

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI
“FEDERICO II”



Scuola Politecnica e delle Scienze di Base
Area Didattica di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Dipartimento di Fisica “Ettore Pancini”

Laurea Triennale in Fisica

**Materia Oscura: prove astrofisiche di una
sorgente gravitazionale non visibile**

Relatori:
Prof. Fabio Iocco

Candidato:
Simone D’Alterio
Matr. N85001403

Anno Accademico 2021/2022

*A mia madre,
e a mia nonna, Giovanna.*

Indice

Introduzione	4
1 Cluster di galassie	6
1.1 Proprietà generiche dei cluster	6
1.2 Massa gravitazionale del cluster	7
1.2.1 Massa gravitazionale con il teorema del Viriale	7
1.2.2 Massa gravitazionale attraverso la temperatura del gas	8
1.2.3 Considerazioni preliminari sul Gravitational Lensing	10
1.2.4 Massa gravitazionale con il Gravitational Lensing	11
1.3 Contributi di massa visibile nel cluster	13
1.3.1 Massa stellare	13
1.3.2 Massa gassosa	14
1.3.3 Considerazioni sui contributi di massa barionica	15
1.4 Tabelle di confronto dei risultati e considerazioni finali	16
2 Galassie a spirale isolate	17
2.1 Caratteristiche della galassia isolata	17
2.2 Massa gravitazionale della galassia isolata	18
2.3 Problema esempio sulla galassia isolata	20
2.3.1 Considerazioni sulla densità	21
3 Bullet Cluster e la Materia Oscura	22
3.1 Caratteristiche dei Bullet Cluster	22
3.2 Analisi del cluster merger 1E0657–558	23
3.2.1 Approccio all’analisi con il gravitational lensing	23
3.2.2 Considerazioni finali	24
4 Proprietà e caratteristiche della Materia Oscura	27
4.1 Proprietà di interazione della Materia Oscura	28
4.1.1 Interazione con la luce	28
4.1.2 Interazione con la materia e con sè stessa	28
4.2 Densità della materia oscura	28

<i>INDICE</i>	3
4.2.1 L'andamento della densità in una galassia isolata . . .	28
4.2.2 Profilo densità NFW, proprietà	29
Conclusioni	32
Bibliografia	33

Introduzione

In questo elaborato si discuterà in modo ampio sulla definizione, proprietà e caratteristiche della Materia Oscura.

Il problema della materia oscura nasce da uno degli studi dell'astronomo svizzero Fritz Zwicky (1898 – 1974). In uno dei suoi studi, nel 1933, analizzò l'ammasso di galassie Coma e cercò di spiegare un'inusuale alta dispersione di velocità delle galassie nell'ammasso, arrivando alla conclusione che la sua massa non fosse corrispondente al valore misurato, ma che ci fosse una presenza extra di materia, che era incapace di essere osservata, il problema approfondito è discusso nel Capitolo 1. Successivamente il problema fu messo da parte, lo stesso Zwicky si dedicò ad altri progetti, finché, nel 1970, lo studio degli appiattimenti delle curve di rotazione fece salire alla luce di nuovo la possibilità che la Materia Oscura potesse essere presente in grandi quantità sul bordo di una galassia, e che quindi ogni galassia fosse circondata da un alone di questa materia oscura, ancora incapace di essere osservata.

Entrambi i risultati sono stati di vitale importanza per la caratterizzazione della materia oscura nell'universo, che ad oggi si sa ricoprire il 27% circa della materia nell'universo, circa 6 volte la quantità di materia barionica; resta comunque la problematica principale, siccome la materia oscura non interagisce con la radiazione elettromagnetica, è tutt'oggi scopo di tanti studi rivelarla e comprenderne meglio le caratteristiche, siccome l'unico modo che si ha per rivelare qualsiasi tipo di particella, anche le più piccole, è attraverso misure di radiazione emessa, con l'uso di fotorivelatori.

Pertanto in questo articolo di tesi mi limiterò a fornire prove sull'esistenza della materia oscura, attraverso lo studio di fenomeni cosmologici, dove le grandi dimensioni e le grandi masse degli oggetti come galassie e ammassi di galassie rendono ben visibili gli effetti della presenza di questa materia, e di studiarne le caratteristiche nello specifico, come si comporta con la materia e con sé stessa, e fornire dei candidati possibili che possono costituire delle fondamenta per un futuro modello.

I tre sistemi che verranno presi in considerazione sono gli ammassi di galassie, le galassie isolate, e i Bullet Cluster: i primi per una ragione storica ben precisa, siccome sono state le prime evidenze dell'esistenza della materia oscura, ma anche perché sono gli oggetti astrofisici di taglia maggiore presenti nell'universo, inoltre esistono più modi per analizzare il problema utilizzando anche diverse tecniche, anche più avanzate, come ad esempio il Gravitational Lensing, per stimare la massa gravitazionale. Le seconde perché essendo un sistema di dimensioni inferiori sono fondamentali per capire la struttura della materia oscura, anche solo con lo studio delle curve di rotazione galattica

possono essere tratte molte più informazioni. Il terzo sistema, invece, fornisce una prova empirica e esente dalle condizioni di simmetria ed equilibrio ipotizzate negli altri due sistemi, che effettivamente nei cluster di galassie sia presente un'enorme quantità di materia non osservabile.

Tuttavia uno degli scopi fondamentali di questa tesi sarà quello di mostrare come, presi due sistemi con fisica molto diversa e con proprietà molto diverse, le discrepanze ottenute nelle misurazioni di massa sono molto simili tra di loro, ed insieme alla prova fornita dal terzo sistema, dedurre almeno sommariamente le proprietà e le caratteristiche di questa materia sconosciuta.

Capitolo 1

Cluster di galassie

1.1 Proprietà generiche dei cluster

I cluster galattici consistono in un insieme numeroso di galassie che formano un sistema autogravitante. Le galassie non sono le uniche componenti del sistema, infatti l'ammasso trattiene a sé una grande quantità di gas intergalattico, chiamato intracluster medium (ICM) che consiste in gas residuo dalla formazione galattica, che come vedremo nelle prossime sezioni rappresenta la quasi totalità della massa conosciuta nel cluster.

In questo capitolo mostrerò dei risultati ottenuti con vari metodi per misurare la massa gravitazionale, e la massa barionica del cluster, risultati che verranno poi confrontati tra di loro per mostrare eventuali discrepanze. Verranno illustrati i metodi di misurazione e i modelli utilizzati in maniera generale, seguiti da un risultato numerico approssimato utilizzando come dati quelli del cluster Coma, storicamente famoso per la sua larga distribuzione di velocità e usato per primo da Zwicky per ipotizzare la presenza della materia oscura nell'Universo.

Per misurare la massa **gravitazionale** del sistema ammasso di galassie vengono spesso utilizzati questi tre metodi, approfonditi nelle prossime sezioni:

- **Teorema del Viriale**, sfruttato su sistemi virializzati, utilizzando le dispersioni di velocità del cluster.
- **Equazione dell'equilibrio idrostatico**, per misurare la massa del cluster a partire dalle analisi dello spettro a raggi X che il gas ICM emette a causa delle sue alte temperature.
- **Weak Gravitational Lensing** che sfrutta la curvatura dello spaziotempo per misurare le masse di sistemi astrofisici di grandi dimensioni.

Per misurare invece la massa della materia barionica del cluster utilizzo invece altri due metodi:

- **Fotometria galattica**, per misurare le masse delle galassie tramite la spettroscopia e i rapporti massa/luminosità.
- **Fenomeni di irraggiamento di gas ionizzato** per misurare la quantità di fotoni emessi dagli elettroni del gas ad alte temperature quando interagisce con gli ioni, che restituisce quindi una misura della quantità di massa barionica dovuta alla presenza dell'ICM.

