

Università degli Studi di Napoli “Federico II”

Scuola Politecnica e delle Scienze di Base
Area Didattica di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Dipartimento di Fisica “Ettore Pancini”



Laurea triennale in Fisica

**Emissione evaporativa di particelle α dal
nucleo composto ^{60}Ni a $E_x=75$ MeV**

Relatore:

Prof. Giovanni La Rana

Candidata:

Caterina Muto

Matricola N85000957

A.A. 2021/2022

Indice

Introduzione

Capitolo 1: Emissione evaporativa dal nucleo composto

1.1 Classificazione delle reazioni indotte da ioni pesanti a bassa energia

1.2 Formazione e decadimento del nucleo composto

Capitolo 2: Il modello statistico

2.1 Probabilità di emissione dal nucleo composto

2.1.1 Densità di livelli

2.1.2 Coefficienti di trasmissione

2.2 Modello della goccia di liquido ruotante

2.3 Evidenze di deformazioni nucleari

2.4 Il codice LILITA_N21

Capitolo 3: Studio dell'emissione evaporativa dal nucleo composto ^{60}Ni a $E_x = 75$ MeV

3.1 Studi precedenti sul sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ a $E_{\text{lab}} = 120$ MeV

3.2 Analisi degli spettri di energia delle particelle α emesse dal nucleo composto ^{60}Ni a $E_x = 75$ MeV

3.2.1 Risultati assumendo nuclei sferici nella simulazione

3.2.2 Risultati con l'inclusione degli effetti della deformazione nella simulazione

3.3 Previsioni del codice LILITA_N21 per i protoni e i neutroni

Riassunto e Conclusioni

Bibliografia

Introduzione

Tra i processi che hanno luogo nelle reazioni indotte da ioni pesanti a bassa energia ($E < 10 \text{ MeV/A}$), la formazione e il decadimento del nucleo composto formato dalla fusione del proiettile con il bersaglio è tra quelli che ha riscosso molto interesse negli ultimi anni. A queste energie del fascio incidente questo processo presenta sezioni d'urto elevate, pertanto è stato possibile uno studio approfondito delle proprietà del sistema composto. Quest'ultimo viene formato ad elevate energie di eccitazione e momento angolare, e si disintegra evaporando particelle leggere (n , p , particelle alfa) e radiazione gamma, nonché, per nuclei pesanti, attraverso il processo di fissione. Le particelle evaporative costituiscono una potente sonda per lo studio delle proprietà del nucleo composto, in quanto gli spettri di energia e le distribuzioni, nonché le molteplicità, sono sensibili alle proprietà del nucleo emettente, quali ad esempio il momento angolare, la temperatura e la deformazione. La base interpretativa per questi studi è costituita dal modello statistico dell'evaporazione. Nonostante esso abbia avuto notevole successo nel riprodurre molti dati sperimentali, esistono diversi casi in cui il modello presenta dei limiti nel riprodurre alcune osservabili. Diversi articoli alla fine degli anni '80 e all'inizio degli anni '90 hanno evidenziato queste difficoltà del modello, in particolare nel riprodurre gli spettri di energia delle particelle cariche emesse dal nucleo composto nel canale evaporativo. Difficoltà nel riprodurre i dati sono state osservate in diverse regioni di massa del nucleo composto ad elevati momenti angolari, in particolare nella regione di massa $A=60$, dove solo il canale evaporativo è presente, essendo il canale di fissione trascurabile. Tra questi, di particolare interesse è il sistema $^{30}\text{Si}+^{30}\text{Si}$ [1] ad energia del proiettile $E_{\text{lab}}=120 \text{ MeV}$, che porta alla formazione del nucleo composto ^{60}Ni ad energia di eccitazione $E_x=75 \text{ MeV}$ e momento angolare massimo $J_{\text{max}}=38 \hbar$. Per questo sistema, le cui misure sono state effettuate presso i Laboratori Nazionali di Legnaro e pubblicate nel 1988, sono stati osservati spettri di particelle alfa con energia media notevolmente minore rispetto a quella prevista dal modello statistico per nuclei sferici, indicando forti e inaspettate deformazioni del nucleo composto emettente. Queste ultime risultano molto maggiori di quelle previste dal modello della goccia di liquido ruotante. In particolare, la riproduzione delle forme spettrali delle particelle alfa da parte del modello statistico, i cui calcoli sono stati effettuati tramite il codice di singolo-step equivalente GANES [2], ha richiesto deformazioni non realistiche (rapporto di assi $b/a=3$), indicando i limiti del modello statistico e la necessità di introdurre in esso nuova fisica, oltre la deformazione nucleare.

In questo contesto, il lavoro di tesi si propone un approfondimento dell'analisi del sistema $^{30}\text{Si}+^{30}\text{Si}$, ai fini di acquisire ulteriori elementi per la comprensione delle forti deviazioni presentate dagli spettri di particelle alfa dalle previsioni del modello statistico. In particolare, si propone di rianalizzare gli spettri delle particelle alfa con un approccio diverso da quello utilizzato nello studio in Ref. [1] nella modellizzazione del decadimento del nucleo composto. L'obiettivo è quello di confrontare gli spettri misurati per le particelle alfa nello studio riportato in Ref. [1] con le previsioni del modello statistico utilizzando il codice multi-step LILITA_N21 [3,4], adottando diverse opzioni per i coefficienti di trasmissione e la densità dei livelli. Questi ultimi costituiscono gli ingredienti fisici essenziali per la descrizione del processo. Il programma di lavoro ha previsto due simulazioni, la prima utilizzando coefficienti di trasmissione di modello ottico e una energia rotazionale standard nella densità dei livelli. La seconda introduce gli effetti della deformazione nucleare assumendo coefficienti di trasmissione basati sull'espressione di Hill Wheeler con barriere di emissione ridotte e un accresciuto momento di inerzia.

Nel primo capitolo vengono descritti brevemente i meccanismi delle reazioni nucleari indotte dagli ioni pesanti che hanno luogo a bassa energia, classificandoli sulla base del parametro d'urto e del momento angolare orbitale nel canale di ingresso. Vengono poi illustrate le caratteristiche salienti della formazione e del decadimento del nucleo composto, formato a seguito della fusione del proiettile

con il bersaglio. Risalto viene dato alla descrizione del processo di decadimento sulla base del piano energia di eccitazione-momento angolare. Nel secondo capitolo, partendo dal principio di indipendenza di Bohr e dal principio del bilancio dettagliato, vengono illustrati i concetti di base del modello statistico, soffermandosi sulla probabilità di emissione di particelle leggere da parte del nucleo composto e sulle quantità fisiche che la determinano: i coefficienti di trasmissione e la densità dei livelli. Per i primi vengono illustrati i diversi approcci: modello ottico e sistematiche di fusione; per la seconda viene descritta l'espressione basata sul gas di Fermi. Fa seguito nel capitolo la presentazione del modello della goccia di liquido ruotante, importante per la descrizione delle deformazioni nucleari indotte dal momento angolare. Il capitolo si conclude con una breve panoramica sulle evidenze di deformazioni nucleari nella regione di massa $A=60$, di interesse in questo lavoro di tesi, e con la descrizione del codice Monte Carlo LILITA_N21 utilizzato per le simulazioni sulla base del modello statistico. Nel terzo e ultimo capitolo viene presentata l'analisi effettuata nel lavoro di tesi degli spettri di energia delle particelle alfa emesse dal nucleo composto ^{60}Ni . Viene dapprima descritto il precedente lavoro del 1988 [1], per poi passare al confronto effettuato in questo lavoro di tesi tra gli spettri misurati dalla Ref. [1] e le due simulazioni con il codice LILITA_N21, e alla discussione dei risultati. Fanno seguito il riassunto e le conclusioni.

Capitolo 1

Emissione evaporativa dal nucleo composto

Le reazioni nucleari indotte da ioni pesanti ($A \geq 4$) a bassa energia ($E < 10 \text{ MeV/A}$) sono caratterizzate:

- da un elevato momento angolare orbitale, portato dal proiettile, che fa sì che si abbia una popolazione di stati dei nuclei coinvolti con elevato spin;
- dalla distribuzione, durante la collisione, dell'energia disponibile nel centro di massa fra molti nucleoni, del proiettile e del bersaglio, che aumenta la probabilità di formazione di nuclei composti. Questi ultimi sono caratterizzati da elevate energie di eccitazione ed elevati momenti angolari;
- dalla possibilità che si verifichino processi profondamente anelastici, diversamente da quanto avviene con fasci di ioni leggeri;
- dalla possibilità di trattare in maniera semi-classica la traiettoria dello ione proiettile, dato che la lunghezza d'onda di De Broglie λ associata al moto relativo è piccola rispetto alle dimensioni dei nuclei considerati;
- dalla presenza di reazioni di fissione, a seguito degli elevati momenti angolari coinvolti nella reazione e degli elevati numeri atomici dei nuclei coinvolti.

Queste reazioni possono essere classificate sulla base di una trattazione classica riferendosi al concetto di parametro d'urto.

1.1 Classificazione delle reazioni indotte da ioni pesanti a bassa energia

Il parametro d'urto b è una grandezza fondamentale per la classificazione delle reazioni indotte da ioni pesanti. Grazie ad esso possiamo schematizzare le reazioni nel modo seguente:

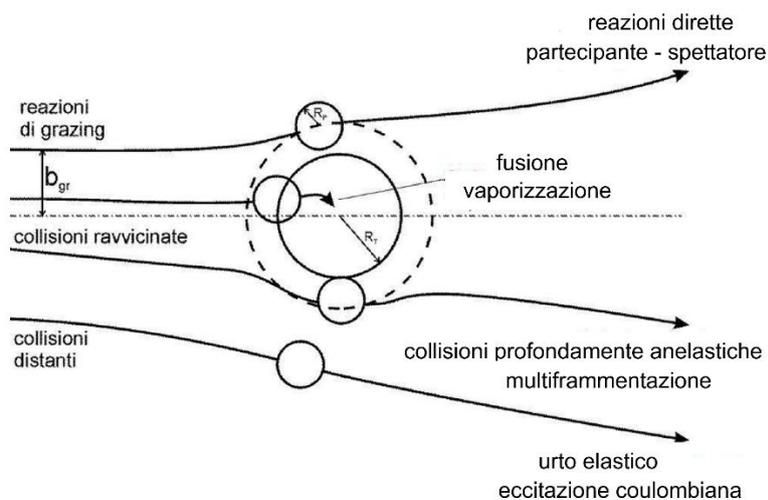


Figura 1: Meccanismi di reazione in funzione del parametro d'urto b

Per $b < b_F$ si hanno le collisioni centrali, nelle quali i nuclei interagenti sono abbastanza vicini da innescare il processo di fusione completa e la formazione di un nucleo composto. In esse l'energia cinetica relativa del sistema è completamente dissipata e utilizzata nella formazione del sistema composto, venendo distribuita fra tutti i nucleoni del proiettile e del bersaglio. Il nucleo composto è caratterizzato da elevate temperature, dell'ordine del MeV.

Per $b_F < b < b_{DIC}$ hanno luogo le collisioni ravvicinate, nelle quali è possibile la formazione di un complesso dinucleare, che però non porta alla formazione di un nucleo composto. Queste reazioni prevedono un'elevata dissipazione di energia cinetica del moto relativo e il complesso dinucleare formatosi possiede un elevato momento angolare, ragion per cui tende a dividersi in due nuclei non molto dissimili dal nucleo proiettile e dal nucleo bersaglio, detti quasi-proiettile e quasi-bersaglio. I prodotti di questa reazione si diseccitano per emissioni gamma e di particelle leggere.

Per $b_{DIC} < b < b_{gr}$ si hanno le collisioni di grazing (collisioni radenti), con b_{gr} parametro d'urto di grazing che ci indica la distanza per la quale le forze nucleari iniziano ad entrare in competizione con quelle coulombiane. I processi che possono verificarsi in questo caso è lo scambio di uno o più nucleoni (fenomeno di trasferimento), oppure può verificarsi lo scattering anelastico. Tali reazioni comportano una piccola perdita di energia cinetica del moto relativo e per questa ragione prendono il nome di reazioni quasi-elastiche. Si può infine avere lo scattering elastico, in assenza di perdita di energia del moto relativo

Quando $b > b_{gr}$ abbiamo a che fare con le collisioni distanti, nelle quali i due nuclei interagiscono solo per mezzo del campo coulombiano e si verifica pertanto lo scattering di Rutherford e il processo di eccitazione coulombiana.

Finora abbiamo eseguito una descrizione degli urti caratterizzandoli attraverso il parametro d'urto b , tuttavia è possibile svolgere una descrizione analoga utilizzando il momento angolare orbitale, il quale in questo caso si potrà esprimere in modulo, classicamente, tramite la relazione:

$$l = b\mu v \quad (1.1)$$

Dove $\mu = \frac{m_p m_b}{m_p + m_b}$ è la massa ridotta del sistema, con m_p massa del proiettile e m_b massa del bersaglio, e v è la velocità relativa.

Altro elemento essenziale per la descrizione attraverso il momento angolare è la distribuzione di probabilità che questa quantità assume. Si dimostra che la sezione d'urto di reazione in funzione del momento angolare può essere espressa tramite la seguente relazione: $\frac{d\sigma_R}{dl} = \frac{2\pi}{k^2} (l + 1) \sim \frac{2\pi}{k^2} l$. Questa funzione ha un andamento lineare, per cui ci si riferisce ad essa con il nome di distribuzione triangolare del momento angolare orbitale.

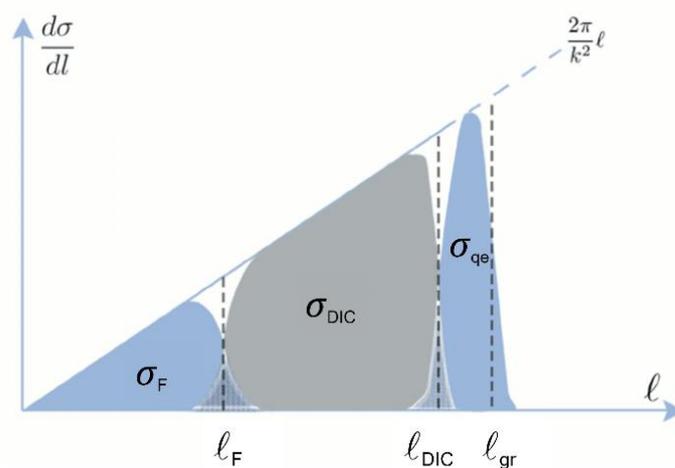


Figura 2: Distribuzione triangolare del momento angolare orbitale

In Figura 2 le linee tratteggiate verticali evidenziano l'approssimazione di taglio netto tra i vari meccanismi di reazione, mentre le linee continue rappresentano il taglio morbido. In particolare, noi utilizzeremo la prima: in questa ipotesi, indicando con l_F il massimo momento angolare per cui avvengono le reazioni di fusione, l'area individuata dal triangolo di base l_F e altezza $\frac{2\pi}{k^2} l_F$ fornisce la sezione d'urto di fusione. Pertanto sono possibili reazioni di fusione quando il momento angolare soddisfa la seguente relazione: $0 < l < l_F$.

Se $l_F < l < l_{DIC}$, abbiamo le reazioni profondamente anelastiche (DIC 'Deep Inelastic Collisions'). Se $l_{DIC} < l < l_{gr}$ hanno luogo le reazioni di grazing.

A seguito della fusione del proiettile con il bersaglio, che avviene con un momento angolare orbitale compreso tra 0 ed l_F si ha la formazione di un nucleo composto ad elevata energia di eccitazione e momento angolare. Successivamente il nucleo composto decadrà per emissione evaporativa di particelle leggere (n, p, e α) ed emissioni γ , nonché attraverso il processo di fissione nella regione di elevati momenti angolari. Il momento angolare massimo per la fusione l_F può essere ottenuto sulla base di misure della sezione d'urto di fusione, essendo quest'ultima data da:

$$\sigma_F = \frac{\pi}{k^2} (l_F + 1)^2 \quad (1.2)$$

In mancanza di misure di sezioni d'urto, il momento l_F può essere calcolato sulla base di modelli nucleari. Uno di questi è il modello della 'sparizione della tasca'. In quest'ultimo viene utilizzato un potenziale fenomenologico di interazione proiettile-bersaglio, dato da:

$$V(r) = V_N + V_C + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} \quad (1.3)$$

dove i tre termini rappresentano rispettivamente il potenziale nucleare, coulombiano e centrifugo. All'aumentare del momento angolare l , come mostrato in figura 3, il minimo del potenziale va riducendosi fino a sparire del tutto. Quest'ultima configurazione corrisponde al massimo momento angolare per la fusione, in quanto, l'assenza del minimo, non permette più l'intrappolamento del proiettile e del bersaglio per la susseguente fusione.

