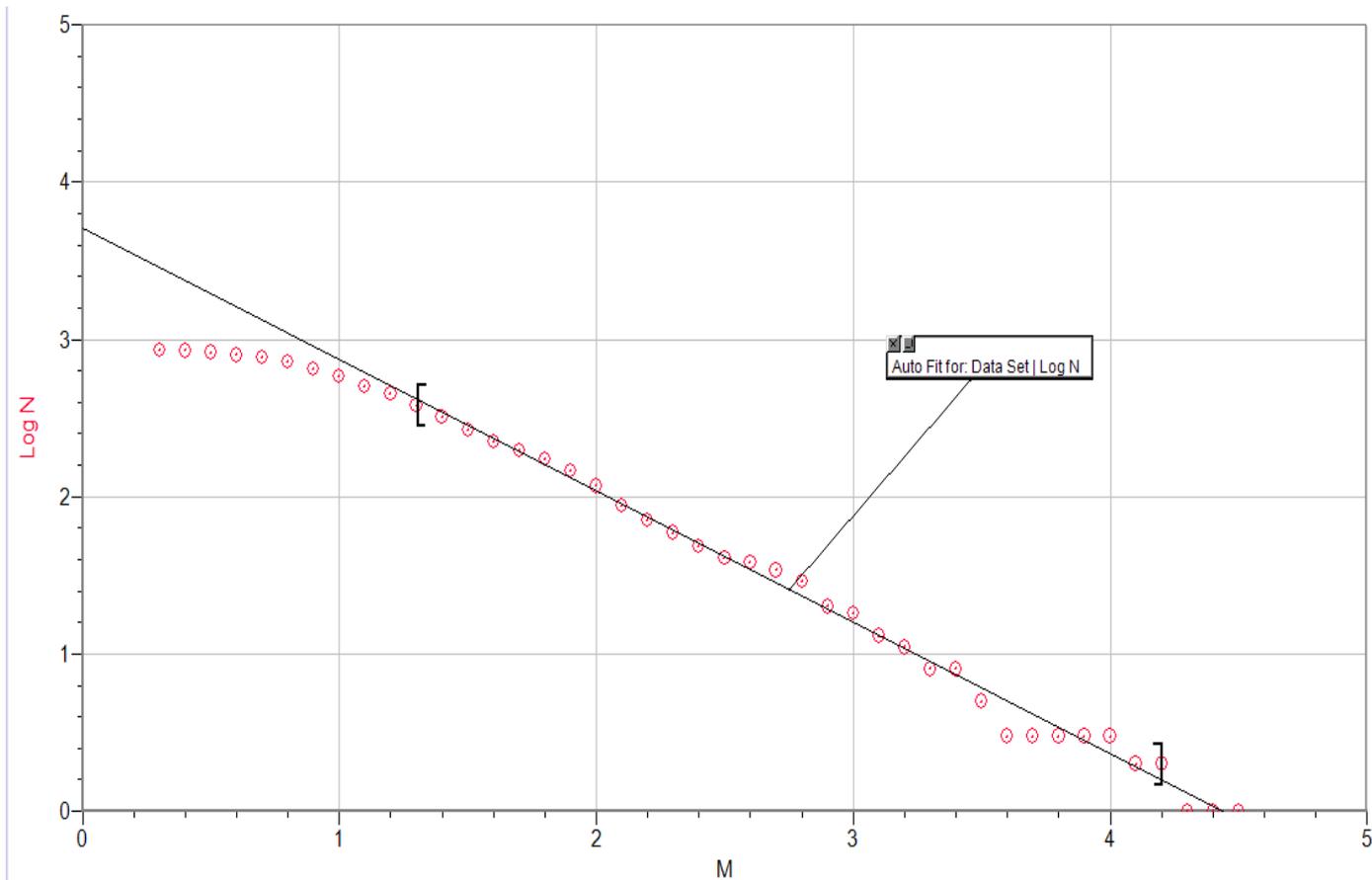


Figura 9 -Grafico G-R per l'Irpinia nel periodo 2017-2021

Nella tabella 2 sono riportati i valori dei parametri a e b per ciascun periodo.