1.2 Massa gravitazionale del cluster

1.2.1 Massa gravitazionale con il teorema del Viriale

L'astronomo Fritz Zwicky fu il primo a considerare la presenza di materia oscura nell'universo durante i suoi studi sul cluster galattico Coma, e sulla sua dispersione di velocità.

Per **dispersione di velocità** si indica la variazione della velocità di un elemento di un sistema astrofisico dalla velocità media dell'intero sistema, ovvero la deviazione standard sulla media calcolata su un insieme di galassie. Nel problema specifico, Zwicky si rese conto che la dispersione di velocità delle galassie di Coma fosse molto larga, quindi per approfondire il problema fu il primo ad utilizzare il teorema del Viriale per calcolare la massa totale del cluster[2]. In seguito è riportato il modello utilizzato, e i risultati ottenuti.

Possiamo schematizzare il sistema del cluster galattico come un insieme autogravitante con massa gravitazionale M_{grav} e dimensioni R .

Per calcolare la massa dell'insieme delle galassie presenti nel cluster utilizzo il teorema del Viriale, che associa il valore medio dell'energia cinetica del sistema al valore medio di un potenziale, al cui il sistema è sottoposto.

I dati di Coma utilizzati sono:[2, 3]

- la dispersione di velocità del cluster σ_C , misurata a 1000km/s
- la grandezza totale del sistema $r_b = 3,7Mpc$.

Consideriamo un punto di massa m nel cluster il potenziale medio gravitazionale del sistema su questo punto è:

$$\langle U \rangle = -\frac{GM_{grav}m}{R} \quad (1.1)$$

Per quanto riguarda l'energia cinetica media invece abbiamo:

$$\langle T \rangle = \frac{1}{2} m \langle v \rangle^2 \quad (1.2)$$

dove $\langle v \rangle$ rappresenta la velocità media del sistema, e se il moto delle galassie nel cluster è considerato *isotropo*, uguale a 3 volte la dispersione di velocità:

$$\langle v \rangle^2 = 3\sigma^2 \quad (1.3)$$

e quindi l'energia cinetica media diventa:

$$\langle T \rangle = \frac{3}{2} m \sigma^2 \quad (1.4)$$

Nel caso di un sistema sottoposto al potenziale gravitazionale, il Teorema del Viriale assume la forma:

$$\begin{aligned} \langle U \rangle &= -2\langle T \rangle \\ \implies \frac{GM_{grav}}{R} &= 3\sigma^2 \\ \implies M_{grav} &= \frac{3\sigma^2 R}{G} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Nel caso del cluster Coma, inserendo i dati otteniamo:

$$M_{grav} = \frac{3\sigma_C^2 r_b}{G} = 2,56 \times 10^{15} M_\odot \quad (1.6)$$

1.2.2 Massa gravitazionale attraverso la temperatura del gas

I gas emettenti raggi X contenuti nel cluster sono stati scoperti solo dopo l'avvento di nuove tecnologie spettroscopiche che hanno portato alla luce che un fascio molto forte di raggi X provenisse dai cluster galattici, il motivo è che il sistema trattiene del gas intergalattico, in quantità molto elevate, così elevate che l'interazione tra le particelle di gas nel cluster ionizza il gas stesso e lo porta a raggiungere temperature altissime, che provocano poi un irraggiamento nella lunghezza d'onda dei raggi X, temperature facilmente calcolabili:

Siccome il gas è ionizzato, l'ammasso di gas che emette nei raggi X (lunghezza d'onda $\lambda \approx 10^{-11} m$) può esser visto come un corpo nero, quindi la temperatura può essere facilmente ricavata usando la **Legge di Wien**, che associa la

lunghezza d'onda della radiazione emessa da un corpo nero e la temperatura assoluta del corpo:

$$\lambda = \frac{b}{T} \quad (1.7)$$

Dove b è la costante di Wien e ha un valore di circa $2,8977 \times 10^{-3} m K$. Per il cluster Coma, la temperatura assume il valore di circa $10^8 K$.

Dall'analisi dei raggi X ci vengono due informazioni importanti, il numero di fotoni della radiazione, che direttamente può essere usato per ricavare la densità elettronica del gas, e la distribuzione della radiazione nello spazio, che può essere usata per ricavare un **profilo di temperatura**, una legge che collega la temperatura del cluster con le coordinate spaziali \mathbf{r} , dalla quale posso ricavare la massa gravitazionale utilizzando l'equazione dell'equilibrio idrostatico [6]:

$$\frac{1}{\rho_{gas}} \frac{dP}{dr} = -\frac{d\phi}{dr} = -\frac{GM_{grav}}{r^2} \quad (1.8)$$

dove ρ_{gas} è la densità del gas, P_{gas} la pressione e ϕ il potenziale gravitazionale del sistema.

La pressione del gas ionizzato la ricavo dalla legge di stato dei gas perfetti:

$$P_{gas}(r) = \frac{\rho_{gas} k_b T_{gas}}{\mu m_u} = n_e(r) k_b T_{gas}(r) \quad (1.9)$$

dove $m_u = 1,66 \times 10^{-27}$ è l'unità di massa atomica μ è il peso molecolare medio in u.m.a., il quale se il gas è formato prevalentemente da idrogeno ed elio assume un valore di circa 0,6, ed n_e è la densità elettronica del gas. Pertanto sostituendo nell'equazione (1.8) e risolvendo per la massa gravitazionale ottenengo:

$$M_{grav}(< r) = -\frac{k_b r T_{gas}(r)}{\mu m_u G} \left(\frac{\partial \log T_{gas}(r)}{\partial \log r} + \frac{\partial \log n_e(r)}{\partial \log r} \right) \quad (1.10)$$

Conoscendo quindi come si distribuisce il gas all'interno del cluster, e conoscendo anche la distribuzione di temperatura posso ricavare la massa totale gravitazionale. Si noti che in molti casi, il cluster viene considerato isoterma, per cui la distribuzione di temperatura è costante e ai fini del calcolo della massa il termine di derivata di T rispetto ad r sparisce, lasciandoci solo con la derivata della densità elettronica.

Per applicare questi risultati al cluster Coma, per misurare la sua massa gravitazionale, utilizzo il risultato ottenuto da Henry et al(1986). [7] e discusso nella Sezione 1.3.2, che riporta una legge sulla densità elettronica in

funzione del raggio del cluster ottenuta da una modellizzazione dello spettro dei raggi X del gas, la legge è:

$$n_e(r) = n_0 \left(1 + \frac{r^2}{a^2}\right)^{-3\beta/2} \quad (1.11)$$

dove $r = \sqrt{R^2 + z^2}$ è la distanza dal centro (R è il raggio proiettato e z la linea di vista) a è il raggio del nucleo e $\beta = \frac{\mu m_p \sigma^2}{3k_b T}$, dove m_p è la massa del protone, e σ è la dispersione di velocità delle galassie nel cluster. n_0 invece è una densità di scala, ricavabile dalla luminosità superficiale (Eq. 1.26).