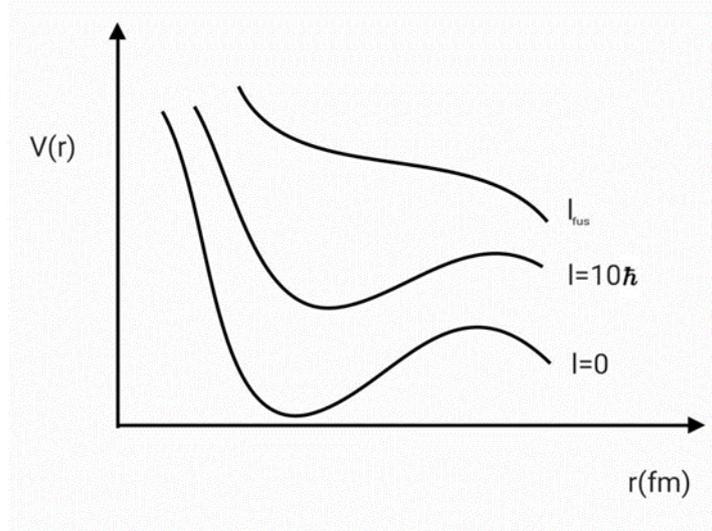


Figura 3: Tipico andamento del potenziale fenomenologico di interazione tra il proiettile e il bersaglio in funzione della distanza tra i loro centri, per diversi valori del momento angolare orbitale. Per dettagli vedi il testo.

1.2 Formazione e decadimento del nucleo composto

I principali parametri caratterizzanti il nucleo composto sono: energia di eccitazione E_0 e momento angolare totale \vec{J}_0 , dove \vec{J}_0 è la somma vettoriale del momento angolare orbitale \vec{l} del moto relativo e dello spin del nucleo coinvolto. In genere lo spin risulta essere trascurabile rispetto ad \vec{l} , pertanto possiamo porre in modulo $J_0 = l$. L'energia di eccitazione E_0 è data da:

$$E_0 = E_{cm} + Q \quad (1.4)$$

dove E_{cm} è l'energia nel sistema di riferimento del centro di massa, mentre $Q = m_p c^2 + m_b c^2 - m_{n.c.} c^2$, dove con m_p, m_b e $m_{n.c.}$ si sono indicate le masse del proiettile, del bersaglio e del nucleo composto. Dei due meccanismi del nucleo composto, l'evaporazione di particelle leggere e la fissione, noi ci occuperemo del primo, poiché il nucleo oggetto di studio (^{60}Ni) in questo lavoro di tesi presenta una probabilità di fissione trascurabile, non essendo un nucleo pesante.

Il momento angolare totale trasferito al nucleo composto fa sì che l'energia di eccitazione E_0 si ripartisca secondo la relazione:

$$E_0 = E_{rot} + E_{th} \quad (1.5)$$

dove

$$E_{rot} = \frac{J_0^2 \hbar^2}{2\mathfrak{I}} = \frac{J_0 (J_0 + 1) \hbar^2}{2\mathfrak{I}} \quad (1.6)$$

è l'energia rotazionale, con $\mathfrak{I} = \frac{2}{5} M R^2$ momento di inerzia del nucleo, considerato come una sfera rigida, dove M e R sono rispettivamente la massa e il raggio del nucleo composto. E_{th} è l'energia termica legata al moto disordinato dei nucleoni. Sulla base di sistematiche, considerare il nucleo composto come una sfera rigida ruotante, rappresenta una buona approssimazione.

Un modo per rappresentare il decadimento del nucleo composto è costituito dal piano: energia di eccitazione-momento angolare $E - J$, detto piano Yrast. I punti (J, E_{rot}) individuano una linea, detta *linea Yrast* (termine di origine scandinava che vuol dire rotazione veloce), al di sotto della quale non esistono stati per il nucleo composto, in quanto si avrebbe $E < E_{rot}$, che andrebbe in contrasto con $E = E_{rot} + E_{th}$.

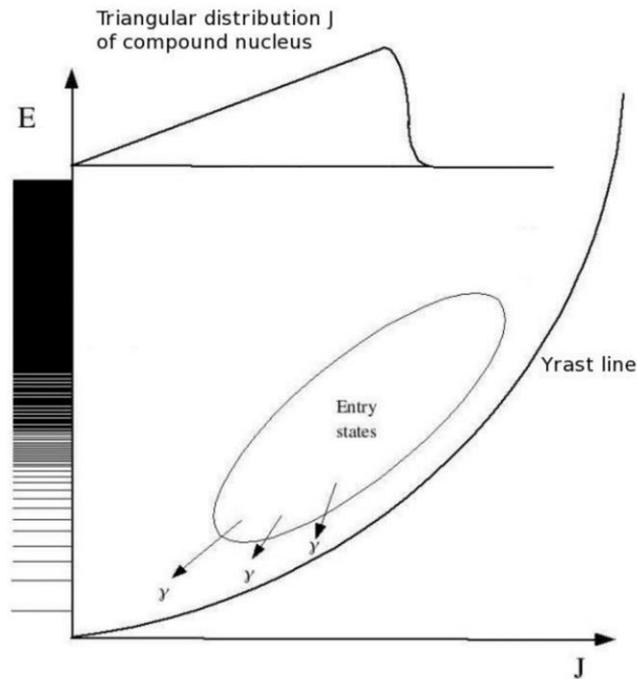


Figura 4: Piano Yrast del decadimento del nucleo composto

In figura è anche mostrata in alto la distribuzione triangolare del momento angolare nel canale di ingresso e a sinistra la densità di livelli $\rho(E)$ del nucleo composto. Quest'ultimo si trova inizialmente in uno stato eccitato (E_0, J_0) nella regione del continuo. Ad elevate energie di eccitazione l'emissione elettromagnetica (emissione di radiazione γ) è sfavorita rispetto all'emissione di particelle leggere (n, p e α). Il nucleo composto, in seguito alla prima emissione di particelle di tipo i (n, p, α), si troverà nello stato finale (E_f, J_f) tale che:

$$E_f = E_0 - E_s - \varepsilon_i \quad (1.7)$$

e

$$\vec{J}_f = \vec{J}_0 - \vec{l}_i \quad (1.8)$$

dove E_s è l'energia di separazione della particella emessa e ε_i è l'energia del sistema particella-nucleo residuo nel riferimento del centro di massa.

Il processo continua con ulteriori emissioni fino a quando l'energia di eccitazione del nucleo residuo è inferiore al minimo necessario per l'emissione di una particella. A questo punto il nucleo residuo finale, detto residuo di evaporazione, è formato con una propria identità (Z_{ER}, A_{ER}) , ma si trova ancora in uno stato eccitato nella zona del continuo con energia rotazionale. Tali stati prendono il

nome di *entry states* e sono caratterizzati dal decadimento per emissione di radiazione γ . Quest'ultima avviene prima nella zona del continuo dello spettro energetico, poi in quella discreta per valori dell'energia di eccitazione vicini alla linea Yrast. Per quanto riguarda l'emissione di particelle, si può dire che essa è il risultato di un processo competitivo tra le varie particelle. Come vedremo nel prossimo capitolo, il metodo di studio è basato sul modello statistico. Un esempio di reazione di fusione-evaporazione è l'oggetto di studio del presente lavoro di tesi, in cui il nucleo composto ^{60}Ni si forma all'energia di eccitazione $E_x=75$ MeV in seguito alla collisione tra i nuclei ^{30}Si e ^{30}Si ad energia del proiettile $E_{\text{lab}}=120$ MeV e con momento angolare massimo per la fusione $l_F=38 \hbar$, quest'ultimo determinato sulla base di misure di sezioni d'urto di fusione [5] :



Per dare un'idea delle elevate energie rotazionali coinvolte per questo nucleo, riportiamo il valore che quest'ultima assume per $l_F=38 \hbar$:

$$E_{\text{rot}} = \frac{J_0 (J_0 + 1) \hbar^2}{2\mathfrak{I}} = 58.5 \text{ MeV} \quad (1.10)$$

Pertanto, per questo valore del momento angolare, l'energia termica acquisita dal nucleo composto è pari a:

$$E_{\text{th}} = E_0 - E_{\text{rot}} = 16.5 \text{ MeV} \quad (1.11)$$

Il decadimento del nucleo composto, in questo caso ^{60}Ni , è un processo che avviene con tempi lunghi in cui si ha la successiva emissione di più particelle (n, p e α) fino all'emissione di radiazione γ una volta raggiunti gli *entry states*. Esistono codici che simulano le intere cascate evaporative, quindi la "storia" del decadimento del nucleo composto. Questi codici prendono il nome di codici a multi-step. Tra questi c'è il codice LILITA_N21, che useremo in questo lavoro di tesi.

Capitolo 2

Il modello statistico

Il modello statistico è il modello più indicato per studiare la diseccitazione di un nucleo composto.

La descrizione di una reazione nucleare in termini di decadimento di un sistema all'equilibrio avente un tempo di vita media relativamente lungo e per il quale si possa trascurare ogni dipendenza tra il canale di formazione e quello di diseccitazione, è detta modello statistico.

Il modello statistico permette di fare previsioni quantitative sia sulle modalità di diseccitazione del sistema composto che sugli spettri di energia e sulle distribuzioni angolari delle particelle emesse.

Le due ipotesi principali alla base del modello sono:

- il principio di indipendenza di Bohr
- il principio del bilancio dettagliato

Il primo asserisce l'indipendenza, dal punto di vista statistico, tra il canale di ingresso e il decadimento secondo un determinato canale d'uscita. Per il principio del bilancio dettagliato deve valere la seguente relazione:

$$\rho_a W_{a \rightarrow b} = \rho_b W_{b \rightarrow a}^* \quad (2.1)$$

dove ρ_a e ρ_b sono rispettivamente le densità degli stati a e b del sistema, $W_{a \rightarrow b}$ indica la probabilità di transizione del sistema da uno stato a ad uno stato b , mentre $W_{b \rightarrow a}^*$ rappresenta la probabilità di transizione "time reversed", dallo stato b allo stato a , in cui tutte le velocità e tutti i momenti angolari orbitali hanno cambiato segno.

2.1 Probabilità di emissione del nucleo composto

Partendo da questi principi è possibile dimostrare che la probabilità che un nucleo composto avente energia di eccitazione E_0 e momento angolare totale J_0 emetta una particella i di momento angolare orbitale l_i ed energia ε_i , producendo un nucleo residuo avente energia E_1 e momento angolare J_1 è data da:

$$P_i(E_0, J_0; \varepsilon_i, l_i, E_1, J_1) \propto \rho(E_1, J_1) T_{l_i}(\varepsilon_i) \quad (2.2)$$

dove abbiamo indicato con $\rho(E_1, J_1)$ la densità di stati del nucleo residuo e con T_{l_i} il coefficiente di trasmissione del processo inverso, cioè la probabilità che la particella prodotta fonda con il nucleo residuo. Per ottenere la probabilità P_{tot} che avvenga il fenomeno di emissione da parte di un nucleo eccitato, occorre tener conto di tutte le configurazioni possibili del sistema e sommare la P_i sull'intero spazio delle configurazioni. Avremo quindi:

$$P_{tot} = \sum_{i(n,p,\alpha,\gamma)} \left[\sum_{l_i} \sum_{J_1=J_0-l_i}^{J_0+l_i} \left(\int_0^\infty P_i(E_0, J_0; \varepsilon_i, l_i, E_1, J_1) d\varepsilon_i \right) \right] \quad (2.3)$$

dove la seconda e la terza sommatoria viene eseguita su tutte le coppie (J_1, l_i) , la cui somma sia J_0 in accordo con il principio di conservazione del momento angolare. Dalla 2.2 possiamo capire come la probabilità di emissione sia strettamente legata alla densità dei livelli del nucleo residuo e dal coefficiente di trasmissione del processo inverso.

2.1.1 Densità dei livelli

Un modo per valutare la densità dei livelli consiste nel considerare tutti i possibili stati di particella singola di un sistema di nucleoni tali da poter determinare uno stato “globale” che abbia energia compresa nell’intervallo $(E, E + dE)$. In questo modo si ha a che fare con un problema di natura combinatoria all’interno del quale la fisica entra in gioco solo quando vanno specificati gli stati di singola particella, se supponiamo i nucleoni non interagenti, oppure nella caratterizzazione dell’interazione residua se consideriamo i nucleoni interagenti. Tuttavia un calcolo combinatorio è impraticabile ad alte energie di eccitazione, per cui si ricorre alla meccanica statistica.

In quest’ambito, il modello nucleare che vogliamo usare per determinare la densità dei livelli è quello del gas di Fermi, nel quale consideriamo i nucleoni (fermioni) che compongono il nucleo, come un gas ideale di A particelle non interagenti confinate in un volume nucleare fissato:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (2.4)$$

dove $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$. Avremo quindi a che fare con un sistema di A particelle indipendenti che si muovono in una buca di potenziale sferica quadrata infinita.

Tale ‘ contenitore sferico ’ è generato dalla media del potenziale di interazione di tutti i nucleoni del sistema. Ipotizziamo inoltre che tutti i livelli energetici di particella singola siano equidistanti. In queste ipotesi è possibile ricavare, sulla base della meccanica quantistica, la densità dei livelli del gas di Fermi:

$$\rho(E) = \frac{\sqrt{\pi} e^{2\sqrt{aE_x}}}{12 E_x^{\frac{5}{4}} a^{\frac{1}{4}}} \quad (2.5)$$

dove E_x è l’energia di eccitazione del nucleo, $a = \frac{\pi^2 g(\varepsilon_F)}{6}$ è detto parametro di densità dei livelli e $g(\varepsilon_F)$ è la densità dei livelli di singola particella valutata all’energia di Fermi $\varepsilon_F \cong 40 \text{ MeV}$. Essa rappresenta quel valore limite dell’energia oltre il quale, allo zero assoluto, tutti i livelli sono vuoti, mentre al di sotto di essa tutti i livelli sono riempiti. La temperatura nucleare T è ottenuta dalla relazione:

$$\frac{1}{T} = \frac{d \ln(\rho)}{dE} \quad (2.6)$$

da cui abbiamo

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{a}{E_x} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{5}{4E_x} \quad (2.7)$$

che nel limite di alte energie di eccitazione può essere approssimata a:

$$T = \sqrt{\frac{E_x}{a}} \quad (2.8)$$

Dal momento che l'andamento della densità di livelli del modello a gas di Fermi è di tipo esponenziale e il suo argomento dipende da $a \cong \frac{E}{T^2}$, di conseguenza l'argomento dell'esponenziale che governa l'andamento di ω è pari a $2\frac{E}{T}$ e ciò è tipico di un andamento maxwelliano. Inoltre, a basse energie la densità di livelli sperimentale è spesso scritta nella forma:

$$\rho(E) = C e^{\frac{E}{T}} \quad (2.9)$$

dove la temperatura T viene considerata costante.

Generalmente si assume che le densità dei livelli per stati di parità negativa e positiva siano uguali. Esplicitando l'effetto del momento angolare, l'espressione della densità di livelli corrispondente ad un dato momento angolare J ed entrambe le parità $\pm\pi$, è pari a:

$$\rho(E_x, J) = \frac{2J+1}{12} \sqrt{a} \left(\frac{\hbar^2}{2I}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{e^{2\sqrt{aE_x}} e^{-\left(\frac{E_{rot}}{T}\right)}}{E_x^2} \quad (2.10)$$

dove E_{rot} , I e T rappresentano rispettivamente l'energia rotazionale, il momento d'inerzia e la temperatura del sistema. Il parametro della densità dei livelli è legato al numero di massa del nucleo interessato e il suo valore varia da $\frac{A}{6}$ a $\frac{A}{12}$ con l'aumentare dell'energia di eccitazione del nucleo.