	Periodo 2011-2021	Periodo 2011-2013	Periodo 2014-2016	Periodo 2017-2021
a	4.326 ± 0.032	3.871 ± 0.042	3.734 ± 0.031	3.706 ± 0.042
b	0.903 ± 0.010	0.890 ± 0.016	0.879 ± 0.012	0.835 ± 0.015

Tabella 2- Parametri delle rette di Gutenberg-Richter per l'Irpinia

Il valore di b non resta costante nei limiti dell'incertezza, una possibile causa di questo cambiamento può essere la differenza tra le popolazioni degli intervalli considerati. Per tale ragione ho effettuato un test t per verificare se essi fossero comunque statisticamente compatibili.

Il test t di Student è uno strumento per valutare se le medie di due campioni sono estratte da due popolazioni con lo stesso valore medio.

Prima di tutto, si definisce l'ipotesi da verificare (ipotesi nulla) e si determina un rischio accettabile di trarre una conclusione sbagliata. Nel caso di un confronto tra due popolazioni si ipotizza che le loro medie siano le stesse e si decide una probabilità accettabile di giungere alla conclusione che vi sia una differenza quando

non è così. Poi, si calcola una statistica di test a partire dai dati e la si confronta con un valore teorico ricavato da una distribuzione t a $N-4$ gradi di libertà, dove N è la somma delle dimensioni dei campioni. A seconda del risultato, si rifiuta o non si rifiuta l'ipotesi nulla.

Per effettuare il test t ho scelto come area delle due code 0.05, e ho usato le seguenti formule:

$$t = \frac{b_1 - b_2}{es(b_1 - b_2)}$$

$$es(b_1 - b_2) = \sqrt{s^2 \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (Y_{1i} - \bar{Y}_1)^2 + \sum_{i=1}^{n_2} (Y_{2i} - \bar{Y}_2)^2}{n_1 - 2 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2} + \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_2} (X_{2i} - \bar{X}_2)^2} \right)$$

dove s rappresenta la media pesata che si effettua con l'ipotesi che i campioni siano estratti dalla stessa popolazione. Se il valore di t ottenuto rientra nell'area di accettazione, allora l'ipotesi nulla non potrà essere respinta, quindi i valori ottenuti differiscono solo a causa di un errore casuale dovuto al differente campionamento.

In particolare, nel caso dell'Irpinia, è stato effettuato il test t ogni volta che il parametro b risultava essere incoerente entro le incertezze, verificando poi con la tavola t – student ho riscontrato che tutti i t rientrano nella soglia e quindi possono essere considerati uguali. Nella *tabella 3* sono riportati i valori di t

	2011-2021 2017-2021	2011-2021 2014-2016	2011-2013 2017-2021	2014-2016 2017-2021
t	1.19	0.40	0.81	0.70
Valori di soglia	1.67	1.67	1.68	1.67

Tabella 3 – valori di t e relative soglie al 10% di significatività.

I valori di b ottenuti non differiscono rispetto al valore calcolato sull'intero periodo al 10% di significatività. Questo comporta che i valori sono anche statisticamente compatibili fra di loro.

3.2 Analisi della faglia del terremoto dell' 80.

A questo punto ho effettuato un'analisi su un'area di studio più ristretta, in particolare quella corrispondente alla faglia attiva nel terremoto del 1980.

Per questa zona sono stati selezionati tutti i terremoti dal 2011 fino a febbraio 2021 con una profondità compresa tra 5 km e 15 km, e si è effettuato il grafico della Gutenberg – Richter per il periodo totale (dal 2011 al 2021). L'analisi è stata poi ripetuta ogni tre anni circa.

Nella *figura 10* è mostrato l'andamento della G-R per il periodo dal 2011 al 2021 (come fatto in precedenza nel fit si escludono i dati minori rispetto alla magnitudo di completezza e le magnitudo a cui corrisponde un solo sisma).