La derivata rispetto a $\log(r)$ che compare nell'equazione (1.10) è:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \log n_e}{\partial r} &= \frac{\partial \log n_e}{\partial \log r} \times \frac{\partial \log r}{\partial r} = \frac{\partial \log n_e}{\partial \log r} \times \frac{1}{r} \\ \Rightarrow \frac{\partial \log n_e}{\partial \log r} &= r \frac{\partial \log n_e}{\partial \log r} = r \frac{\partial \log(n_0 \left(1 + \frac{r^2}{a^2}\right)^{-3\beta/2})}{\partial r} \\ &= - \frac{3\beta r^2}{a^2 + r^2} \end{aligned}$$

I restanti dati per il cluster Coma sono:

- $\beta = 0,75$
- $a = 0,3Mpc$

Pertanto, la massa gravitazionale del cluster Coma, calcolata allo stesso raggio utilizzato per il teorema del Viriale ($r_b = 3,7Mpc$) la ricaviamo con la formula (1.10) che assume la forma:

$$M_{grav}(< r_b) = - \frac{k_b r_b T_{gas}}{\mu m_u G} \left(- \frac{3\beta r_b^2}{a^2 + r_b^2} \right) = \mathbf{2,64 \times 10^{15} M_\odot} \quad (1.12)$$

1.2.3 Considerazioni preliminari sul Gravitational Lensing

Nella Sessione successiva, per ricavare la massa gravitazionale del cluster Coma attraverso il Gravitational Lensing, i dati ottenuti vengono confrontati con un modello, non osservativo, frutto di numerose simulazioni ad N-Body, che fornisce una funzione di fit per la densità di un alone di materia oscura chiamata **profilo densità NFW**, il quale costituisce un modello "universale" che funge da confronto con i dati osservativi, il profilo in dettaglio è discusso nel Capitolo 4 (Eq. 4.2).

I profili ricavati da simulazioni utilizzano due concetti preliminari, anche essi nati sulla base di simulazioni, ovvero il concetto di **raggio viriale** e **massa viriale** di un sistema astrofisico, verranno descritti in questa Sezione.

Il **raggio viriale**, è definito come il raggio in cui la densità del sistema è uguale alla **densità critica dell'Universo** ρ_c moltiplicata per una costante di sovradensità Δ_c [10]:

$$\rho(< r_{vir}) = \Delta_c \rho_c = \Delta_c \frac{3H^2(z)}{\pi G} \quad (1.13)$$

dove $H(z)$ è il parametro di Hubble, che tiene conto dell'espansione dell'Universo, al redshift z del sistema, e Δ_c è definita come:

$$\Delta_c = 18\pi^2 + 82x - 39x^2 \quad (1.14)$$

dove $x = \Omega(z) - 1$ è una quantità che dipende dal redshift z e dal modello cosmologico considerato Ω , molte analisi considerano il modello *Einstein-de Sitter* che pone $\Delta_c = 18\pi^2 \approx 178$, ma molto spesso, per avere una definizione comune si assume $\Delta_c = 200$, il raggio viriale viene quindi riscritto come r_{200} . Tramite il raggio viriale, posso quindi ricavare la **massa viriale** del sistema

$$M_{200} = \frac{800}{3} \rho_c r_{200}^3 \quad (1.15)$$

Per stabilire il raggio viriale vengono confrontati i valori osservativi con la funzione di fit NFW:

$$\rho(r) = \frac{\delta_c \rho_c}{\left(\frac{1}{r_s}\right) \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2} \quad (1.16)$$

il raggio viriale qui viene ricavato come $r_{200} = r_s/c$, i due parametri r_s e c , ovvero il raggio di scala e il parametro di concentrazione, caratteristici del sistema (Capitolo 4), sono a loro volta ottenuti eseguendo il confronto tra NFW e i valori osservativi.

Avendo definito i modelli teorici, posso ricavare ora la massa gravitazionale di un cluster utilizzando il metodo del Gravitational Lensing.

1.2.4 Massa gravitazionale con il Gravitational Lensing

Il metodo del Weak Gravitational Lensing utilizza dei risultati di Relatività Generale, ovvero che i campi gravitazionali curvano lo spazio-tempo, e che qualsiasi cosa si muova nello spazio sperimenti questa curvatura, inclusa

la luce. Pertanto nei sistemi molto massivi e di grandi dimensioni (come ad esempio gli ammassi di galassie) il sistema piega la luce che arriva da sorgenti luminose situate tra l'osservatore e l'oggetto, fungendo da "lente", il metodo del Weak Lensing misura proprio la quantità di curvatura della lente, detta *taglio* e costruisce una relazione tra esso e la densità superficiale dell'oggetto.

Per ricavare la massa di Coma verranno usati i dati e riportata la metodologia del lavoro svolto da Kubo et al. (2008) [8].

L'analisi del gravitational lensing di Coma restituisce una formula per ricavare la densità superficiale a partire dal taglio tangenziale del cluster γ_c :

$$\gamma_c = \frac{\bar{\Sigma}(\leq r) - \Sigma(r)}{\Sigma_{crit}} \quad (1.17)$$

dove $\bar{\Sigma}(\leq r)$ è la densità di superficie proiettata all'interno di r , $\Sigma(r)$ è la densità superficiale proiettata al raggio r , e Σ_{crit} è la densità superficiale critica, determinata come:

$$\Sigma_{crit} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_l D_{ls}} \quad (1.18)$$

Dove D_s e D_l e D_{ls} sono le distanze rispettivamente dell'osservatore dalla sorgente luminosa, dell'osservatore dalla lente e della lente dalla sorgente.

per computare la densità superficiale della massa si assume il redshift di Coma $z = 0.0236$ e la velocità del cluster uguale a zero, si ottiene infine un valore di $\Sigma_{crit} = 232699 M_\odot pc^{-2}$

Per ottenere un valore della massa gli autori confrontano i dati osservativi con la funzione di fit NFW.

per ricavare i due parametri r_s e c per questo sistema viene usata una legge che esplicita la dipendenza dal taglio medio ottenuto con il lensing e la distanza, spiegata in Wright et al.(2000) [11]:

$$\bar{\gamma}_{NFW}(r_{200}) = \frac{r_s \rho_c}{\Sigma_{crit}} \mathcal{F}(c) \quad (1.19)$$

Dove $\mathcal{F}(c)$ è una funzione che dipende solo dal parametro c :

$$\mathcal{F}(c) = \delta_c \left\{ \frac{2}{c^2} \left[\int_0^1 g_<(x') x' dx' + \int_1^c g_>(x') x' dx' \right] \right\} \quad (1.20)$$

qui $g_<$ e $g_>$ sono due funzioni della variabile adimensionale $x = \frac{r}{r_s}$ ottenute integrando la 1.16 per ottenere un'espressione della densità superficiale media $\bar{\Sigma}_{NFW}$. Si noti che il confronto con questa formula può essere fatto sotto

l'ipotesi che il potenziale gravitazionale del sistema non sia quello di una sfera isoterma, come è stato considerato fin ora, il quale è un modello che viene usato per fare stime di massa gravitazionale senza tener conto della struttura interna e della complicatezza del sistema, bensì di una sfera circondata da un alone di materia oscura, ipotesi necessaria per potersi confrontare con l'NFW a prescindere.