2.1.2 Coefficienti di trasmissione

Sulla base del principio del bilancio dettagliato, il coefficiente di trasmissione è direttamente legato alla probabilità che il nucleo residuo assorba la particella emessa. Fra i coefficienti di trasmissione, i più usati sono quelli ricavati dal modello ottico e dalle sistematiche di fusione.

Modello ottico

Alla base del modello ottico, troviamo le espressioni delle sezioni d'urto per processi elastici e di assorbimento

$$\sigma_{el} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |1 - \eta_l|^2 \quad (2.11)$$

$$\sigma_{abs} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - |\eta_l|^2) \quad (2.12)$$

dove $\eta_l = e^{2i\delta_l}$ e δ_l prende il nome di "phase shift". Quest'ultimo è derivato dalla condizione di raccordo della derivata logaritmica della funzione d'onda sulla superficie del nucleo e tiene conto di tutte le informazioni relative al potenziale di interazione. Per valutare il processo di assorbimento dal canale elastico, che dà origine a tutti gli altri processi, nel modello ottico si usa un potenziale complesso, in analogia alla formulazione complessa dei coefficienti di trasmissione e riflessione in ottica.

Tale potenziale è del tipo:

$$V_{opt}(r) = V(r) + iW(r) \quad (2.13)$$

dove la parte complessa contiene un termine di superficie e uno di volume e tiene conto dei processi che avvengono sulla superficie nucleare e all'interno del nucleo, mentre il termine reale tiene conto del canale elastico.

Conoscere il potenziale ottico, che è ricavato tramite il fit di dati di diffusione elastica del sistema di interesse, consente di ottenere il "phase shift" δ_l e di conseguenza il coefficiente di trasmissione per il processo evaporativo, che è dato da:

$$T_l = 1 - |\eta_l|^2 \quad (2.14)$$

Come detto sopra, lo shift di fase e quindi η_l viene ricavato risolvendo l'equazione di Schrödinger e raccordando la derivata logaritmica della funzione d'onda sulla superficie nucleare.

I parametri del potenziale ottico per neutroni, protoni ed alfa sono stati determinati grazie alle numerose misure di diffusione elastica effettuate su un'ampia varietà di nuclei bersaglio.

I parametri che definiscono il potenziale sono espressi in forma analitica in funzione della massa del nucleo residuo e dell'energia della particella prodotta e sono usati nella maggior parte dei codici evaporativi per il calcolo dei coefficienti di trasmissione.

Va sottolineato che nella determinazione dei coefficienti di trasmissione utilizzati nel modello statistico, si assume che la fusione della particella con il nucleo residuo abbia una sezione d'urto pari a quella di assorbimento dal canale elastico. Questa assunzione si basa sull'approssimazione che il processo di assorbimento dominante sia quello della fusione della particella con il nucleo residuo.

Un'altra approssimazione adottata per il calcolo dei coefficienti di trasmissione con il modello ottico consiste nel considerare il nucleo bersaglio nello stato fondamentale, sebbene il processo inverso, l'evaporazione della particella, lo lasci in uno stato eccitato.

Un altro approccio per determinare i coefficienti di trasmissione è quello basato sulle sistematiche di fusione.

Sistematiche di fusione

Il coefficiente di trasmissione ricavato dalle sistematiche di fusione [6] si basa sulla relazione di Hill-Wheeler:

$$T_l(E) = \frac{1}{1 + \exp \left[\frac{2\pi}{\hbar\omega_B} \left(V_C + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R_B^2} - E \right) \right]} \quad (2.15)$$

con

$$\omega_B^2 = \left. \frac{1}{\mu} \frac{d^2}{dr^2} \left(V_C(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \right) \right|_{r=R_B} \quad (2.16)$$

Abbiamo indicato con V_C la barriera coulombiana, con μ la massa ridotta del sistema nucleo residuo-particella emessa e con R_B il raggio del potenziale alla barriera. Il fattore $\frac{\hbar\omega_B}{2\pi}$ indica la curvatura del potenziale alla barriera e modula la capacità di attraversamento di quest'ultima da parte di particelle cariche per effetto tunnel, ovvero per particelle che hanno un'energia al di sotto della barriera. Il fit delle sezioni d'urto di fusione utilizzando un modello di potenziale permette di ricavare i coefficienti di trasmissione secondo l'espressione di Hill Wheeler. In particolare, uno studio sistematico [6] su diverse reazioni ha permesso di ricavare una espressione analitica in funzione di A e Z delle barriere di emissione (di fusione nel processo inverso $V_c=B_{fus}$) per protoni e particelle alfa, da utilizzare nell'espressione di Hill-Wheeler:

per protoni

$$B_{fus} = \frac{1.44(Z - 1)}{1.18(A - 1)^{1/3} + 3.928} \quad (2.17)$$

e per particelle alfa

$$B_{fus} = \frac{2.88(Z - 2)}{1.18(A - 1)^{1/3} + 4.642} \quad (2.18)$$

Dove Z e A sono il numero atomico e il numero di massa del nucleo composto emettente.

Da quanto detto sopra, in particolare dall'espressione 2.2, gli spettri di energia delle particelle evaporate dal nucleo composto, dipendono dalla densità dei livelli e dal coefficiente di trasmissione. Essi hanno un andamento maxwelliano, dove la parte a bassa energia, fino a raggiungere il massimo, è determinato essenzialmente dal coefficiente di trasmissione, mentre la parte ad alta energia, al di là del massimo, riflette la densità dei livelli.

2.2 Modello della goccia di liquido ruotante

Il nucleo atomico, date le sue dimensioni e la natura delle forze a cui è sottoposto, è chiaramente un oggetto quantistico. Tuttavia nei primissimi tentativi di spiegarne il comportamento, i fisici notarono che in prima approssimazione esso aveva un comportamento vicino alla meccanica classica, in particolare a quello di una goccia di liquido.

Questo comportamento deriva dalle proprietà di saturazione delle forze nucleari, che sono a corto range (forza repulsiva a distanza inferiore a 1 fermi, attrattiva intorno a 1,3 fermi e diminuisce esponenzialmente a distanze superiori). La saturazione della forza nucleare fa sì che ogni nucleone sia sensibile solo alla forza di attrazione di alcuni dei suoi immediati vicini, da cui l'osservazione sperimentale che l'energia per estrarre un nucleone da un nucleo, così come la sua densità, siano approssimativamente indipendenti dalle sue dimensioni. La natura a corto range della forza nucleare, unitamente alla caratteristica di saturazione, dà luogo a un fenomeno analogo a quello della tensione superficiale dei liquidi.

Pertanto il nucleo, in determinate condizioni fisiche, presenta caratteristiche simili ad una goccia di liquido ruotante. Il modello, chiamato appunto 'della goccia di liquido ruotante' [7] è divenuto di particolare interesse nello studio delle proprietà del nucleo composto. Tale goccia di liquido se messa in rapida rotazione si deforma a causa della forza centrifuga, acquisendo forme di equilibrio. Nel caso di momenti angolari molto elevati, l'equilibrio del sistema composto diviene instabile, da cui ha luogo la frammentazione in due gocce di dimensioni confrontabili, cioè la fissione nucleare.

In questo modello il nucleo viene considerato un fluido uniformemente carico ruotante. L'energia potenziale effettiva di questo sistema, in funzione dei gradi di libertà che definiscono la forma del nucleo è pari a:

$$E = E_S + E_C + E_R \quad (2.19)$$

dove E_S, E_C e E_R sono rispettivamente l'energia di superficie, l'energia coulombiana e l'energia rotazionale.

In particolare, l'energia di superficie E_S , assimilata alla energia della tensione superficiale del fluido, è uguale all'area del sistema in questione moltiplicata per il coefficiente di energia superficiale γ (γ è definito come l'energia superficiale per unità di area):

$$E_S = \gamma \oint d\sigma \quad (2.20)$$

L'energia coulombiana E_C è la somma delle energie corrispettive alle interazioni tra coppie di elementi di volume d_{τ_1} e d_{τ_2} , interagenti secondo un potenziale inversamente proporzionale alla loro distanza:

$$E_C = \rho^2 \frac{1}{2} \int \frac{d_{\tau_1} d_{\tau_2}}{r_{12}} \quad (2.21)$$

dove ρ è costante ed è uguale alla densità di carica.

L'energia rotazionale è data da:

$$E_R = \frac{L^2}{2\mathfrak{I}} \quad (2.22)$$

dove L è il momento angolare del sistema e \mathfrak{I} il momento di inerzia. Il modello utilizza l'approssimazione di momento di inerzia di un corpo rigido.

Il modello si propone di determinare le configurazioni di equilibrio del sistema, determinando i punti di minimo e di massimo dell'energia potenziale effettiva rispetto a tutti i gradi di libertà del sistema, risolvendo l'equazione $\frac{\partial E}{\partial q_k} = 0$ con $k=1,2,\dots,18$.

Se indichiamo con E_S^0, E_C^0, E_R^0 e E^0 , rispettivamente, l'energia di superficie, quella coulombiana, quella rotazionale e quella totale della configurazione sferica del sistema, allora possiamo scrivere la differenza tra l'energia di deformazione E e l'energia della sfera ruotante E^0 in unità di energia superficiale E_S^0 della sfera nella seguente formulazione adimensionale:

$$\xi \equiv \frac{E - E^0}{E_S^0} = \frac{E_S - E_S^0 + E_C - E_C^0 + E_R - E_R^0}{E_S^0} \quad (2.23)$$

la quale può essere parametrizzata:

$$\xi = (B_S - 1) + 2x(B_C - 1) + y(B_R - 1) \quad (2.24)$$

dove:

$$B_S \equiv \frac{E_S}{E_S^0}; \quad E_S^0 = 4\pi R^2 \gamma$$

$$B_C \equiv \frac{E_C}{E_C^0}; \quad E_C^0 = \frac{3}{5} \frac{Q^2}{R}$$

$$B_R \equiv \frac{E_R}{E_R^0}; \quad E_R^0 = \frac{L^2}{2\mathfrak{I}_0}$$

B_S è una funzione adimensionale che indica il rapporto tra l'energia superficiale della goccia rispetto a quella della goccia sferica. Allo stesso modo B_C e B_R sono funzionali adimensionali che si riferiscono al rapporto tra l'energia elettrostatica e rotazionale rispetto ai loro valori per la conformazione sferica. I parametri adimensionali x e y definiti da : $x \equiv \frac{E_C^0}{E_S^0}$; $y \equiv \frac{E_R^0}{E_S^0}$, specificano i rapporti tra l'energia coulombiana e quella rotazionale della sfera rispetto all'energia superficiale della stessa. In particolare y ci fornisce la competizione tra la forza centrifuga, che tende a rompere la geometria sferica, e le forze coesive della tensione superficiale, che rappresentano le forze nucleari. Analogamente, il parametro x , detto parametro di fissilità, rappresenta la competizione tra la forza di repulsione coulombiana che tende a far fissionare il nucleo e le forze coesive di tensione superficiale.

L'equazione 2.24 ci permette di semplificare lo studio del modello della goccia di liquido ruotante, considerando ξ come funzione di x e y con $0 \leq x \leq 1$ e $y \geq 0$. Il valore $x=1$ è il limite oltre il quale una goccia di liquido si disintegra. Al variare di uno solo di essi, si generano serie di configurazioni di equilibrio, che corrispondono ai minimi (equilibrio stabile) e ai massimi dell'energia potenziale (equilibrio instabile, chiamata anche configurazione di punto sella). In Fig.5 dalla Ref. [7] sono mostrate le forme di equilibrio stabile e di punto sella per diversi valori dei parametri x e y .

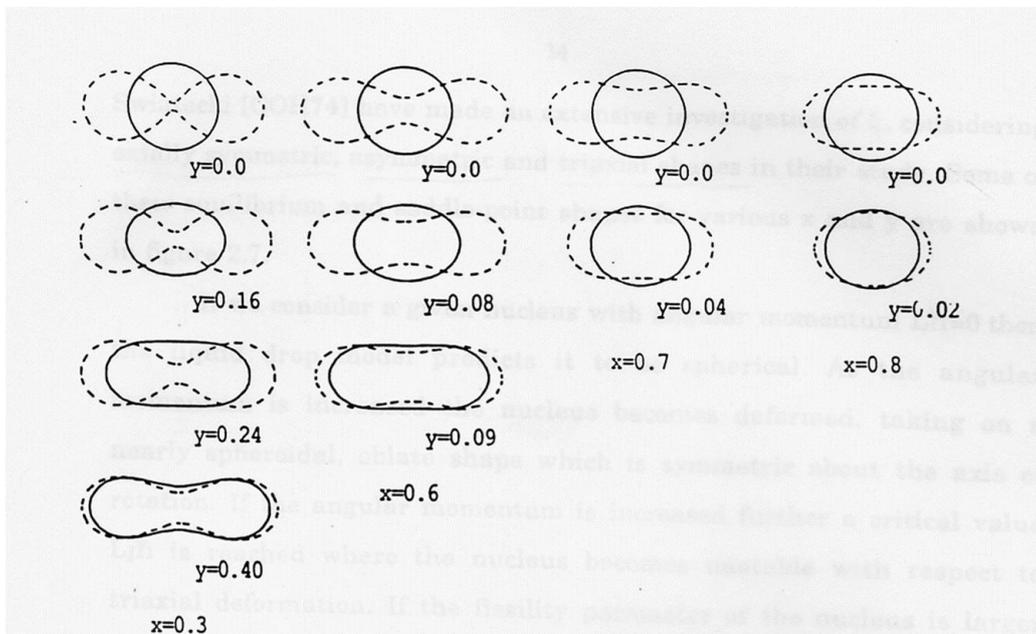


Figura 5: Forme di equilibrio (linea continua) e punto di sella (linea tratteggiata) per diversi valori di x e y . (Fig. da Ref.[7])

2.3 Evidenze di deformazioni nucleari

Esistono numerose evidenze sperimentali che un nucleo composto eccitato con elevato momento angolare è deformato a causa della rapida rotazione. Tali evidenze si basano principalmente sul confronto degli spettri di energia e le distribuzioni angolari misurate per le particelle cariche leggere emesse dal nucleo composto con le previsioni del modello statistico. Gli effetti della deformazione nucleare comportano:

1. un aumento del momento di inerzia rispetto all'asse di rotazione, che si traduce in una diminuzione della velocità angolare del nucleo con conseguente riduzione dell'anisotropia nella distribuzione angolare.
2. un abbassamento della barriera media di emissione rispetto al caso sferico dovuta alla deformazione della distribuzione di carica.

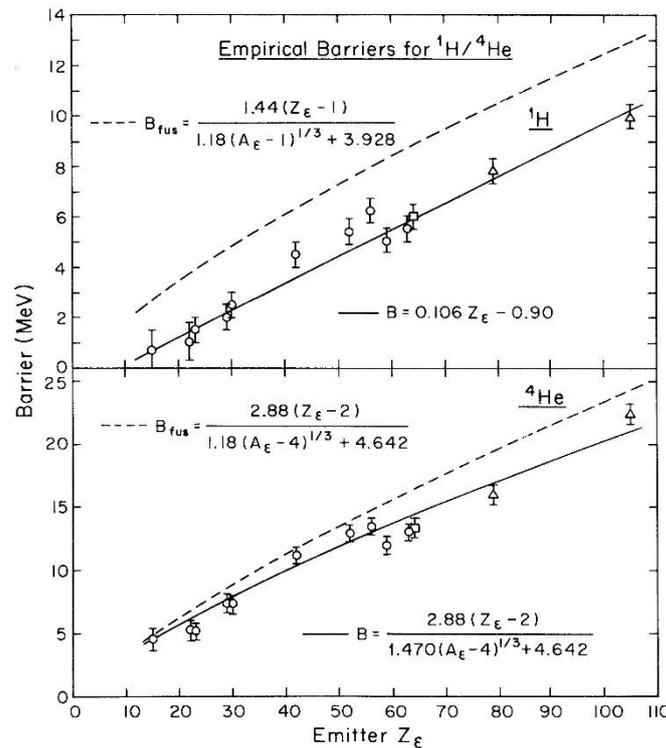


Figure 6: Barriere di emissione misurate per i protoni e le particelle α in funzione del numero atomico del nucleo composto emettente. La linea continua rappresenta il best fit ai dati e la linea tratteggiata rappresenta le barriere derivate dalle sistematiche di fusione (Fig. da Ref [8]).