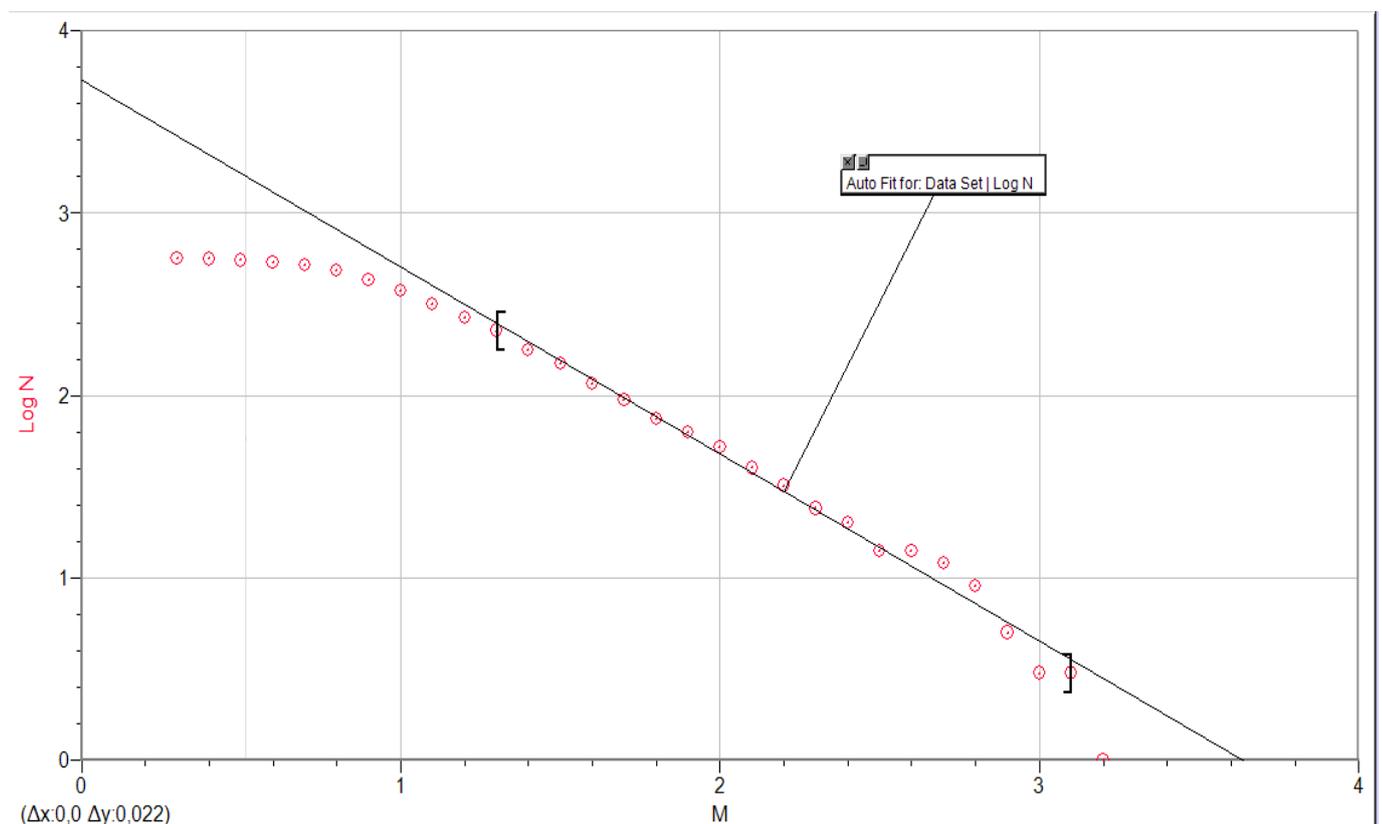


Figura 10 – Grafico G-R per la faglia dell'80 del periodo 2011-2021

Seguono i grafici dei periodi 2011-2013, 2014-2016 e 2017-2021.