Confrontando l'espressione del taglio (1.17) con l'equazione (1.19) viene ricavato un valore di $r_{200} = 1,46_{-0,22}^{+0,21} Mpc$ e il valore del parametro di concentrazione $c = 3,84_{-1,84}^{+13,16}$, che restituiscono infine una massa di:

$$M_{200} = \frac{800}{3} \rho_c r_{200}^3 = 1,88_{-0,56}^{+0,65} \times 10^{15} M_{\odot} \quad (1.21)$$

1.3 Contributi di massa visibile nel cluster

1.3.1 Massa stellare

Per misurare la massa barionica delle galassie in un cluster e fornire un risultato in ordini di grandezza, citerò i risultati ottenuti da Andreon et al. (2010)[1], i quali utilizzano i dati dello spettro visibile delle galassie di 52 cluster per ottenere valori sull'ordine di grandezza della massa barionica. Dai dati forniti dagli autori, viene ricavata la luminosità delle galassie contenute nei singoli cluster, e viene costruito un profilo di luminosità, confrontato poi con il profilo massa-luminosità (M/L) ricavato da Cappellari et al.(2003) [4] per ottenere una tabella indicativa dell'ordine di grandezza dei 52 cluster campioni e ricavare un *fitting model* empirico per una correlazione degli ordini di grandezza della massa barionica stellare (che include tutte le galassie) M_* e della massa totale gravitazionale del sistema M_{200} :

$$\log(M_*) = (0.45 \pm 0.08) \log(M_{200} - 14.5) + 12.64 \pm 0.03 \quad (1.22)$$

Inserendo quindi i dati sulla massa gravitazionale di Coma cluster (ad esempio quella ottenuta con l'equazione dell'equilibrio idrostatico, Sezione 1.2.2), stimando il numero di galassie di Coma a *1000 galassie* ottengo una stima in prima approssimazione della massa barionica stellare: $M_* = 1,13 \times 10^{13} M_{\odot}$

Si noti che nella derivazione del modello usato nell'equazione (1.22) il cluster Coma non rientra nei 52 cluster analizzati, e pertanto il modello potrebbe riscontrare delle variazioni se si tenesse in conto del cluster in questione, tuttavia, per lo scopo della derivazione dell'ordine di grandezza della massa stellare di Coma, può essere usato, anche in vista delle considerazioni che verranno fatte alla fine della Sezione.

1.3.2 Massa gassosa

Per misurare la quantità di ICM in un cluster posso utilizzare l'intensità di radiazione X che arriva al rilevatore di fotoni, e ricavarne la massa[3]:

IL gas ICM a queste temperature produce Bremsstrahlung, un processo che affligge gli elettroni quando si muovono ad alte velocità in un plasma ionizzato, come in questo caso:

Un elettrone che si muove verso un nucleo a causa della repulsione coulombiana viene deviato, perdendo energia cinetica ed emettendo un fotone, ciò risulta in una radianza spettrale che è proporzionale alla densità di elettroni contenuta nel plasma, data da [7]:

$$n_e(r) = n_0 \left(1 + \frac{r^2}{a^2}\right)^{-3\beta/2} \quad (1.23)$$

dove $r = \sqrt{R^2 + z^2}$ è la distanza dal centro (R è il raggio proiettato e z la linea di vista) a è il raggio della distribuzione delle galassie e $\beta = \frac{\mu m_p \sigma^2}{3k_b T}$, dove μ è il peso molecolare medio del gas (=0.6), m_p è la massa del protone, e σ è la dispersione di velocità delle galassie nel cluster. n_0 invece è una densità di scala, incognita.

L'emissività della Bremsstrahlung si può scrivere come:

$$\epsilon_{br}(r) = n_e^2(r) g(E, T) (k_b T)^{-1/2} e^{-E/k_b T} \quad (1.24)$$

dove il fattore $g(E, T)$ si chiama fattore di Gaunt $(0.9(E/k_b T))^{-0.3}$ per questo sistema [7])

La luminosità superficiale quindi sarà ricavata integrando in un certo range di energia e in tutta la linea di vista la (1.24):

$$S(R) = \int_{E_1}^{E_2} dE \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon_{br} dz \quad (1.25)$$

La risoluzione dell'integrale porta alla formula finale per la luminosità superficiale[7]:

$$S(R) = S_0 \left(1 + \frac{R^2}{a^2}\right)^{-5\beta/2} \quad (1.26)$$

Dalla derivazione dell'integrale, all'interno della costante S_0 compare il valore di n_0 , per cui, avendo fatto un fit della luminosità in funzione del raggio usando la (1.26), posso ricavare il valore di n_0 da inserire nella (1.23) per trovare la densità elettronica ad un determinato raggio r, e quindi, la massa.

Per ricavare la luminosità si usano dei detector che effettuano conteggi al secondo di fotoni che arrivano dalla radiazione a raggi X, che viene convertita quindi in un flusso F, l'intensità di superficie sarà quindi misurata come $S = \frac{F}{S}$ dove S è la superficie coperta dalla sorgente emittente [6].

La funzione di massa sarà quindi:

$$M_{gas}(r_b) = 4\pi m_A \int_0^{r_b} n_e(r) r^2 dr \quad (1.27)$$

Dove m_A è la massa media di un atomo nel gas, ricavabile sapendo che il gas è composto prevalentemente da idrogeno ed elio, informazione che si ricava dalle misure spettroscopiche, ed r_b è un raggio arbitrario nel quale decidiamo di calcolare la massa, in questo caso riporto lo stesso di quello usato in tutti i metodi precedenti.

I dati che verranno utilizzati per calcolare la massa di Coma sono riportati in Briel et al(1992). [3]:

- $n_0 = 3,3 \times 10^{-9} m^{-3}$
- $r_b = 3,7 Mpc$
- $a = 0,30 Mpc$
- $\beta = 0,75$
- $m_A = 1,9 \times 10^{-27} kg$

con i quali troviamo un valore per la massa del gas nel cluster Coma di $2,36 \pm 0.15 \times 10^{14} M_{\odot}$.

1.3.3 Considerazioni sui contributi di massa barionica

Dopo aver ricavato le masse barioniche dovute ai due maggiori contributi della materia barionica in un cluster, e prima di proseguire con il confronto con la massa gravitazionale, analizziamo in dettaglio i due contributi:

- la massa dovuta alle galassie: $M_* = 1,13 \times 10^{13} M_{\odot}$
- la massa del gas: $M_{gas} = 2,36 \pm 0.15 \times 10^{14} M_{\odot}$

Notiamo che facendo un semplice confronto, la massa del gas risulta superiore alla massa delle galassie di un fattore di circa un ordine di grandezza, e soprattutto, guardando meglio il valore ottenuto del gas, notiamo come il valore della massa stellare rientri nell'incertezza di quest'ultimo, pertanto il contributo di massa stellare può definirsi **trascurabile**.

Per la Sezione successiva verrà quindi utilizzato un valore della **massa barionica totale** corrispondente alla massa del gas M_{gas}

1.4 Tabelle di confronto dei risultati e considerazioni finali

Dopo aver analizzato tutti i metodi visti nelle sezioni precedenti, nella Tabella 1.1 sono elencati i valori delle masse gravitazionali calcolate per il cluster Coma.

Metodo utilizzato	Valore massa in M_{\odot}
Teorema del Viriale	$2,56 \times 10^{15}$
Equilibrio idrostatico	$2,64 \times 10^{15}$
Gravitational lensing	$1,88_{-0,56}^{+0,65} \times 10^{15}$

Tabella 1.1: Masse gravitazionali del il cluster Coma

L'analisi della tabella suggerisce che i metodi sono consistenti tra di loro, dato che seguono lo stesso ordine di grandezza e differiscono di una percentuale, pertanto possiamo essere alquanto sicuri sull'ordine di grandezza della massa gravitazionale.

Se invece paragoniamo uno qualunque dei 3 risultati con il valore ottenuto della massa del gas attraverso l'analisi dello spettro elettromagnetico, otteniamo (ad esempio utilizzando il valore della massa gravitazionale ottenuta con equilibrio idrostatico:

$$f_{mass} = \frac{M_{grav}}{M_{gas}} = \frac{2,64 \times 10^{15}}{2,36 \times 10^{14}} \approx 10 \quad (1.28)$$

Ovvero è presente una discrepanza tra la massa gravitazionale e quella visibile di circa un ordine di grandezza.