Sulla base del modello statistico tali effetti influenzano la forma degli spettri. Infatti, un aumento del momento di inerzia del nucleo produce una riduzione, rispetto al caso sferico, della larghezza dello spettro mentre la diminuzione della barriera media di emissione produce una riduzione dell'energia media e quindi uno spostamento degli spettri a più bassa energia. Forti deformazioni sono state osservate nel lavoro di sistematica di W. Parker et al. [8]. In quest'ultimo, l'analisi delle forme spettrali dei protoni e delle particelle alfa emesse da nuclei composti in un ampio intervallo di massa, indicano forti riduzioni delle barriere di emissione rispetto a quelle attese sulla base delle sistematiche di fusione. Gli autori forniscono delle espressioni analitiche per le barriere ridotte di emissione in funzione di A e Z, che permettono di riprodurre le forme spettrali dei protoni e delle particelle alfa. Esse sono mostrate in funzione del numero atomico Z del nucleo composto emettente nella Fig.6 (linea continua) presa dalla Ref. [8], insieme con i punti sperimentali. La linea tratteggiata rappresenta le barriere estratte dalle sistematiche di fusione [6], che risultano notevolmente maggiori di quelle richieste dai dati sperimentali.

Forti riduzioni nelle barriere di emissione sono state osservate ad esempio nel sistema $^{40}\text{Ar}+^{27}\text{Al}$ [9] ad energia del fascio $E_{\text{lab}}=190$ MeV, che porta alla formazione del nucleo composto ^{67}Ga all'energia di eccitazione $E_x=91$ MeV. In figura 7 sono riportati gli spettri misurati per questo sistema per protoni e particelle alfa dalla Ref. [9], confrontati con un calcolo per nuclei sferici (linea tratteggiata) e nuclei deformati (linea piena). Si osserva che mentre gli spettri delle particelle alfa possono essere riprodotti assumendo barriere ridotte, corrispondenti ad una deformazione con rapporto di assi $b/a=2.4$, la stessa deformazione non riproduce gli spettri di protoni, che richiedono barriere molto più basse. Il quadro che emerge da questo lavoro è l'incompatibilità dei risultati con un quadro realistico di deformazioni nucleari. Questi risultati indicano la necessità di introdurre nuova fisica nel modello statistico, oltre la deformazione, nella descrizione del decadimento del nucleo composto.

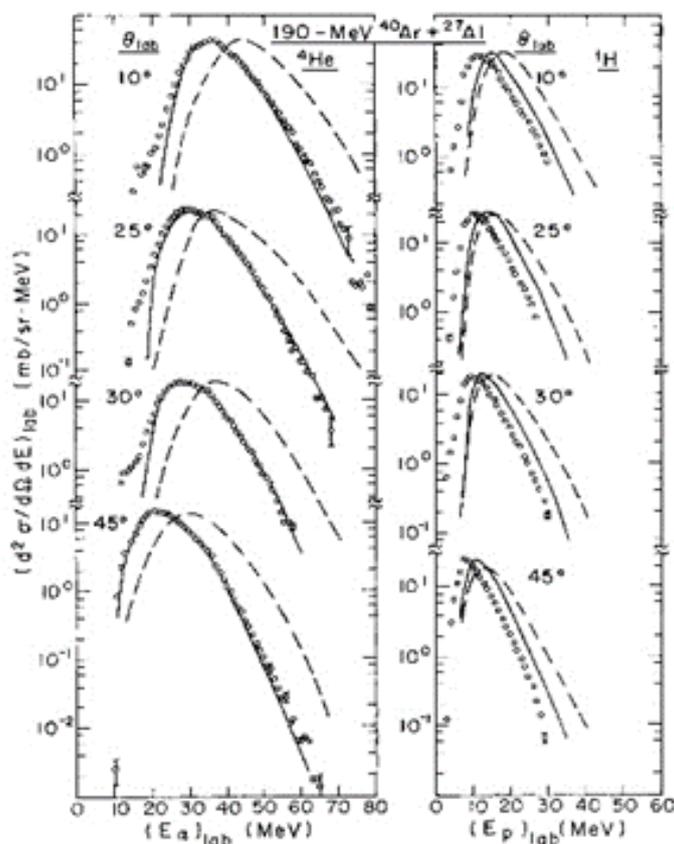


Figure 7: Spettri di energia di particelle α e protoni misurati (pallini) per il sistema $190\text{MeV } ^{40}\text{Ar}+^{27}\text{Al}$ a diversi angoli del laboratorio, confrontati con un calcolo per nuclei sferici (trattini) e per nuclei deformati (tratto pieno). (Fig. da Re. [9])

Deformazioni molto maggiori di quelle previste dal modello della goccia di liquido ruotante sono state osservate più di recente [10] per il sistema 91.72 MeV $^{24}\text{Mg} + ^{24}\text{Mg}$ che porta alla formazione del nucleo composto ^{48}Cr a $E_x=60$ MeV. Per questo sistema sono stati misurati gli spettri di energia delle particelle alfa, nonché le molteplicità e le correlazioni doppie e triple di queste particelle; l'analisi è stata effettuata con il codice LILITA_N11, una versione precedente del codice LILITA_N21 utilizzata in questo lavoro di tesi.

Nel sistema 120 MeV $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$, già studiato in Ref. [1] e oggetto di studio in questo lavoro di tesi, sono stati ottenuti risultati simili a quelli riportati sopra. In particolare, l'analisi delle forme spettrali delle particelle alfa indica forti riduzioni delle barriere di emissione di particelle alfa dal nucleo composto ^{60}Ni , formato all'energia di eccitazione $E_x=75$ MeV e momento massimo per la fusione

$J_{\text{fus}}=38$ h. Nel lavoro presentato in Ref.[1], di cui parleremo più in dettaglio nel Cap.3, gli spettri misurati per le particelle alfa sono stati confrontati con le previsioni del modello statistico. In particolare, gli autori hanno effettuato calcoli con il codice singolo-step equivalente GANES utilizzando coefficienti di trasmissione derivati da sistematiche di fusione, e valori medi per lo step equivalente derivati dal codice LILITA. All'evidenza di deformazione, legata alla riduzione della barriera di emissione, si accompagna un risultato inatteso, in quanto, le deformazioni osservate risultano molto maggiori di quelle che ci si aspetta sulla base del modello della goccia di liquido ruotante. Anche in questo caso si fa riferimento alla necessità di introdurre nuova fisica nel modello statistico.

Il lavoro di tesi si inquadra in questo studio, e si propone di approfondire l'analisi del sistema $^{30}\text{Si}+^{30}\text{Si}$, ai fini di raccogliere maggiori informazioni sull'origine delle forti differenze tra gli spettri alfa misurati e le previsioni del modello statistico. In questa ottica, il sistema è stato rianalizzato, utilizzando un diverso approccio nei calcoli di modello. In particolare, è stato utilizzato direttamente il codice multi-step, LILITA_N21, e due opzioni per i coefficienti di trasmissione: i) derivati sulla base del modello ottico e ii) basati sull'espressione di Hill Wheeler con barriere ridotte fornite in Ref. [7], per simulare gli effetti della deformazione.

2.4 Il codice LILITA_N21

Esistono diversi programmi che simulano il processo evaporativo di un nucleo composto formatosi a seguito di una reazione indotta da fasci di ioni pesanti incidenti su un bersaglio fisso.

Essi si dividono in due categorie:

- codici multi-step: i quali simulano l'intera cascata evaporativa
- codici single-step: i quali simulano il decadimento di un nucleo composto riducendo la cascata evaporativa ad una singola emissione di particella che rappresenta la media su tutto il processo.

Il codice evaporativo da noi utilizzato è il codice LILITA, che usa l'approccio multi-step, realizzato per simulare il processo di emissione di particelle leggere da parte di un nucleo composto. Esso si basa sul modello statistico e utilizza la tecnica Monte Carlo.

Il codice LILITA è stato scritto usando il linguaggio GFortran originariamente da Jorge Gomez del Campo nel 1981 [4], la versione attuale LILITA_N21 [3] include numerose implementazioni che permettono diverse opzioni per quanto riguarda i coefficienti di trasmissione e la densità dei livelli. Tra le varie previsioni teoriche, esso permette in particolare il calcolo degli spettri energetici e delle distribuzioni angolari delle particelle leggere, nonché dei residui di evaporazione che vengono prodotti nelle reazioni di fusione-evaporazione.

Per eseguire il codice LILITA_N21 occorre specificare alcuni parametri che caratterizzano la reazione che porta alla formazione del nucleo composto del quale vogliamo simulare il decadimento. I principali parametri sono: numero di massa e la carica del proiettile e del bersaglio, l'energia del nucleo proiettile nel sistema di laboratorio, l'energia di eccitazione ed il massimo momento angolare del nucleo composto formato, il parametro a della densità dei livelli, la sezione d'urto di fusione e il numero di eventi che si vuole simulare.

Dati i parametri, il codice è in grado di calcolare ad ogni step della cascata evaporativa la massa, la carica, l'energia di eccitazione ed il momento angolare del nucleo residuo, ovvero le quantità A , Z , E e J . Il codice considera ogni step del decadimento del nucleo, nel senso che esso aggiunge un passaggio successivo alla cascata se il nucleo residuo ha ancora energia a sufficienza per emettere

una particella. Al k-esimo passo il codice calcolerà A_k, Z_k, E_k, \vec{J}_k (con $k= 1,2,\dots,n$) del nucleo figlio seguendo il passaggio dallo stato k-1 allo stato k, dovuto all'emissione della k-esima particella.

A_k e Z_k dipendono dal tipo di particella emessa i_k , mentre E_k e \vec{J}_k dipendono dall'energia cinetica ϵ_k e dal momento angolare orbitale l_k della particella emessa secondo le relazioni:

$$E_{k-1} = E_k + E_{sep}^{i_k} + \epsilon_{i_k} \quad (2.25)$$

$$\vec{J}_{k-1} = \vec{J}_k + \vec{l}_k \quad (2.26)$$

Il passaggio dallo stato k-1 allo stato k è regolato dalla probabilità di emissione $P_i(E_{k-1}, J_{k-1}(\epsilon_i, l_i), E_k, J_k)$ di una particella i_k con momento angolare orbitale l_k ed energia ϵ_k da parte di un nucleo caratterizzato da energia e momento angolare iniziali E_{k-1} e \vec{J}_{k-1} . Tale probabilità è data dalla relazione (2.2).

Il codice LILITA_N21 calcola a partire dall'espressione (2.2) le quantità A_k, Z_k, E_k e \vec{J}_k che individuano lo step k-esimo della cascata evaporativa, per ogni k, partendo dallo stato iniziale del nucleo nel quale $k=0$, ovvero A_0, Z_0, E_0 e \vec{J}_0 . Le quantità A_0, Z_0, E_0 sono forniti al codice come dati di ingresso, mentre la direzione ed il modulo del momento angolare \vec{J}_0 sono generati in maniera casuale utilizzando il metodo Monte Carlo; la direzione viene generata uniformemente nel piano ortogonale al fascio, mentre il modulo di \vec{J}_0 segue la distribuzione triangolare mostrata nel capitolo 1.

Nell'uso del codice LILITA_N21 occorre anche specificare le opzioni che si vogliono utilizzare, tra le più significative per il nostro studio vi sono quelle relative ai coefficienti di trasmissione. In particolare, nel codice possiamo scegliere se utilizzare coefficienti di trasmissione ricavati dal modello ottico oppure basati sulla espressione di Hill-Wheeler con barriere di emissione ricavate dalle sistematiche di fusione [6], oppure barriere ridotte dalla Ref.[8].

Tra i codici che utilizzano l'approccio single-step equivalente va citato GANES, che è stato ampiamente utilizzato per l'analisi di molti sistemi. Anch'esso utilizza la tecnica Monte Carlo, e simula la diseccitazione del nucleo composto assumendo una densità dei livelli tipo Gas di Fermi e coefficienti di trasmissione basati sulla espressione di Hill-Wheeler, con barriere di emissione determinate dalle sistematiche di cui al paragrafo 2.1.

Capitolo 3

Studio dell'emissione evaporativa di particelle α del nucleo composto ^{60}Ni a $E_x = 75 \text{ MeV}$

3.1 Studi precedenti sul sistema $^{30}\text{Si}+^{30}\text{Si}$ a $E_{\text{lab}}=120 \text{ MeV}$

Come illustrato nei capitoli precedenti, l'analisi di diversi sistemi, in particolare nella regione di massa $A=60$, sulla base del modello statistico indica da un lato forti deformazioni del sistema composto, ma al contempo segnala dei limiti del modello stesso nel riprodurre i dati, che richiedono deformazioni non realistiche.

Un sistema per il quale sono state osservate forti deviazioni tra le previsioni del modello statistico e gli spettri di energia misurati per le particelle α , è il sistema $^{30}\text{Si}+^{30}\text{Si}$ ad energia del proiettile $E_{\text{lab}}=120\text{MeV}$. Quest'ultimo porta alla formazione del nucleo composto ^{60}Ni alla energia di eccitazione $E_x = 75 \text{ MeV}$ e momento angolare massimo per la fusione $J_{\text{fus}} = 38\hbar$. Lo studio di questo sistema è riportato nell'articolo di G. La Rana et al. [1].

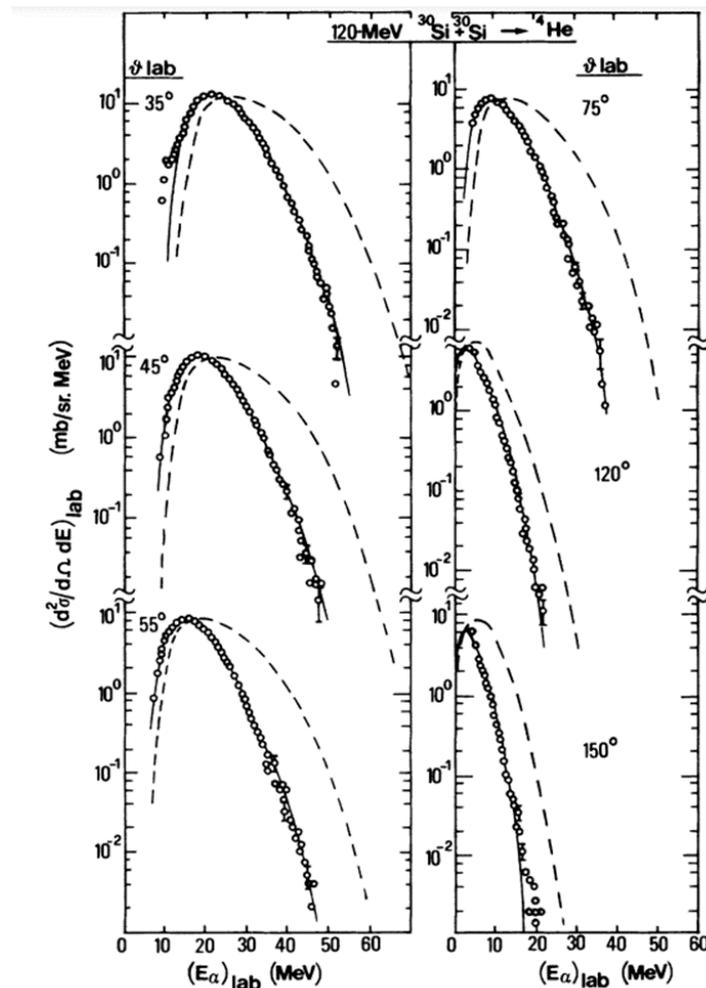


Figure 8: Spettri di energia misurati (pallini) delle particelle α emesse dal nucleo composto ^{60}Ni formato nella reazione $120 \text{ MeV } ^{30}\text{Si}+^{30}\text{Si}$ (Fig. dalla Ref.[1]). La linea tratteggiata rappresenta il risultato del calcolo con il codice GANES per l'emissione di primo step. La linea continua è ottenuta assumendo una deformazione del nucleo composto.(Per dettagli vedi testo).

Come anticipato nel Cap.2, gli autori osservano che gli spettri di particelle α misurati non possono essere riprodotti dal modello statistico assumendo nuclei sferici.