2011-2013 *Figura 11*

2014-2016 *Figura 12*

2017-2021 *Figura 13*

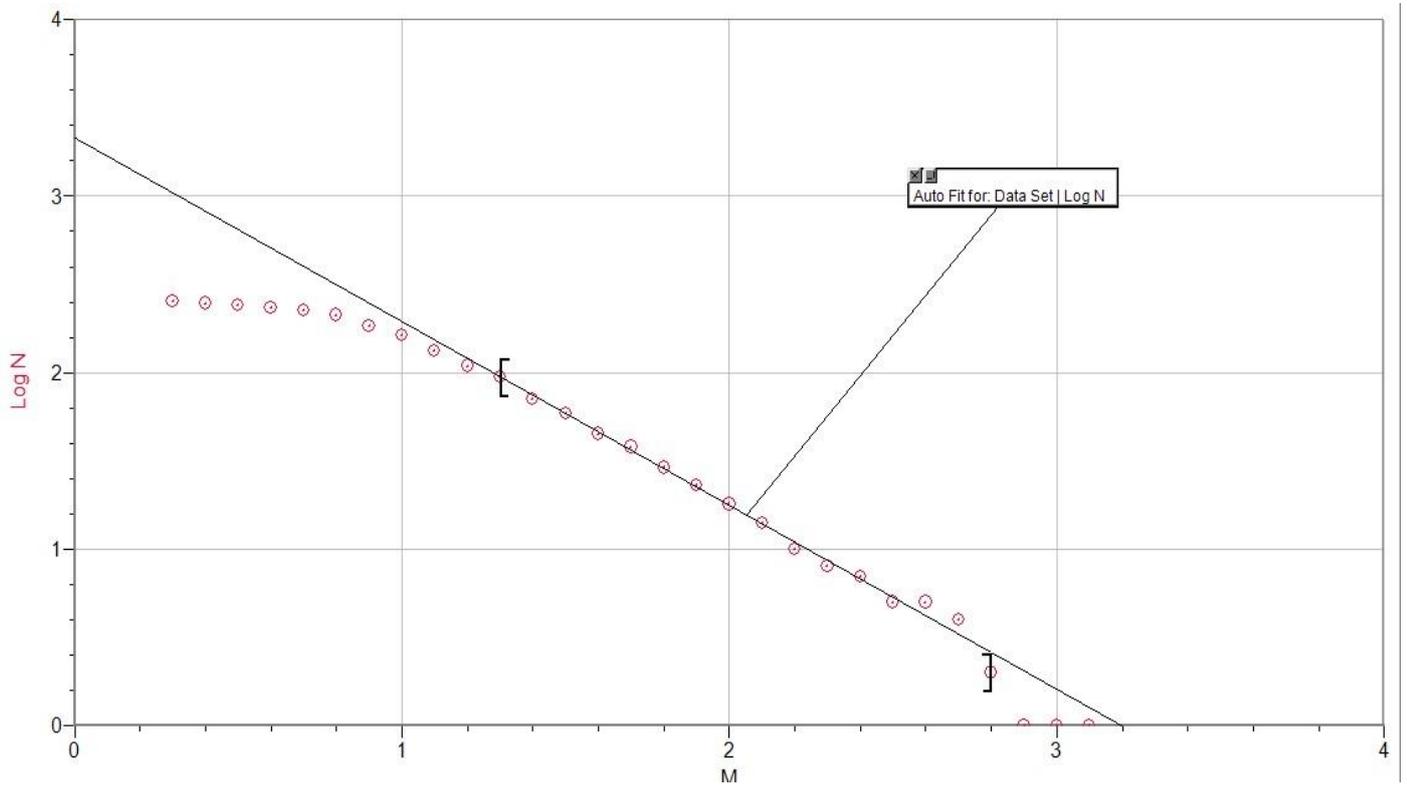


Figura 11 – Grafico G-R per la faglia dell'80 nel periodo 2011-2013