Come sarà più chiaro nel Capitolo 2, questa discrepanza ritornerà anche nel caso della galassia isolata, e il paragone tra i due sistemi fisici con descrizioni diverse porterà ad una discrepanza uguale tra massa luminosa e massa gravitazionale, fornendo una forte prova dell'esistenza della **Materia Oscura**.

Capitolo 2

Galassie a spirale isolate

2.1 Caratteristiche della galassia isolata

Una discrepanza fra massa visibile e massa gravitazionale osservate nei cluster, vengono osservate anche nelle galassie isolate, la loro analisi non solo conferma la discrepanza in massa di circa un ordine di grandezza, ma aiuta a capire anche altre proprietà della materia oscura, ed aiuta a stabilirne un comportamento dinamico più caratterizzato.

In questo Capitolo, La massa gravitazionale sarà stimata utilizzando **misure dinamiche** a partire dall'assunzione che la galassia ruoti di moto circolare uniforme, e sfruttando i dati sulle velocità di rotazione galattiche per comprendere meglio dove si trova la *materia mancante* in una galassia, e stimarne grossomodo anche un rapporto con quella visibile, e provando che si incontra la stessa discrepanza trovata per i cluster. Per stabilire la discrepanza in massa, verrà illustrato un problema esempio sulla determinazione della densità di un alone di materia oscura, e verranno fatte prime considerazioni sulla sua natura, approfondita nel Capitolo 4.

Di seguito una breve descrizione del sistema fisico che si è tenuto in considerazione:

Il sistema fisico che studia le curve di rotazioni galattiche è caratterizzato da una galassia approssimabile come un disco bidimensionale, di raggio R_D con simmetria circolare e autogravitante, ovvero tenuto insieme solo dalla forza di attrazione gravitazionale. Il contributo di massa maggiore nelle galassie è dato dalle stelle presenti al suo interno, le quali ruotano in maniera quasi uniforme intorno al centro della galassia, ospitato solitamente da un buco nero. Le stelle posseggono una temperatura che emette nel raggio del

visibile/ultravioletto ($10^3 K < T < 10^4 K$).

l'ammontare di gas interstellare presente nella galassia invece, a differenza dei cluster è circa il 10% della massa totale della galassia, pertanto può essere trascurato.

2.2 Massa gravitazionale della galassia isolata

Utilizzando la dinamica rotazionale si può ricavare in prima approssimazione una stima della massa gravitazionale delle galassie isolate. Si consideri un sistema di molte approssimato ad un disco rigido bidimensionale, che ruota intorno al proprio centro con una velocità v . Un punto materiale di massa m è posto all'interno del disco.

L'unica forza che agisce su questo corpo è quindi la forza di attrazione gravitazionale:

$$F = \frac{GmM(R)}{R^2} \quad (2.1)$$

dove $M(R)$ è la distribuzione di massa della galassia, che è una funzione della distanza dal centro R , che in maniera del tutto generale non è una costante, siccome non si è fatta alcuna ipotesi sull'isotropia del sistema.

Conoscendo quindi la distribuzione di densità posso ricavare la relazione sulla velocità di rotazione del sistema $v(R)$. Ad esempio: sotto l'ipotesi di orbita circolare, simmetria sferica della galassia e soprattutto l'ipotesi di **bilanciamento tra forza centrifuga e forza di attrazione** ottengo:

$$\begin{aligned} a_c &= a_m \\ \implies v^2 &= \frac{GM(R)}{R} \end{aligned}$$

dove a_c e a_m sono le accelerazioni dovute dalla forza centrifuga e dalla forza gravitazionale rispettivamente. Da cui

$$v = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}} \quad (2.2)$$

Mettendoci all'esterno del sistema posso sostituire $M(R)$ con M_D la massa totale della galassia.

Facendo questo l'unica dipendenza di $v(R)$, rimuovendo G , ed M_D che una volta misurata è costante, resta una dipendenza da $R^{-\frac{1}{2}}$

$$v \propto \frac{1}{\sqrt{R}} \quad (2.3)$$

Tuttavia misure osservative, eseguite durante un'innovazione tecnologica che iniziò negli anni Sessanta del Novecento [2] attribuita a Kent Ford sulla spettrografia, e dovute in primis a Vera Rubin, mostrano come le curve di rotazione di varie galassie non rispettassero questa legge di proporzionalità al di fuori del disco, ma anzi, se consideriamo la curva, a partire da R_D , dove dovrebbe dimostrare questo comportamento, si appiattisce e continua come costante, suggerendo che il disco quindi non termini proprio ad R_D e implicando, quindi come prima ipotesi la presenza di materia non luminosa ai limiti della galassia, uno sketch della curva in questione è mostrato nella Figura 2.1.

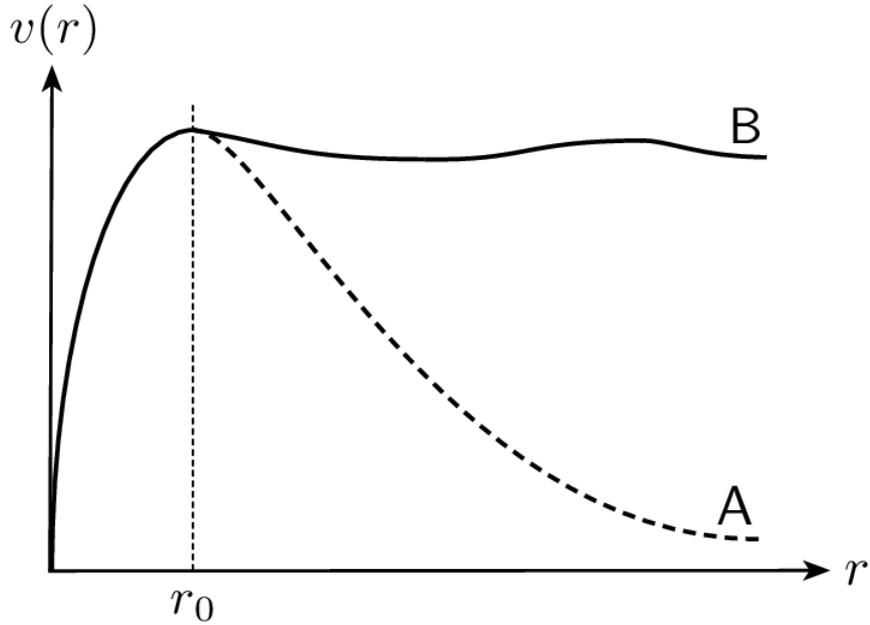


Figura 2.1: Un'immagine esempio di una curva di rotazione galattica, la curva A tratteggiata rappresenta la curva teorica, la curva B rappresenta una ricostruzione dei risultati osservativi delle velocità misurate a determinati r , r_0 invece è il raggio stabilito come limite della galassia luminosa

2.3 Problema esempio sulla galassia isolata

Qui di seguito è riportato un problema che utilizza le curve di rotazione per stimare la distribuzione spaziale di massa mancante al di fuori del disco galattico: il problema riportato è il seguente:

Avendo misurato ad un raggio R_s di 15kpc una velocità di rotazione v_{oss} di 220 km/s di una galassia di massa M_D di $10^{10}M_\odot$, stimare la densità della materia mancante presente nella galassia

Per procedere considero che avendo misurato questa velocità ad una distanza maggiore del raggio del disco ($R_s > R_D$) posso considerare la massa totale della galassia anziché la distribuzione di massa.

Se la massa del disco fosse solo M_D allora avrei che la velocità misurata dovrebbe coincidere con quella teorica prevista dalla legge (2.2), ma ciò non accade, infatti:

$$v_{teor} = \sqrt{\frac{GM_D}{R_D}} = 53.668 \text{ km/s} < v_{oss} \quad (2.4)$$

questo implica che la massa al numeratore nella formula (2.4) dovrebbe risultare maggiore di quella osservata, in accordo con le considerazioni fatte nella Sezione precedente.