Nella figura, presa dalla Ref. [1], sono riportati gli spettri α misurati (pallini) agli angoli $35^\circ, 45^\circ, 55^\circ, 75^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ nel laboratorio, confrontati con le previsioni del codice GANES single-step (linea tratteggiata e linea piena). Nei calcoli è stata utilizzata una densità di livelli basata sul gas di Fermi (Cfr. paragrafo 2.1.2 del capitolo 2), con coefficienti di trasmissione derivati dalle sistematiche di fusione (linea tratteggiata) e con barriere ridotte per tener conto della deformazione (linea piena).

In particolare, la linea tratteggiata in figura rappresenta la simulazione dell'emissione di primo step; in questo caso si osserva che lo spettro calcolato risulta significativamente spostato a più alta energia e con larghezza molto maggiore rispetto agli spettri misurati. Dal confronto di questo calcolo con i dati riconosciamo gli effetti dovuti alla deformazione nucleare, sebbene anche l'aver assunto l'emissione di primo step contribuisca a produrre uno spettro più energetico, come precisato di seguito.

La linea piena, che riproduce i dati, è stata ottenuta da GANES utilizzando un singolo step equivalente con valori medi di A , E_X e Z estratti dal codice multistep LILITA (la prima versione del codice LILITA_N21), e assumendo un valore significativamente ridotto della barriera di emissione nell'espressione di Hill-Wheeler ($B=7.4$ MeV), in accordo con le sistematiche di W. Parker et al. [8]. Inoltre è stato utilizzato un valore per il momento angolare massimo di fusione $L_{fus}=26 \hbar$, molto inferiore al valore $L_{fus}=38 \hbar$, previsto per questo sistema. Questi valori, non realistici, se da un lato sono indicatori della presenza di una forte deformazione del nucleo composto, dall'altro indicano un limite del modello statistico.

Il codice GANES permette anche calcoli di singolo step equivalente per nuclei deformati, parametrizzando le forme nucleari da cui determina l'aumento del momento di inerzia e l'abbassamento della barriera media dovuti alla deformazione del nucleo composto. Nello studio condotto da G. La Rana et al. [1] è stato evidenziato che per riprodurre gli spettri occorre assumere una deformazione di tipo oblata con rapporto d'assi $b/a=3$. Questo rapporto, poco realistico, suggerisce che ulteriori effetti fisici, oltre la deformazione, debbano essere presi in considerazione nel processo di emissione evaporativa di particelle.

Allo scopo di approfondire l'analisi di questo sistema, per acquisire ulteriori informazioni utili per la comprensione delle forti deviazioni dei dati dalle previsioni del modello statistico negli spettri α , in questo lavoro di tesi si è proceduto a rianalizzare gli spettri α misurati. E' stato pertanto utilizzato un diverso approccio per i calcoli di modello statistico, effettuando direttamente le simulazioni con il codice multi step LILITA_N21 e adottando coefficienti di trasmissione di modello ottico, a differenza di quanto fatto nello studio in Ref. [1]. Inoltre è stato effettuato un calcolo con coefficienti di trasmissione basati sulla espressione di Hill Wheeler con l'introduzione degli effetti della deformazione.

3.2 Analisi degli spettri di energia delle particelle α emesse dal nucleo composto ^{60}Ni a $E_x=75$ MeV

Ai fini di rianalizzare gli spettri delle particelle alfa emesse nella reazione $^{30}\text{Si}+^{30}\text{Si}$ a $E_{lab}=120$ MeV, i dati riportati in Ref. [1], in particolare mostrati nella Fig.8, sono stati estratti tramite un programma di digitalizzazione (Getdata-Digitizer). Questi spettri sono stati poi confrontati con due previsioni del codice multi-step LILITA_N21, utilizzando per entrambi una densità di livelli tipo gas di Fermi: la prima, per nuclei sferici, assumendo coefficienti di trasmissione derivati dal modello ottico

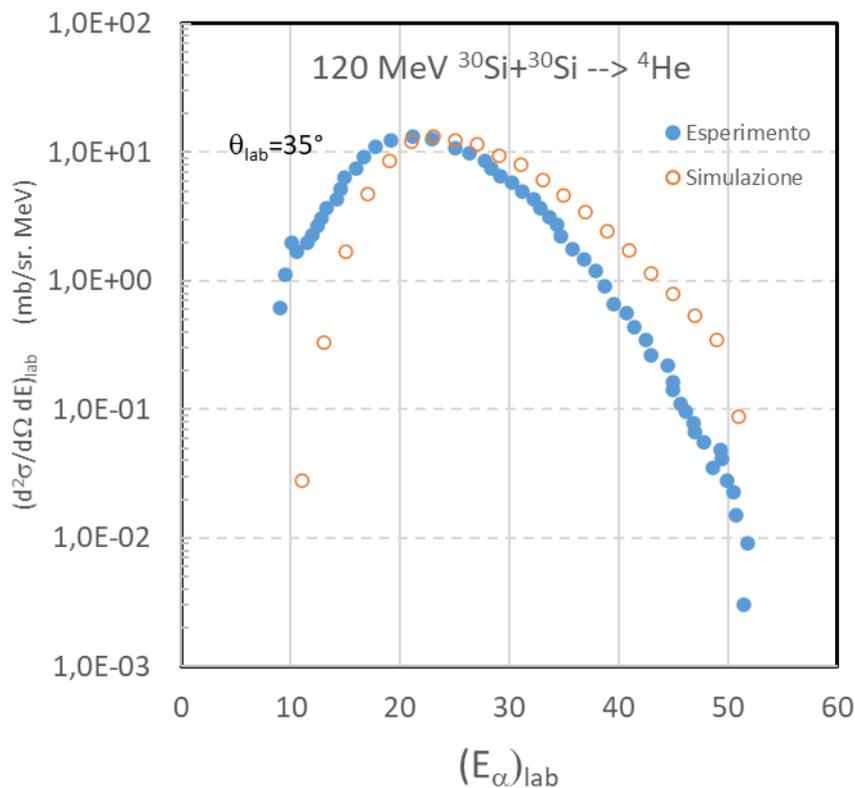
[11,12,13]; la seconda con coefficienti basati sulla espressione di Hill Wheeler con l'inclusione degli effetti della deformazione per quanto riguarda le barriere e il momento di inerzia.

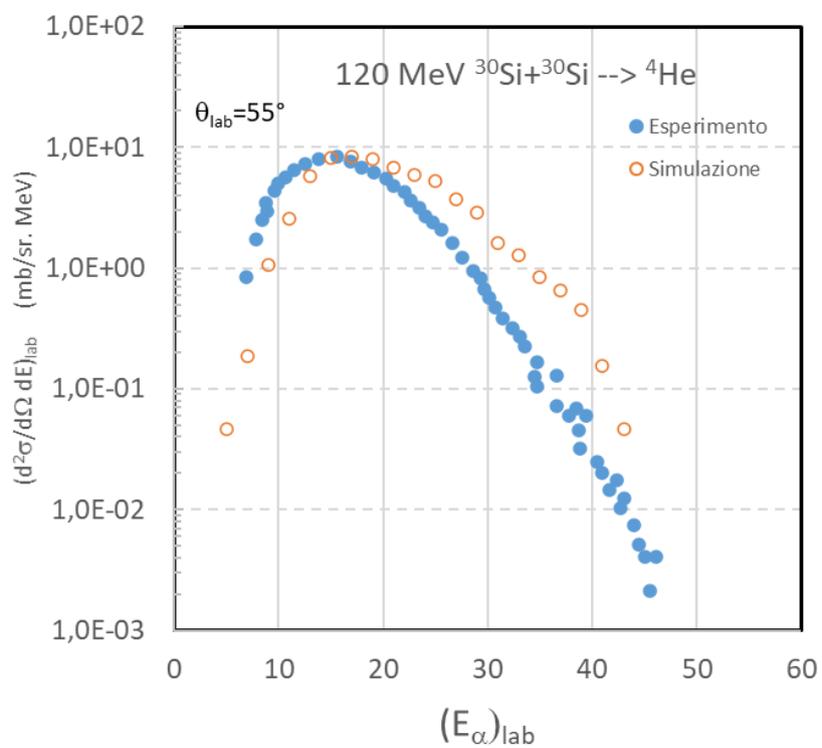
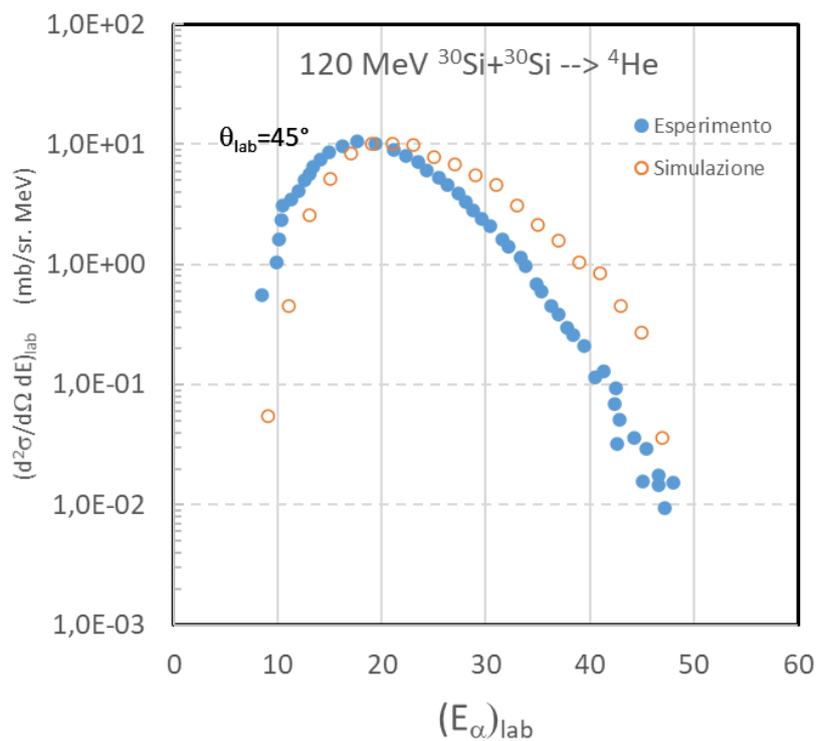
Per entrambi i calcoli sono stati utilizzati i seguenti parametri di ingresso:

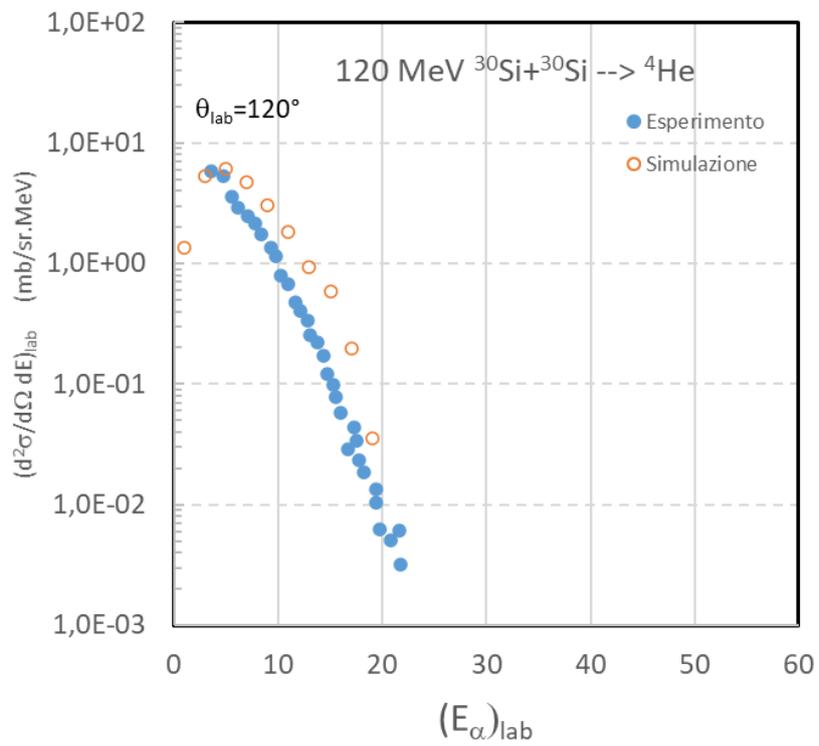
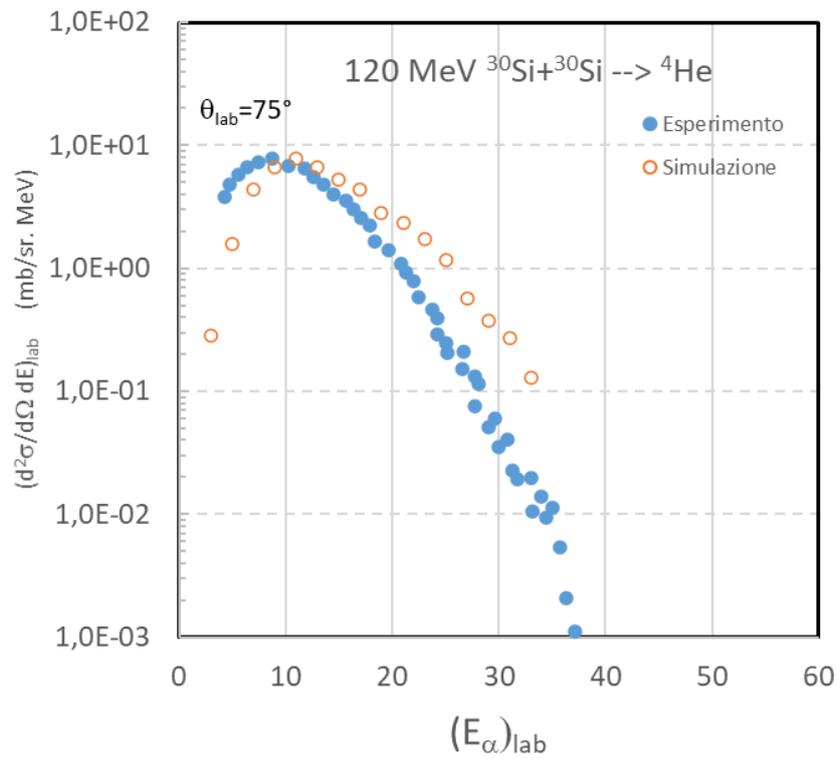
- Momento angolare massimo per la fusione $l_{fus} = 38\hbar$
- Parametro della densità dei livelli $a = \frac{A}{9}$
- numeri di eventi: 1×10^6

3.2.1 Risultati assumendo nuclei sferici nella simulazione

In figura 9 sono mostrati gli spettri ottenuti a diversi angoli con il codice LILITA_N21 (pallini arancioni) nel presente lavoro di tesi, assumendo i parametri di cui sopra, unitamente a coefficienti di trasmissione derivati dal modello ottico, e momento di inerzia per nuclei sferici. Per quest'ultimo è stata utilizzata l'approssimazione di sfera rigida con parametro del raggio nucleare $r_0 = 1.2$ fm. Il risultato della simulazione è confrontato con lo spettro sperimentale (pallini blue) dalla Ref. [1], gli spettri calcolati sono stati normalizzati al valore massimo degli spettri sperimentali allo scopo di confrontarne le forme spettrali. Si osserva che lo spettro sperimentale è spostato verso la bassa energia e presenta una larghezza minore rispetto agli spettri simulati, risultato che indica una deformazione nucleare, in accordo con quanto osservato in Ref. [1]. In maniera qualitativa si osserva una deviazione dei dati ad alta energia rispetto alle previsioni del modello meno marcata rispetto a quanto osservato in Ref.[1]. Questo risultato è atteso, in quanto la simulazione effettuata con il codice LILITA_N21 tiene conto dell'intera cascata evaporativa, mentre lo spettro riportato nell'articolo (linea tratteggiata) è relativo alla sola emissione di primo step, che coinvolge particelle alfa più energetiche, essendo queste emesse dal nucleo composto alla energia di eccitazione iniziale di 75 MeV.