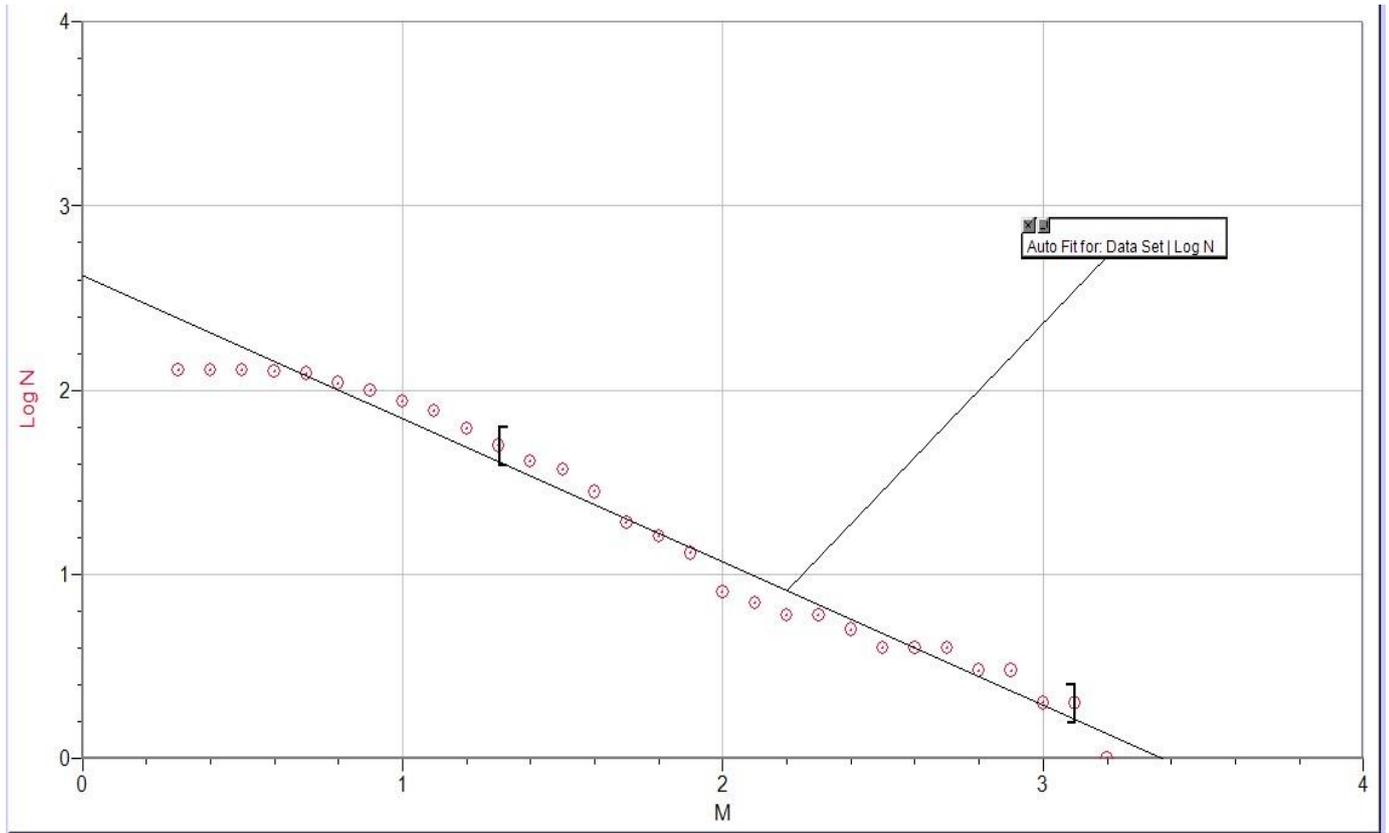


Figura 12 – Grafico G-R per la faglia dell’80 nel periodo 2014-2016

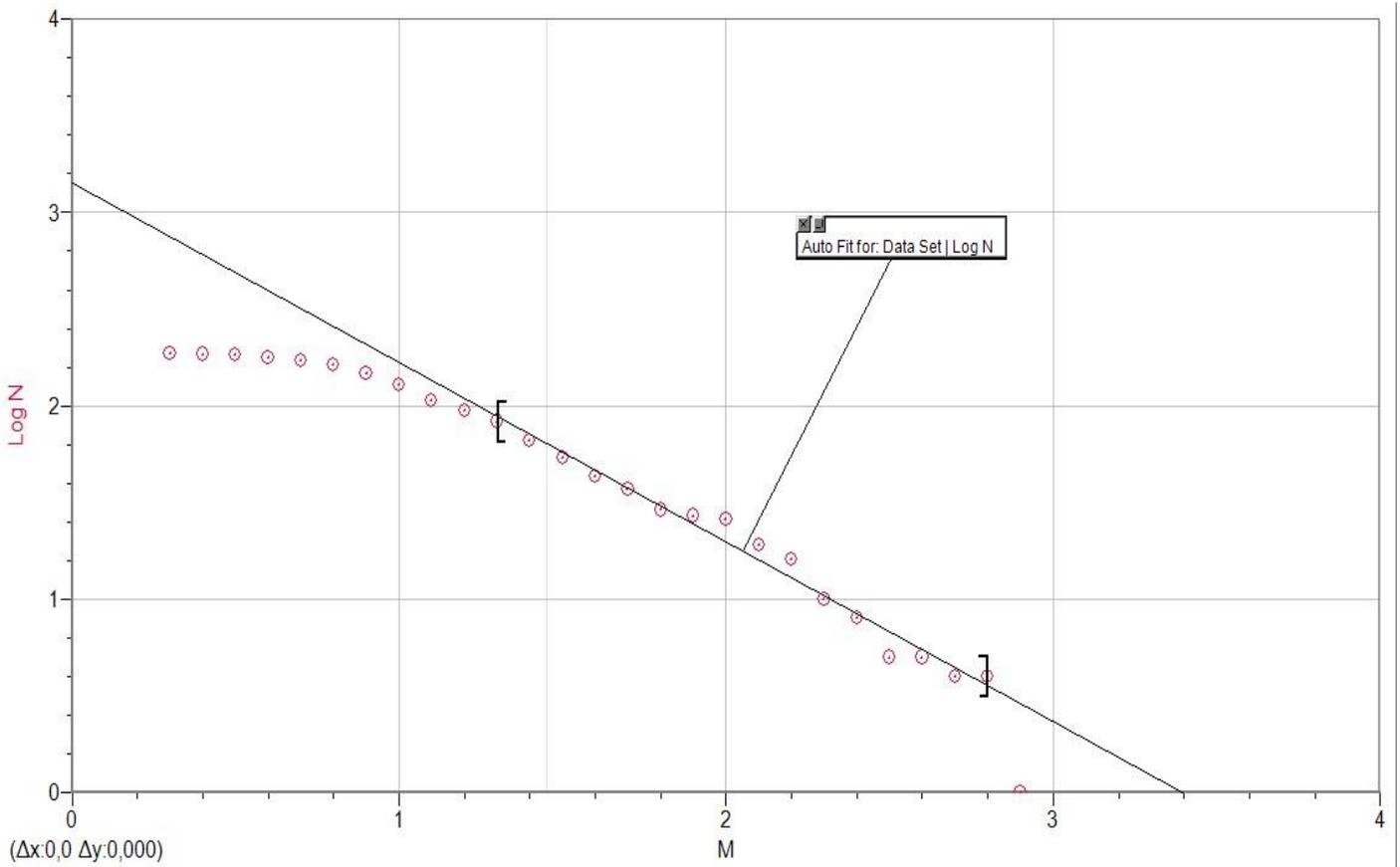


Figura 13 – Grafico G-R per la faglia dell’80 nel periodo 2017-2021

Segue tabella 4 dei valori di b e a per gli intervalli considerati.