Per cui la massa effettiva M_{eff} sarà data da:

$$M_{eff} = \frac{R_s v_{teor}^2}{G} = 1.12 \times 10^{11} M_\odot \quad (2.5)$$

E infine la massa della materia mancante sarà data dalla differenza tra le due masse.

$$M_M = M_{eff} - M_D = 1 \times 10^{11} M_\odot \quad (2.6)$$

che come si nota è di un ordine di grandezza maggiore della massa barionica della galassia, una discrepanza simile di quella discussa nei cluster di galassie nel Capitolo 1.

Infine la densità di materia mancante (supposta costante) contenuta nel disco, calcolata a 15kpc, tenendo conto dell'approssimazione di simmetria sferica della galassia, e sotto l'ipotesi che la materia mancante non si trovi solo all'esterno del disco ma in tutta la galassia, ipotesi perlopiù valida (Capitolo 4) sarà data da:

$$\rho_M = \frac{3M_M}{4\pi R_s^3} = 7,07 \times 10^{-3} \frac{M_\odot}{pc^3} \quad (2.7)$$

2.3.1 Considerazioni sulla densità

La densità di materia mancante ottenuta nel Paragrafo precedente è ad oggi associata alla materia oscura presente nella parte esterna ad un disco galattico, tuttavia durante gli anni sono state fatte delle controipotesi, ad esempio che la materia mancante potrebbe essere formata da degli oggetti non luminosi chiamati MACHO (Massive Compact Halo Objects) situati nella parte estrema della galassia, ipotesi facilmente smentibili:

Se consideriamo la densità calcolata nella (2.7), supponendo che i MACHO fossero dei planetoidi di massa simile a quella del pianeta Giove ($M_J = 9.5 \times 10^{-4} M_\odot$), avremmo che in $1pc^3$:

$$\begin{aligned} 7,07 \times 10^{-3} &= N \times 9.5 \times 10^{-4} \\ \implies N &= \frac{7,07 \times 10^{-3}}{9.5 \times 10^{-4}} = 7,44 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Dove N è il numero di planetoidi che sarebbero contenuti in un pc^3 , che sono troppo pochi per spiegare il comportamento delle curve di rotazione osservate.

Se inoltre tenessimo conto dell'ipotesi che la densità fosse costante in tutto il disco, come abbiamo fatto per ricavarla nell'equazione (2.7), potremmo anche stimare quanta materia oscura si trova ad esempio, nei dintorni solari. Prendiamo infatti il sistema solare, e consideriamo lo spazio intorno ad esso di volume $1pc^3$

In questo sistema, la maggior parte della massa è costituita da quella del Sole, ciò vuol dire che in prima approssimazione, la massa totale contenuta in questo volume è di $1M_\odot$.

La materia mancante presente quindi in questa sfera, sarebbe, sempre usando il risultato del problema precedente, e supponendo la densità come costante:

$$M_M = \rho_M \times 1pc^3 = 7,07 \times 10^{-3} M_\odot \quad (2.9)$$

ovvero la materia oscura sarebbe molto negligibile rispetto alla materia visibile.

Ma come abbiamo constatato calcolando la massa di materia mancante nel problema (2.6), la suddetta massa dovrebbe essere di un ordine di grandezza **superiore** alla massa di materia luminosa, *se la densità della materia oscura fosse costante rispetto al raggio*. Pertanto la densità non può essere costante, oppure la materia è distribuita in modo diverso nel disco; nel Capitolo 4 vedremo come entrambe le considerazioni sono giuste.

Capitolo 3

Bullet Cluster e la Materia Oscura

3.1 Caratteristiche dei Bullet Cluster

Dopo aver trattato dei due sistemi fisici che propongono l'ipotesi per spiegare la discrepanza di massa nell'Universo, e prima di continuare con la descrizione delle proprietà fisiche ricavate, bisogna ora fornire una prova più diretta dell'esistenza di una fonte gravitazionale non visibile, che trascenda le condizioni di simmetria ed equilibrio dei sistemi considerati, e che sia in quanto più accordo possibile con la teoria della gravità esistente, per distinguere l'ipotesi della materia oscura, dall'ipotesi che la teoria della gravità debba essere modificata.

Grande oggetto di studio astronomico, per questi fini, sono i cosiddetti **Bullet Cluster**, ovvero il sistema fisico dove due cluster di galassie, di massa differente, collidono e si scambiano energia tra di loro. Il fenomeno è particolarmente importante perché aiuta a separare le due componenti barioniche dei cluster di galassie, perché rompe il concetto di simmetria e di equilibrio idrostatico, e mette un forte accento su quale sia davvero la componente maggiore di potenziale gravitazionale nel sistema, ovvero la **materia oscura**, oltre a definirne una sua molto importante proprietà (Capitolo 4).

Supponiamo in prima ipotesi che il cluster fosse fatto *solo di materia barionica* per dimostrare che la materia visibile non è il contributo maggiore del potenziale analizziamo i suoi due elementi fondamentali:

- Le galassie del cluster, che costituiscono il minor contributo di massa gravitazionale, si comportano come particelle non interagenti [5].

- Il plasma di gas X-Ray, che costituisce il contributo maggiore del potenziale, è invece distribuito in maniera più uniforme, pertanto, in una situazione di collisione, sarà l'unico contributo ad interagire.

Dalle considerazioni sopra fatte, ci si aspetta quindi che, dopo la collisione, le galassie non vengano perturbate dall'interazione, mentre invece il gas rallenti a causa dello scambio di energia, e si sposti dal centro spaziale dei cluster individuali, identificato di solito con la galassia più luminosa, la Brightest Cluster Galaxy (BCG); ma se l'ipotesi di materia solo barionica fosse corretta, siccome il gas corrisponde al contributo maggiore della massa gravitazionale, anche i centri del potenziale dovranno quindi spostarsi verso la posizione del gas dopo l'urto, tuttavia, vari studi di potenziali gravitazionali, effettuati su vari bullet cluster, mostrano che ciò non accade. Nella prossima Sezione verrà riportato il lavoro svolto da Clowe et al. (2006) [5] sul cluster merger 1E0657–558, e si analizzeranno i risultati, che portano ad una prova empirica dell'esistenza della materia oscura.

3.2 Analisi del cluster merger 1E0657–558

Il sistema 1E0657–558 consiste nell'interazione di un subcluster meno massivo ($T \approx 6 \text{ keV}$) e un cluster principale più massivo ($T \approx 14 \text{ keV}$), le osservazioni X-Ray del telescopio Chandra mostrano le due nuvole di gas, spostate dalla BCG a causa della collisione, quella corrispondente al subcluster appare visibilmente affusolata (da qui il nome *bullet* cluster), indicando che esso si sta allontanando dal principale con una velocità di circa 4700 km/s, la ricostruzione del sistema è mostrata nella Figura 3.1, la cui analisi mostra nettamente le considerazioni fatte nella Sezione precedente sulle galassie e sul gas.

Per comprendere appieno se il gas è davvero il primo contributo del potenziale del sistema, bisogna appunto eseguire una mappa di esso, per farlo non ci si può chiaramente affidare al gas come è stato fatto nel nel Capitolo 1, rimane quindi come ottimo metodo quello di sfruttare il weak gravitational lensing, come è stato fatto dagli autori, considerando anche che è tutt'oggi il metodo più usato per ricavare mappe di massa gravitazionale, nonché il più preciso.