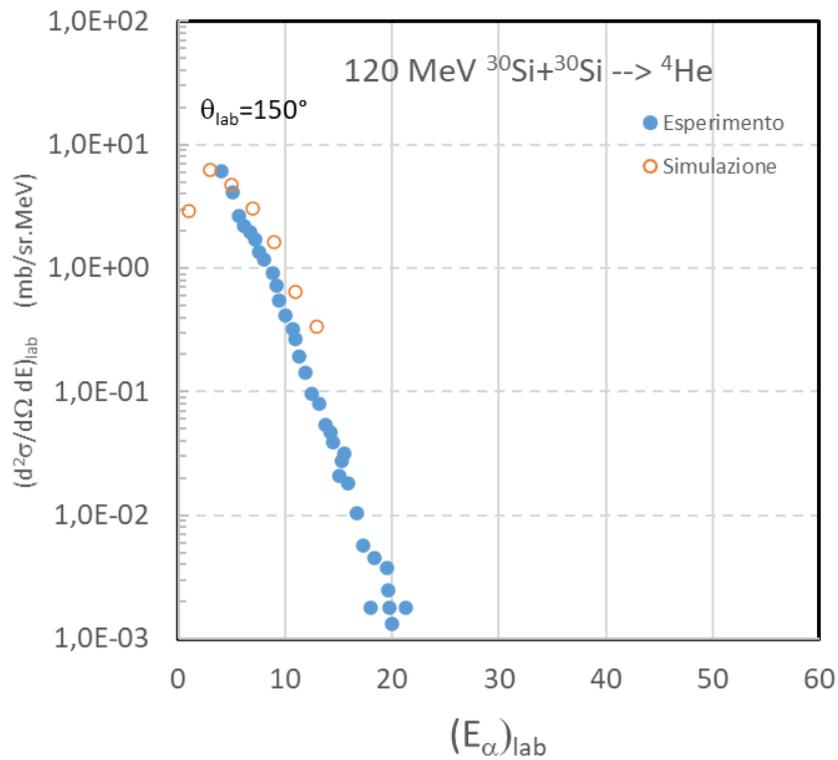
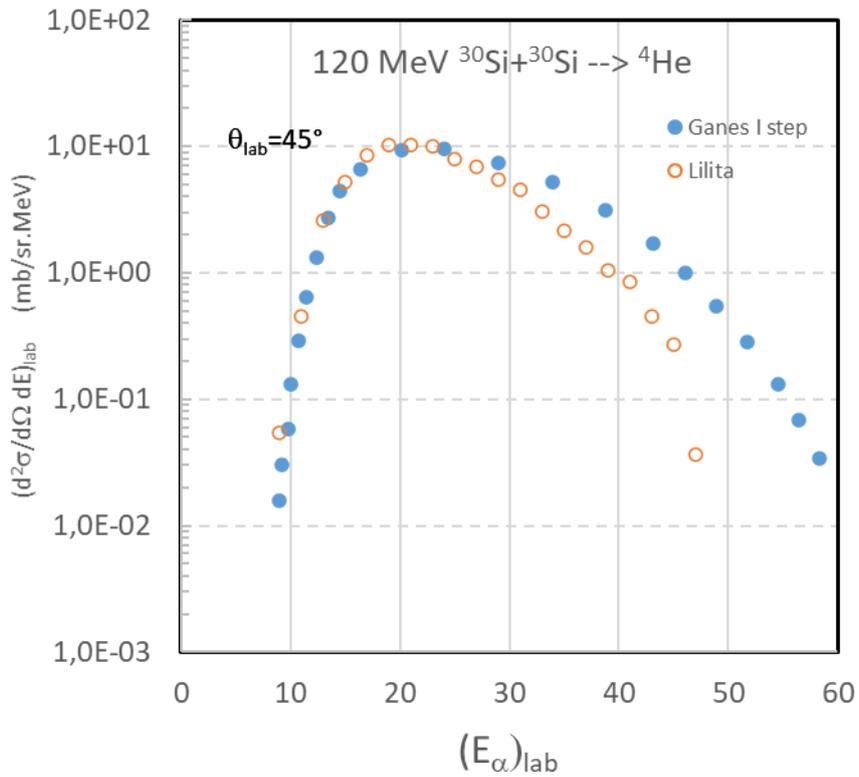
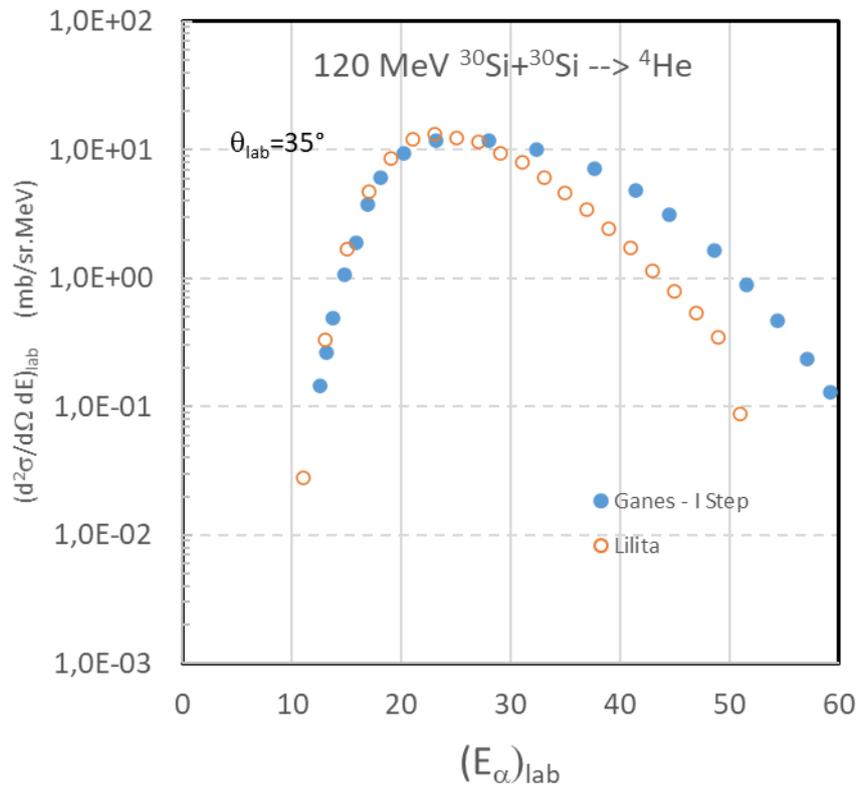
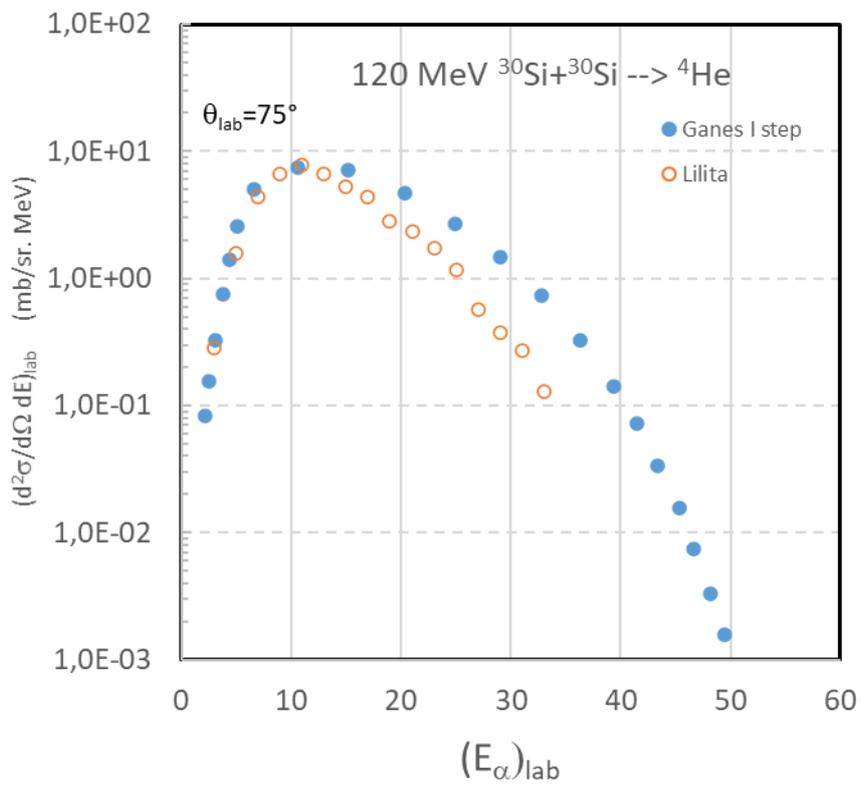
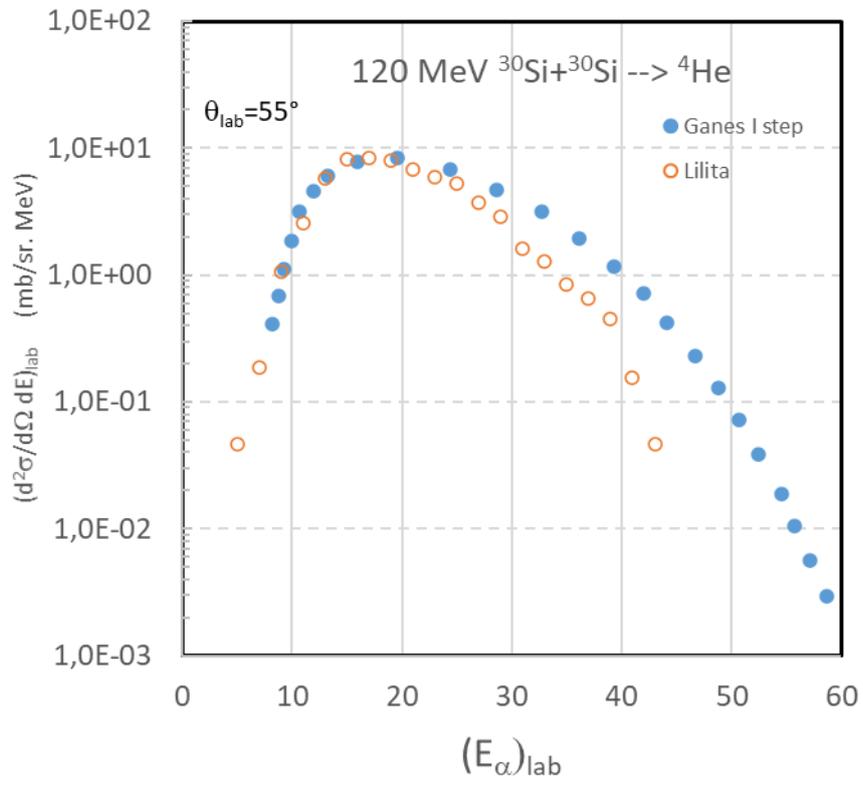


Figura 9: Confronto tra gli spettri sperimentali di particelle alfa (pallini blue) con le previsioni del codice evaporativo LILITA_N21 (pallini arancioni)

Per quantificare le differenze tra la simulazione effettuata nel lavoro di tesi con il codice multistep LILITA_N21 e quella fatta con il codice GANES per il primo step nell'articolo, riportiamo nella Figura 10 un confronto tra gli spettri ottenuti dai due codici a diversi angoli. Dal confronto si osserva che i due calcoli forniscono lo stesso andamento nella parte a bassa energia degli spettri, indicando che i coefficienti di modello ottico utilizzati in LILITA_N21 sono essenzialmente equivalenti a quelli ottenuti sulla base delle sistematiche di fusione utilizzati dal codice GANES per il calcolo di primo step. Come aspettato, si osserva una notevole differenza nella parte ad alta energia dovuta, come già detto in precedenza, ai diversi approcci dei due codici: multistep per LILITA_N21 e singolo/primo step in GANES. Concludiamo che il calcolo effettuato in questo lavoro di tesi con il codice multistep LILITA_N21 fornisce uno spettro con larghezza notevolmente inferiore rispetto a quello di primo step simulato da GANES, ma sempre maggiore della larghezza osservata sperimentalmente. Inoltre il calcolo con LILITA_N21 non produce uno spostamento del massimo dello spettro, discostandosi dallo spettro sperimentale. Questo risultato indica che vanno inseriti gli effetti della deformazione per poter riprodurre le forme spettrali misurate. In particolare vanno introdotte barriere di emissione ridotte per spostare il massimo dello spettro a più bassa energia, nonché un momento di inerzia maggiore per ridurre la larghezza dello spettro stesso.