	Periodo 2011-2021	Periodo 2011-2013	Periodo 2014-2016	Periodo 2017-2021
a	3.729±0.065	3.329±0.053	2.621±0.085	3.152±0.074
b	1.026±0.029	1.042±0.025	0.778±0.038	0.929±0.035

Tabella 4- Parametri delle rette di Gutenberg-Richter

Il valore di b non resta costante durante i tre intervalli, e questo risulta non coerente con le aspettative. Per tale ragione, anche in questo caso, è stato effettuato un test t , ma contrariamente al caso precedente, i dati relativi al periodo 2014-2016 (tranne nel confronto con 2017-2021) devono essere rigettati poiché superano la soglia considerata. Gli altri dati invece risultano essere coerenti tra loro (tabella 5).

	2011-2021 2014-2016	2011-2021 2017-2021	2011-2013 2014-2016	2011-2013 2017-2021	2014-2016 2017-2021
t	9.23	0.77	2.33	0.85	1.40
Valori di soglia	1.69	1.70	1.70	1.70	1.70

Tabella 5- valori di t , e dei valori soglia al 10% di significatività.

Conclusioni

Il lavoro di tesi è consistito nella costruzione delle rette G-R per diverse zone sismogenetiche. L'analisi della sismicità mondiale in due periodi mi ha consentito di approfondire il processing dei dati necessario per la stima dei parametri della relazione G-R. In particolare, ho valutato diversi metodi per la determinazione della magnitudo di completezza. La sismicità mondiale presenta una pendenza della G-R costante nel tempo e circa uguale a uno.

Le analisi svolte sulla sismicità dell'Appennino campano-lucano in cui ha sede la faglia che ha generato il terremoto del 1980 ha mostrato un valore di b coerente nell'intero periodo 2011-2021. Attraverso un test t è stato possibile dimostrare che tale discrepanza è dovuta solo ad errori casuali entro il 10% di significatività.

I dati relativi alla faglia dell'80 presentano un periodo (2014-2016) con un valore di b inconsistente con quelli relativi agli altri periodi considerati (2011-2013 e 2011-2021). Anche in questo caso, l'inconsistenza è stata determinata con il test t al 10% di significatività. Più che a un reale (e temporaneo) cambiamento di stress sulla faglia, questo risultato è probabilmente dovuto al limitato numero di stazioni funzionanti nel 2014 ed a una contestuale perdita di dati, come notato da D'Agostino et al. (2018). Questo effetto non è visibile nella sismicità totale perché questa è localizzata in un volume molto più grande di quello contenente la faglia. Quindi un certo numero di stazioni malfunzionanti in una zona specifica non ha un effetto significativo sulla sismicità dell'area. L'analisi della legge G-R mi ha consentito di individuare il periodo di malfunzionamento.

Il perché la sismicità dell'Irpinia presenti una distribuzione dei terremoti più larga rispetto alla sola regione limitrofa alla faglia, risulta essere oggetto di studio.

Bibliografia

D'Agostino, N., F. Silverii, O. Amoroso, V. Convertito, F. Fiorillo, G. Ventafridda e A. Zollo (2018). Crustal deformation and seismicity modulated by groundwater recharge of karst aquifers. *Geophys Res Lett*, 45, 12,253– 12,262.
<https://doi.org/10.1029/2018GL079794>

Iannaccone, G., A. Zollo, L. Elia, V. Convertito, C. Satriano, C. Martino, G. Festa, M. Lancieri, A. Bobbio, T.A. Stabile, M. Vassallo e A. Emolo (2010) A prototype system for earthquake early-warning and alert management in southern Italy, *Bull. Earth. Eng.* 8, 1105-1129.

Vassallo, M., G. Festa e A. Bobbio (2012) Seismic Ambient Noise Analysis in Southern Italy, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 102, 574-586.

Weber, E., V. Convertito, G. Iannaccone, A. Zollo, A. Bobbio, L. Cantore, M. Corciulo, M. Di Crosta, L. Elia, C. Martino, A. Romeo e C. Satriano (2007) An Advanced Seismic Network in the Southern Apennines (Italy) for Seismicity Investigations and Experimentation with Earthquake Early Warning, *Seism. Res. Lett.*, 78, 622-634.

Wiemer, S., e M. Wyss (2000) Minimum magnitude of complete reporting in earthquake catalogs: examples from alaska, the western united states, and japan, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 90, 859-869.