3.2.1 Approccio all'analisi con il gravitational lensing

Per eseguire quindi una mappa del potenziale gravitazionale, gli autori hanno provveduto a misurare il taglio ridotto $\vec{g} = \vec{\gamma}/(1 - \kappa)$ dove il taglio $\vec{\gamma}$

è la quantità di distorsione dell'immagine dovuta dal piegamento della luce che arriva all'osservatore, mentre κ è l'ingrandimento dell'immagine della galassia dovuto alla fonte gravitazionale, che è strettamente collegato alla distribuzione di densità superficiale, e che quindi viene utilizzato per fornire una mappa della densità dell'oggetto, derivando infatti l'espressione di \vec{g} ot-
tengo:

$$\nabla(1 - \kappa) = \frac{1}{1 - g_1^2 - g_2^2} \begin{pmatrix} 1 + g_1 & g_2 \\ g_2 & 1 - g_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{1,1} + g_{2,2} \\ g_{2,1} - g_{1,2} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

dove le g_i sono le coordinate del vettore \vec{g} e $g_{1,j}$ le derivate parziali.

La mappa ottenuta di κ è rappresentata sovrapposta alle immagini del cluster nella Figura 3.1

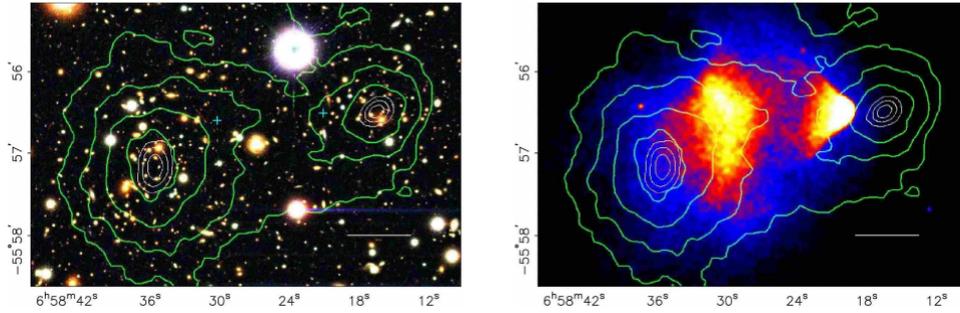


Figura 3.1: Sulla sinistra, il cluster 1E0657-558 ripreso da Magellan, dove si vedono nettamente le galassie formanti i due cluster, e le corrispondenti BCG. Sulla destra la rappresentazione del gas X-Ray, ripreso da Chandra, si nota bene il "bullet" che dà un indizio su come si muove attualmente il subcluster e a che velocità. In verde sono rappresentate le ricostruzioni delle misurazioni di κ con il weak lensing, le linee in bianco corrispondono ai picchi di κ , i "+" invece rappresentano le posizioni approssimate dei centri delle nubi di plasma

La misurazione di κ , con dovuti accorgimenti, dà un'informazione sui picchi del profilo di densità del cluster, informazione sufficiente per comprendere la posizione del centro di massa del sistema, e quindi per confutare l'ipotesi di materia unicamente barionica.

3.2.2 Considerazioni finali

L'analisi della Figura 3.1 fa notare che, i centri di densità del cluster, anche dopo l'impatto, sono comunque rimasti pressappoco vicini alla BCG dei

cluster singoli, ciò viene dimostrato anche dal fatto che, ai calcoli delle masse barioniche del gas (attraverso l'analisi dei dati di Chandra utilizzando la metodologia vista nella Sezione 1.3.2) e delle galassie (utilizzando i rapporti M/L, Sezione 1.3.1), viene affiancata la quantità $\bar{\kappa}$, che indica grossomodo il valore di κ nei vari luoghi della collisione (BCG e centri delle nuvole di plasma), e si nota come, nei pressi delle BCG il valore rimane nettamente più ampio rispetto che sulle nuvole del gas, e che i picchi siano leggermente spostati nella direzione del plasma, ma non in maniera sufficiente come ci si sarebbe aspettato.

Da questa analisi, quindi, ritraggo le seguenti conclusioni:

- Il centro di massa dei due cluster è rimasto comunque presso le BCG nonostante si veda che il gas è spazialmente parecchio spostato dal centro, in un'ipotesi di materia puramente barionica ciò sarebbe impossibile, perchè le galassie sono un contributo piccolissimo del potenziale, dunque il bilancio dovrebbe essere spostato di molto verso il centro del gas (indicato come i "+" nella Figura 3.1).
- Le nuvole di gas hanno effettivamente interagito, ma hanno di poco spostato i picchi di densità del sistema, indicando che il gas non è il contributo maggiore di massa **gravitazionale**, ma solo di quella **barionica** ed esiste quindi un contributo ancora maggiore di massa, dovuto ad una sorgente che non emette luce, ovvero la **Materia Oscura**
- La Materia Oscura, come le galassie, non ha interagito, nè con la materia circostante, nè soprattutto con *sè stessa* (Capitolo 4)

una simulazione dell'evento che tiene conto anche della Materia oscura è riassunta nella Figura 3.2.

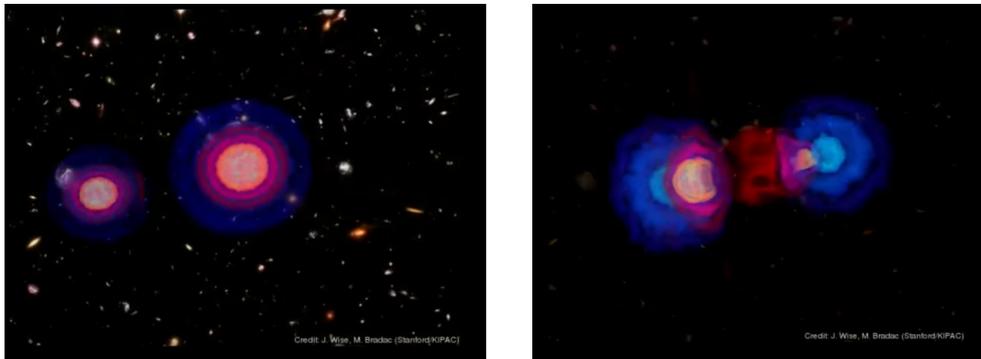


Figura 3.2: Simulazione della collisione di due cluster: la materia oscura è indicata in blu, la quale prima e dopo la collisione si muove insieme al centro di massa del cluster, il plasma è indicato in colori chiari, esso è l'unico componente che interagisce, rallenta rispetto al centro di massa e forma le code, l'effetto è particolarmente visibile nel subcluster, dove il gas rallenta di più.

Capitolo 4

Proprietà e caratteristiche della Materia Oscura

Una volta riconosciuta la materia oscura come sorgente gravitazionale, in questo Capitolo si proverà a ricavare dai risultati di quelli precedenti, alcune delle sue proprietà:

- Da vari risultati proposti, dai quali prenderò d'esempio quello ottenuto nella Sezione [1.3.2](#) si può dedurre che la materia oscura **non interagisce con la radiazione elettromagnetica**.
- Dall'analisi del Bullet Cluster del Capitolo 3 si evidenzia bene come la materia oscura **non interagisce con la materia** e soprattutto **non interagisce con sè stessa**.
- Dall'analisi delle curve di rotazione svolta nel Capitolo 2 possiamo infine analizzare l'andamento della **densità** della materia oscura.
- Tuttavia, l'unica proprietà che ci permette di provarne l'esistenza, che è sfruttata in tutto questo lavoro di tesi, è che la materia oscura, così come qualunque altro elemento dell'universo obbedisce alla **gravità** e pertanto sappiamo che è dotata di massa e che risente delle curvature dello spazio-tempo.