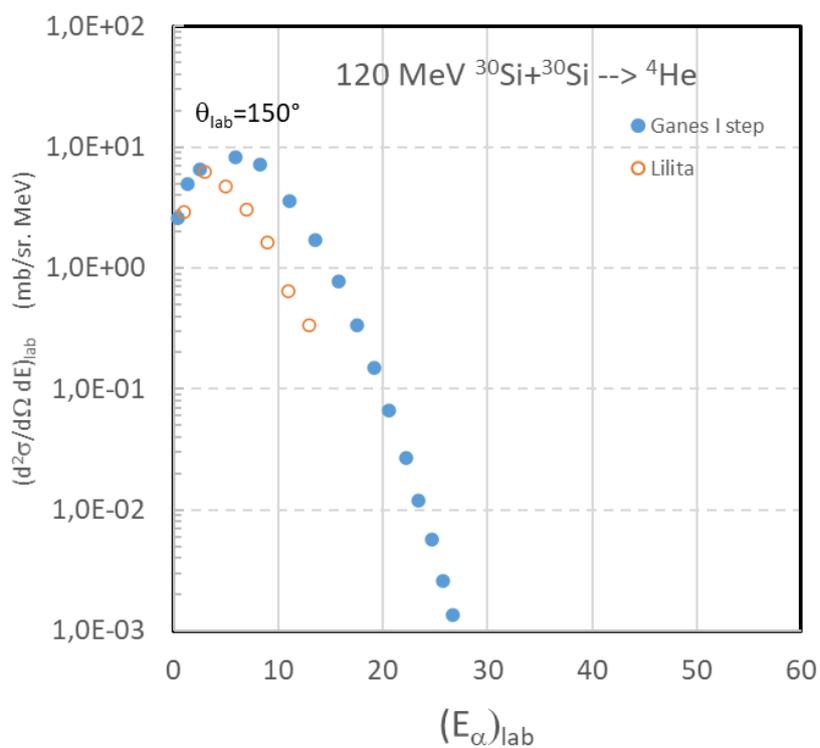
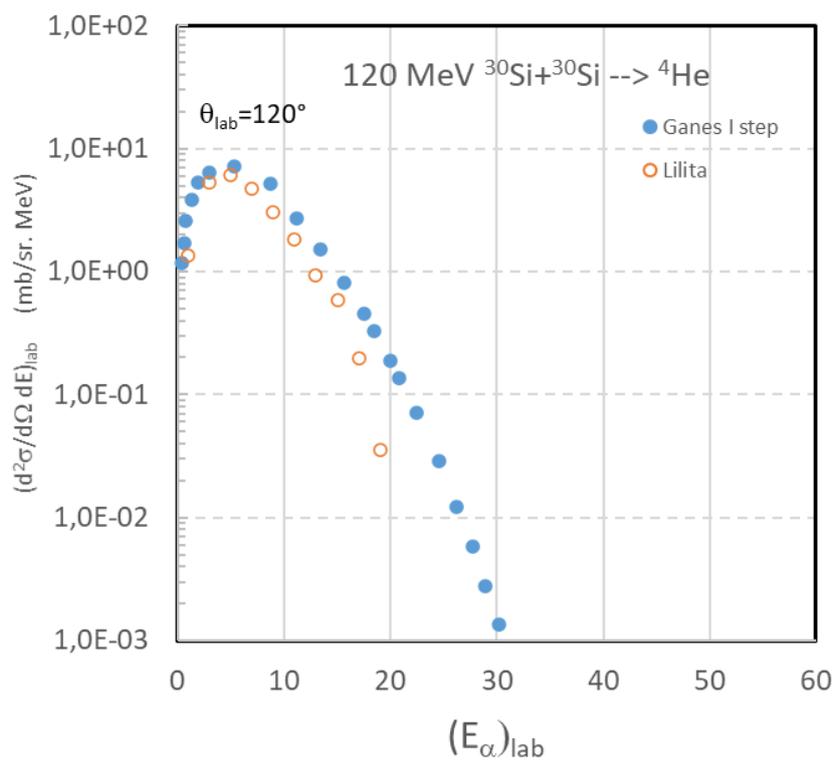
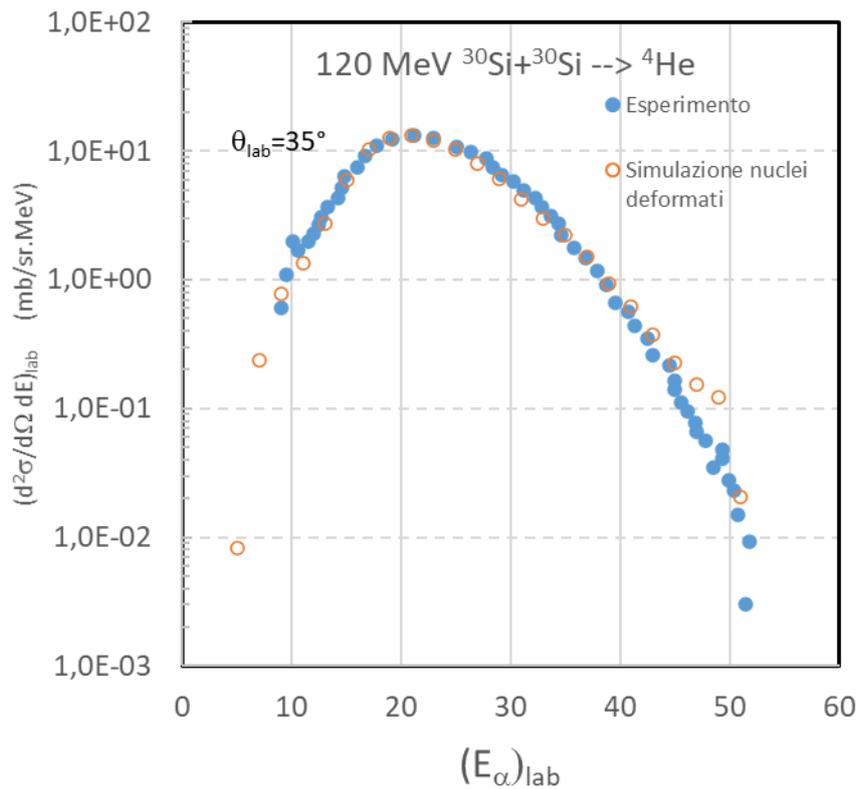
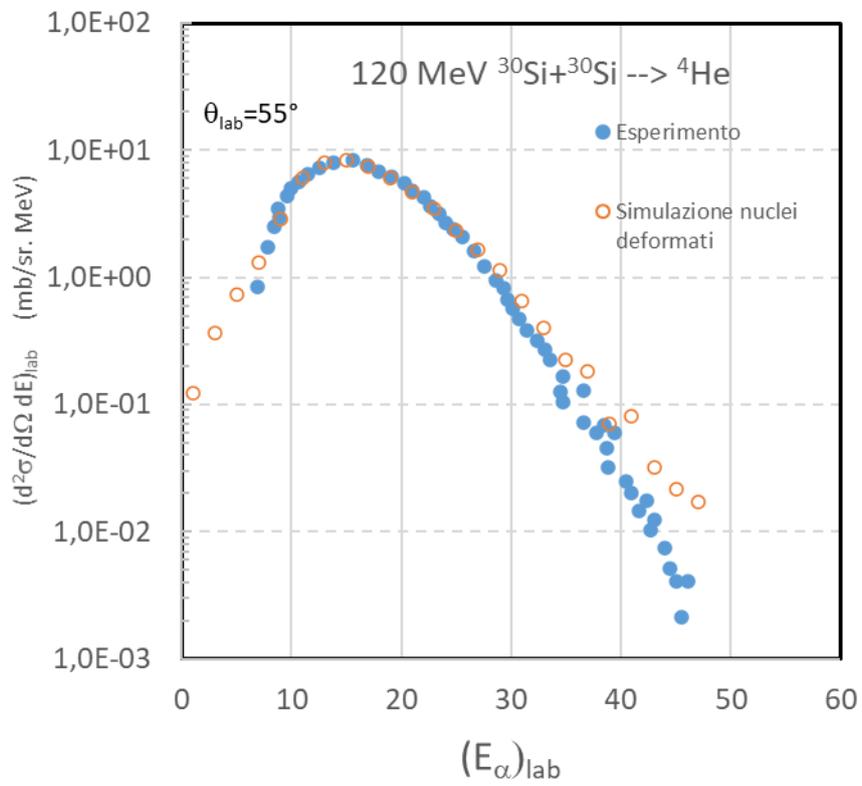
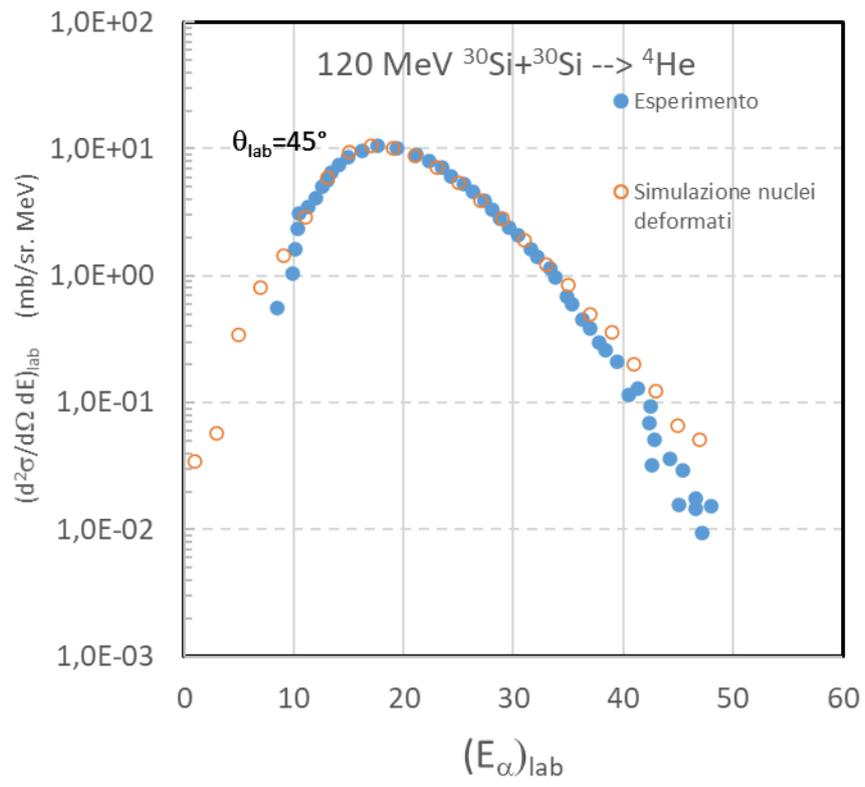


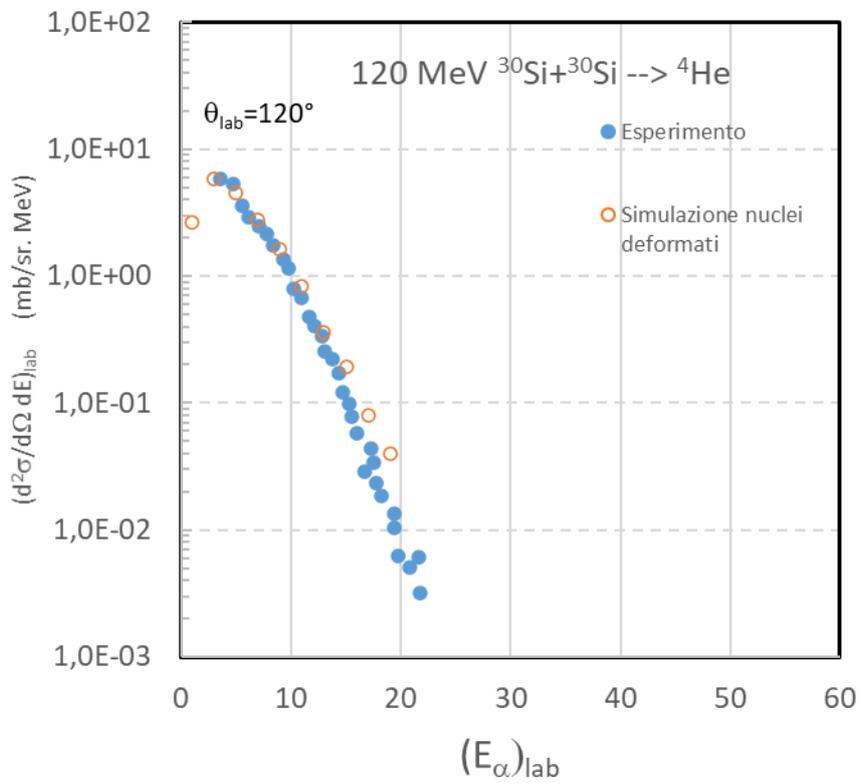
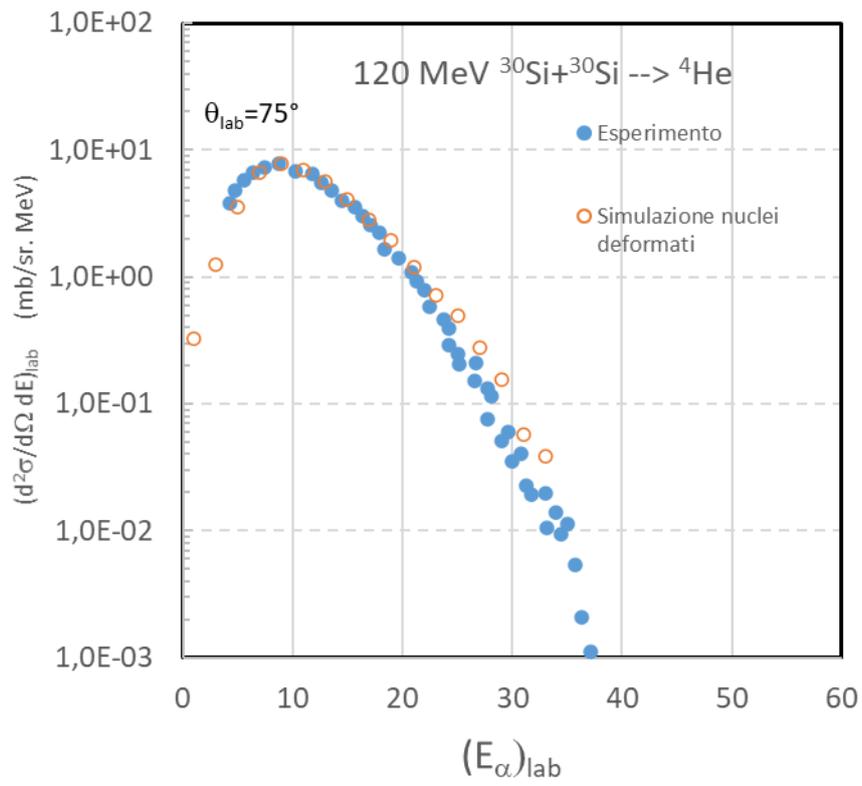
Figura 10: Confronto degli spettri di energia delle particelle alfa simulati con il codice GANES per il primo step (pallini blue) e il codice LILITA_N21 (pallini arancione). Gli spettri sono normalizzati ai valori massimi per confrontarne le forme.

3.2.2 Risultati con l'inclusione degli effetti della deformazione nella simulazione

Risulta interessante verificare se il codice LILITA_N21 riesca a riprodurre gli spettri alfa sperimentali includendo gli effetti della deformazione nucleare sulle barriere di emissione e sul momento di inerzia del nucleo composto emettente. Per questo scopo abbiamo utilizzato nel codice coefficienti di trasmissione basati sulla espressione di Hill Wheeler con l'inclusione di barriere ridotte, secondo l'espressione analitica ricavata da sistematiche [8] e riportata nel capitolo 2, e curvature del potenziale pari a 4.0 MeV per tutte e tre le particelle: n, p e α . Inoltre, per tener conto dell'aumento del momento di inerzia dovuto alla deformazione, abbiamo utilizzato per quest'ultimo un parametro del raggio nucleare pari a 1.6 fm, da confrontare con il caso sferico in cui $r_0=1.2$ fm. Questo fornisce un aumento del momento di inerzia rispetto al caso sferico pari a 1.78. Nelle figure è mostrato il risultato del calcolo, confrontato con gli spettri sperimentali. Osserviamo un notevole spostamento dello spettro simulato verso le basse energie e una diminuzione della sua larghezza, che forniscono un buon accordo con i dati. Questo risultato è in accordo con le sistematiche riportate in Ref. [8], e conferma le conclusioni riportate nel lavoro in Ref. [1], essendo i valori utilizzati per le barriere e per il momento di inerzia in LILITA_N21 corrispondenti a deformazioni molto elevate, di gran lunga superiori a quelle attese dal modello della goccia di liquido ruotante, pertanto poco realistiche.







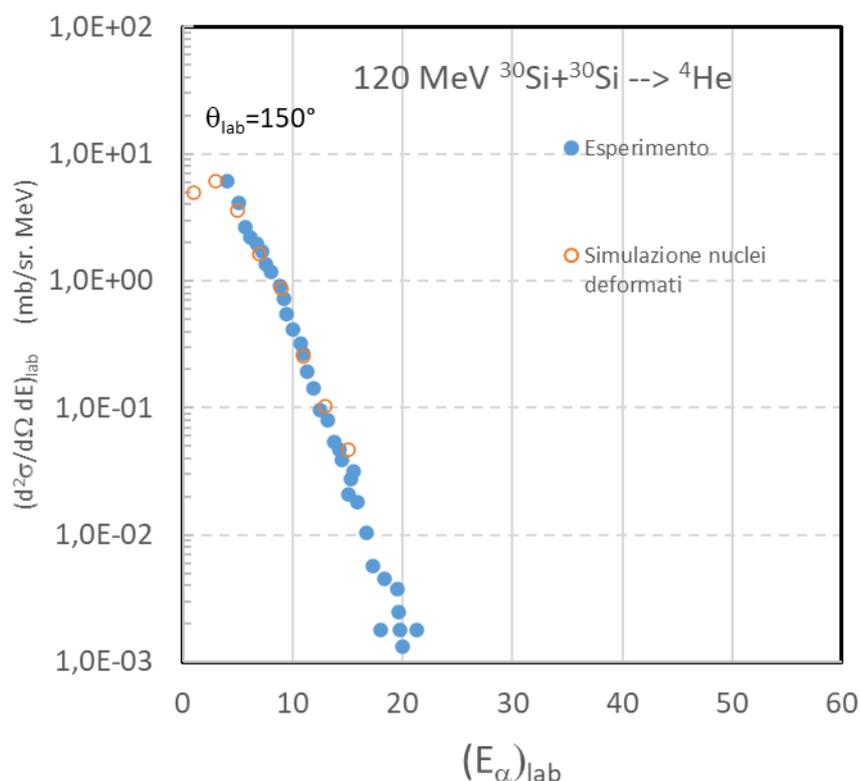


Figura 11: Confronto degli spettri di energia sperimentali (pallini blu) delle particelle alfa con i risultati della simulazione del codice LILITA_N21 assumendo nuclei deformati (pallini arancioni). Gli spettri sono normalizzati ai valori massimi per confrontarne le forme.

3.3 Previsioni del codice LILITA_N21 per i protoni e i neutroni

Riportiamo in figura per completezza i risultati del codice LILITA_N21 per gli spettri di energia di protoni e di neutroni per le due simulazioni di cui sopra, per l'angolo $\theta=35^\circ$ nel sistema del laboratorio. Gli spettri relativi alle due simulazioni sono stati normalizzati al massimo per confrontare le forme. Osserviamo per i protoni, come atteso, un forte abbassamento del valore medio dello spettro simulato assumendo nuclei deformati. Per queste particelle sono state utilizzate nel codice barriere ridotte determinate sulla base del lavoro di sistematica presentato in Ref. [8]. Per i neutroni non si osservano variazioni significative, non essendo essi sensibili alla barriera coulombiana.

In tabella 1 sono riportate le molteplicità dei neutroni, protoni e particelle alfa ottenute dalle due simulazioni. Esse rappresentano il numero medio di particelle emesse nel decadimento del nucleo composto. Notiamo forti differenze di queste quantità per i protoni e le particelle alfa tra le due simulazioni, che indica una notevole sensibilità di queste particelle alla deformazione nucleare. L' aumento delle molteplicità dei protoni è legato principalmente all'abbassamento delle barriere di emissione nel caso di nuclei deformati, che, come indicato in Ref. [8], risultano in percentuale maggiori di quelle delle particelle alfa. La forte competizione con i protoni produce un notevole abbassamento della molteplicità delle particelle alfa.

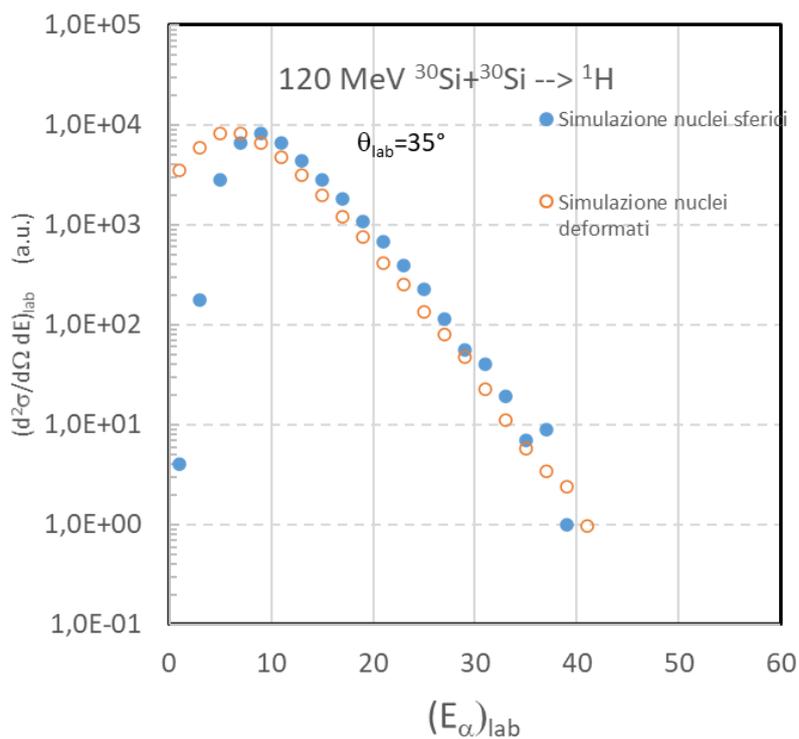


Figura 12: Confronto tra spettri di energia dei protoni simulati con il codice LILITA_N21 assumendo nuclei sferici (pallini blu) e nuclei deformati (pallini arancione). Gli spettri sono riportati in unità arbitrarie (u.a.) e normalizzati al valore massimo per confrontare le forme.

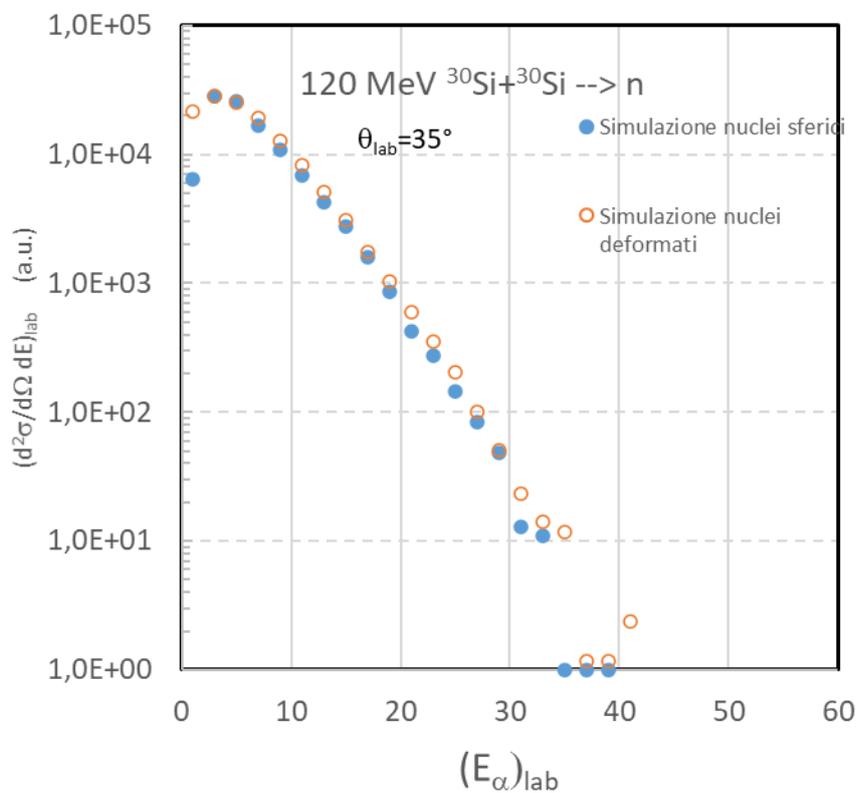


Figure 13: Confronto tra spettri di energia dei neutroni simulati con il codice LILITA_N21 assumendo nuclei sferici (pallino blu) e nuclei deformati (pallino arancione). Gli spettri sono riportati in unità arbitrarie (u.a.) e normalizzati ai valori massimi per confrontarne le forme.

Molteplicità/Simulazione	Nuclei sferici	Nuclei deformati
Mn	1.85	1.84
Mp	0.81	1.80
Mα	1.01	0.43

Tabella 1: Molteplicità dei neutroni, protoni e particelle alfa predette dal codice LILITA_N21 assumendo nuclei sferici e deformati.

Riassunto e conclusioni

In questo lavoro di tesi sono stati rianalizzati i dati relativi all'emissione evaporativa di particelle alfa dal nucleo composto ^{60}Ni , formato nella reazione $^{30}\text{Si}+^{30}\text{Si}$ a $E_{\text{lab}}=120$ MeV, all'energia di eccitazione $E_x=75$ MeV e con momento angolare massimo $J=38 \hbar$. Questo sistema è stato già analizzato in passato e i risultati pubblicati nel 1988 [1], confrontando gli spettri di energia delle particelle alfa con le previsioni del codice GANES, che simula l'emissione di singolo step equivalente delle particelle alfa, sulla base del modello statistico. Nel lavoro riportato in Ref. [1] le deviazioni degli spettri misurati rispetto alle simulazioni sono state interpretate come forti deformazioni del nucleo composto, sebbene queste ultime risultino molto maggiori di quelle previste dal modello della goccia di liquido ruotante. Gli autori concludono che, oltre alla deformazione, nuovi ingredienti fisici debbano essere inclusi nel modello per descrivere il decadimento del sistema composto. Analoghe conclusioni sono state trovate in studi su diversi altri sistemi in questa e in altre regioni di massa.

Scopo del lavoro di tesi è stato quello di approfondire l'analisi di questo sistema, ai fini di ottenere ulteriori informazioni utili per poter comprendere l'origine delle deviazioni osservate in Ref. [1] tra i dati e le previsioni del modello statistico. L'approccio del presente lavoro è stato quello di utilizzare, a differenza del lavoro del 1988, direttamente un codice multistep per l'analisi degli spettri delle particelle alfa, con diverse opzioni per i coefficienti di trasmissione e densità dei livelli. In particolare, è stato utilizzato il codice LILITA_N21 per due diverse simulazioni: la prima assume nuclei emettitori sferici, utilizzando coefficienti di trasmissione di modello ottico e momenti di inerzia con parametro del raggio nucleare pari a $r_0=1.2$ fm. La seconda include nel calcolo gli effetti della deformazione sulle barriere di emissione e sul momento di inerzia; in particolare sono stati utilizzati coefficienti di trasmissione basati sulla espressione di Hill-Wheeler con barriere ridotte derivate da sistematiche [8], e un momento di inerzia aumentato, rispetto al caso sferico, di un fattore 1.78.

Le conclusioni del lavoro sono le seguenti.

Nel primo calcolo, che assume nuclei sferici:

- il confronto con i dati indica forti deformazioni del nucleo emettente. Si osserva, come aspettato, che il calcolo effettuato con LILITA_N21, che usa l'approccio multistep, fornisce uno spettro con larghezza molto minore di quello ottenuto in Ref. [1] con il codice GANES per la simulazione di primo step.
- Il confronto delle forme spettrali delle particelle alfa sulla parte a bassa energia tra le previsioni del codice LILITA_N21 e quelle del codice GANES per l'emissione di primo step, mostra che i coefficienti di trasmissione di modello ottico e quelli derivati da sistematiche di fusione sono essenzialmente equivalenti.

Nel secondo calcolo, che include gli effetti della deformazione nucleare, assumendo barriere ridotte e momento di inerzia per nuclei deformati:

- Si ottiene una buona riproduzione dei dati. I valori delle barriere ridotte, nonché dell'accresciuto momento di inerzia utilizzati, corrispondono a deformazioni molto maggiori di quelle previste dal modello della goccia di liquido ruotante, pertanto concordano con le conclusioni riportate nell'analisi precedente di Ref. [1]. Sebbene questo lavoro di tesi non indichi nei risultati conclusioni diverse da quelle riportate nell'analisi precedente, esso porta una nuova informazione, confermando queste conclusioni sulla base di simulazioni con un codice multi-step e con coefficienti di trasmissione di modello ottico.
- Il calcolo predice una forte variazione delle molteplicità dei protoni e delle particelle alfa, nonché degli spettri di energia di protoni con la deformazione. Pertanto, una misura di un

numero maggiore di osservabili, quali le molteplicità e gli spettri di tutte le particelle, risulta importante per imporre maggiori vincoli al modello statistico ed avere quindi informazioni più puntuali ai fini della comprensione delle deviazioni osservate tra i dati e le previsioni del modello.

Ulteriori studi sono necessari per comprendere più a fondo la natura delle deviazioni osservate tra le previsioni del modello statistico e i dati, deviazioni che vanno oltre un quadro realistico di deformazioni nucleari, così come previste dal modello della goccia di liquido ruotante. In futuro sarà interessante analizzare il sistema con coefficienti di trasmissione di modello ottico basati su sistematiche più ampie ed includere nuovi ingredienti fisici, come gli effetti di 'stratosfera nucleare', come proposto da diversi autori. Approccio che sta fornendo risultati promettenti in altri sistemi della stessa regione di massa [14].

Riferimenti bibliografici

- 1) G. La Rana et al., Phys. Rev. C 37, 1920, 1988.
- 2) N. Ajitanand et al, Nucl. Instrum. Methods A243, 111 (1986).
- 3) F. Davide et al., Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A 1025 (2022) 166178. Il codice LILITA_N21 è una versione estensivamente modificata della versione originaria LILITA sviluppata da J. Gomez del Campo (Ref. [4]).
- 4) J. Gomez del Campo and R. G. Stokstad, Oak Ridge National Laboratory Report ORNL TM-7295, 1981; J. Gomez del Campo, R. G. Stokstad, J. A. Biggerstaff, R. A. Dayras, A. H. Snell, and P. H. Stelson, Phys. Rev. C 19, 2170 (1979).
- 5) H. Dumont, B. Delaunay, D. M. Rizzo, A. Brondi, P. Cuzzocrea, A. D'Onofrio, R. Moro, M. Romano, and F. Terrasi, Nucl. Phys. A435, 301 (1985).
- 6) L. C. Vaz and J. M. Alexander, Z. Phys. A 318, 231 (1984).
- 7) Cohen, S.; Plasil, F.; Swiatecki, W.J. Annals of Physics 1974, 82, 557.
- 8) Winifred E. Parker et al., Phys. Rev. C 44, 774, 1991.
- 9) G. La Rana et al. Phys. Rev. C, 35, 373, 1987.
- 10) A. Di Nitto et al., Pys. Rev. C 93, 044602 (2016)
- 11) J.R. Huizenga, G. Igo, Nuclear Phys. 29 (1962) 462.
- 12) F.G. Perey, Phys. Rev. 131 (1963) 745–763.
- 13) D. Wilmore, P.E. Hodgson, Nuclear Phys. 55 (1964) 673.
- 14) A. Di Nitto et al., Appl. Sci. 2022, 12, 4107

Ringraziamenti

Vorrei dedicare questo piccolo spazio del mio elaborato alle persone che hanno contribuito, con il loro instancabile supporto, alla realizzazione dello stesso.

In primis, un ringraziamento speciale al mio relatore Prof. Giovanni La Rana, per la sua immensa pazienza, per i suoi indispensabili consigli, per le conoscenze trasmesse durante tutto il periodo di lavoro insieme, grazie per tutto il tempo che mi ha dedicato. Grazie per l'entusiasmo trasmessomi nello studiare questi argomenti per me difficili ma che si sono rivelati essere di grande interesse.

Ringrazio infinitamente i miei genitori che mi hanno sostenuta costantemente, appoggiando ogni mia decisione seppur la pensavano in maniera diversa. Grazie ai miei fratelli, Matteo e Riccardo, per essermi stati sempre silenziosamente vicino e non avermi mai giudicata, siete i fratelli migliori che "sazza piedazza" potesse desiderare. Inoltre ringrazio Matteo e Federica per avermi regalato la magia di essere zia di tre splendide canaglie: Giovanni, Lorenzo ed Emma che hanno dato un colore diverso alla mia vita. Grazie a mio fratello Riccardo per aver portato in famiglia Brad, fedele amico che è diventato la mia inseparabile ombra.

Un grazie va anche al mio psichiatra, Dott. Russo, per avermi accompagnata in un viaggio introspettivo e avermi dato gli strumenti necessari per poter fare amicizia con me stessa, conoscere i miei limiti, accettarli e spingere dove potevo.

Grazie al resto della mia grande e "ingombrante" Famiglia, siete tanti ma ringrazio ognuno di voi per il supporto che mi avete sempre dato, soprattutto nei momenti no. Senza di voi non sarebbe stato lo stesso. Un grazie a Nonna Emma, che ha tenuto unita questa grande famiglia facendoci un dono prezioso.

Grazie a Nonna Caterina, che non ha mai smesso di spronarmi a dare il meglio di me, un passo alla volta e a Nonno Enzo per aver avuto una risposta a tutti i miei "perché", nutrendo la mia curiosità.

Grazie alle mie amiche di sempre, Enrica e Carlotta, la vita ci ha portato a vivere in tre città diverse ma non hanno mai smesso di sostenermi e di essere dalla mia parte. Sempre. Siete il mio porto sicuro da sempre e per sempre.

Un grazie speciale anche al resto della "Comitiva Stretta", indispensabili amici.

Grazie alle amiche che questa facoltà mi ha regalato: Fabrizia (capace di farmi tornare sempre il sorriso), Claudia (la psicofisica), Valeria (la bionda), Giulia (Adolf) e Annarita (quella con il nome composto). Ognuna di voi sa esattamente quanto sia stata ed è indispensabile per me.

Grazie a Federichina e alla sua Iliad, che ha sempre trovato cinque minuti per me, anche se poi si trasformavano in ore, sei un'amica preziosa.

Grazie a Dani, questo lavoro è anche un po' tuo, senza il tuo costante supporto non avrei finito.

Grazie agli amici del Rissc-Lab, per gli intimi Irisclub, per essere stati sempre un valido punto di riferimento.

Grazie anche a tutti gli altri super colleghi, che hanno saputo rendere le intere giornate universitarie più leggere.

Grazie alle amiche di Cuoredicane e al freakteam per aver accolto me e il mio migliore amico a 4zampe, Brad, in un posto meraviglioso dove potermi rifugiare da tutto e tutti.

Grazie ai miei suoceri, pronti a viziarmi e ad accontentare ogni desiderio culinario e non. Il supporto energetico è stato fondamentale, ma ancora di più l'amore con il quale mi avete accolta nella vostra famiglia, trattandomi come una figlia.

Un ringraziamento alla famiglia acquisita: Mino, Milena, Ale, Piccola Franca, Genni, Laura, Giorgia ed Eduardo, grazie per avermi permesso di unirmi a voi.

Ed infine, non per ordine di importanza, grazie alla persona più straordinaria che io abbia conosciuto tra questi corridoi: Marcello, mio marito. Grazie per tutto quello che hai sopportato senza mai lasciare la mia mano, tirandomi sù ogni qual volta io mi buttavo giù. Grazie per esserci sempre.

Un grazie va anche a me stessa, per non aver mai mollato, per essermi rialzata infinite volte, per non aver mai perso di vista l'obiettivo finale, per aver cercato sempre quella luce che indicava la strada giusta.

Per aspera ad astra