Nelle prossime Sezioni verranno evidenziate e messe in rilievo le proprietà sopra menzionate, ed infine verranno espresse delle conclusioni.

4.1 Proprietà di interazione della Materia Oscura

4.1.1 Interazione con la luce

Consideriamo di nuovo il problema discusso nella Sezione 1.3.2, notiamo come il contributo della materia ottenuta analizzando l'*interazione dei fotoni con la materia* del gas ICM, non tiene conto della materia oscura, come viene evidenziato dal confronto con la massa gravitazionale. (Sezione 1.4)

L'ipotesi dominante su questo è che le sezioni d'urto dei fotoni su una ipotetica particella di materia oscura sono così basse che l'effetto di assorbimento (e quindi sicuramente di riemissione) di fotoni è estremamente difficile da rilevare, una proprietà che da sola non pone problemi, siccome anche i *neutrini* ad esempio godono della stessa proprietà, tuttavia essendo i neutrini dei leptoni, sono in grado di essere rilevati successivamente all'interazione con altre particelle elementari, o dopo la collisione di due adroni, e possono essere facilmente collocati nel **Modello Standard**.

Ma come evidenziato precedentemente, la materia oscura non gode di questa proprietà.

4.1.2 Interazione con la materia e con sé stessa

Dalla Sezione 1.4 si osserva che la massa della materia oscura domina sulla massa barionica di circa un ordine di grandezza. Dall'analisi dei picchi di densità del Bullet Cluster (Sezione 3.2.2) si nota invece che i centri di massa dei cluster individuali sono rimasti localizzati sulle rispettive BCG, indicando che il contributo maggiore della massa gravitazionale (materia oscura) non ha interagito nè con il gas ICM, e soprattutto neanche con sé stessa, una proprietà unica proprio della materia oscura e che rende la stessa estremamente difficile da rilevare, nonostante sia presente in così grande numero nell'Universo.

4.2 Densità della materia oscura

4.2.1 L'andamento della densità in una galassia isolata

Nella Sezione 2.3.1 si è osservato come una densità di materia oscura costante non spiegherebbe una quantità di materia oscura così elevata nelle galassie, pertanto va analizzato come la materia oscura si colloca in un disco galattico. Si consideri una galassia in formazione, che consiste in prima approssimazio-

ne in una sfera *dissipativa* di particelle calde interagenti tra di loro. Siccome sono appunto, interagenti, si avrà che, il sistema, se la materia è dissipativa, irradierà per abbassare la sua energia, riducendo la temperatura, e quindi inizierà a contrarsi sotto l'effetto dell'attrazione gravitazionale, seguendo il criterio di instabilità di Jeans. Tuttavia nonostante la contrazione, per conservare il momento angolare, la galassia inizia ad appiattirsi e a ruotare, e formerà eventualmente il disco di materia luminosa.

Se ora consideriamo una materia non dissipativa, essa è incapace di irradiare, e quindi, se la sfera all'inizio si trova sovrapposta alla materia luminosa, rimarrà nella stessa forma e con tutte le stesse proprietà fisiche che aveva mentre la materia luminosa si raffredda e contrae.

Supponendo quindi, che in fase di formazione galattica il sistema fosse composto sia da materia oscura sia da materia barionica in egual misura, la materia oscura occuperà lo stesso spazio che occupava precedentemente, mentre la galassia si contrae.

Il risultato finale è quindi che la materia oscura che corona una galassia, non si trova solo nel piano del disco, ma in una sfera che lo contiene.

Una volta risolto il problema della forma del sistema, bisogna ora capire come si è distribuita la materia oscura nel disco durante la formazione galattica: un'ipotesi, basata sul fatto che nella curva di rotazione galattica la parte esterna ad R_D vada come una costante, implica che lì la velocità delle galassie deve rimanere costante in quella zona:

$$\begin{aligned}
 v &\propto M(R)/r = \text{const} \\
 \implies \int_{R_D}^{R_H} 4\pi\rho(r)r^2 dr &= M(R) \propto r \\
 \implies \rho(r)r^2 &\propto 1 \\
 \implies \rho &\propto \frac{1}{r^2}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

dove R_H sta ad indicare il raggio dell'alone.

Questa relazione può quindi essere un buon punto di partenza per definire un profilo della densità di un alone di materia oscura.

4.2.2 Profilo densità NFW, proprietà

Come risultato di numerose simulazioni ad N-body di aloni di materia oscura, Julio Navarro, Carlos Frenk e Simon White hanno elaborato, nel 1996, una funzione di fitting per stabilire l'andamento della densità di materia oscura

in una galassia o un cluster di galassie.
La formula ricavata è la seguente [9]:

$$\rho(r) = \frac{\rho_{crit}\delta_c}{\frac{r}{R_s}\left(1 + \frac{r}{R_s}\right)^2} \quad (4.2)$$

dove $R_s = R_{200}/c$ è un raggio di scala caratteristico del sistema considerato $\rho_c = \frac{3H^2(z)}{8\pi G}$ è la densità critica al redshift del sistema. δ_c e c sono due parametri adimensionali, collegati dal fatto che la densità media nel raggio viriale R_{200} deve essere uguale a $200 \times \rho_{crit}$:

$$\delta_c = \frac{200}{3} \frac{c^3}{(\log(1+c) - \frac{c}{1+c})} \quad (4.3)$$

Per capire quindi l'andamento in funzione del raggio a vari valori di R possiamo sviluppare il denominatore della 4.2 intorno al raggio di scala R_s :
se $r \ll R_s$

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{r}{R_s}\right)^2 &\approx 1 \\ \implies \rho(r) &\approx \frac{R_s}{r} \propto \frac{1}{r} \end{aligned}$$

se invece $r \gg R_s$

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{r}{R_s}\right)^2 &\approx \left(\frac{r}{R_s}\right)^2 \\ \implies \rho(r) &\approx \left(\frac{R_s}{r}\right)^3 \propto \frac{1}{r^3} \end{aligned}$$

Quindi visti questi andamenti, è ragionevole supporre che, considerando che i raggi dei dischi galattici R_D sono di norma un paio di ordini di grandezza inferiori ai raggi di soglia R_s , in quel regime di distanze la densità abbia un comportamento intermedio tra $\frac{1}{r}$ e $\frac{1}{r^3}$, infatti nella sezione precedente si era inferito un comportamento di $\frac{1}{r^2}$ che ricompare anche in NFW.

Nella Figura 4.1 è rappresentato il confronto con gli andamenti sopra elencati.

Questa formula negli anni si è rivelata utile per galassie di varie forme e proprietà diverse, ed è uno strumento forte per inferire sulla massa della materia oscura contenuta in un disco galattico dal centro fino al raggio considerato.

Infatti basta integrare la (4.2) fino ad un certo R_{max} per ottenere:

$$M = \int_0^{R_{max}} 4\pi r^2 \rho(r) dr = 4\pi \rho_c R_s^3 \left[\ln\left(\frac{R_s + R_{max}}{R_s}\right) - \frac{R_{max}}{R_s + R_{max}} \right] \quad (4.4)$$

Nella formula (4.4) spesso è comodo considerare la fine dell'alone come il raggio viriale, R_{200} ed esplicitare la dipendenza $R_{200} = cR_s$, c è quindi detto *parametro di concentrazione*, che indica il rapporto tra il raggio viriale e il raggio di scala (quindi la "concentrazione" dell'alone)

Facendo così la massa diventa

$$M = \int_0^{R_{200}} 4\pi r^2 \rho(r) dr = 4\pi \rho_c R_s^3 \left[\ln(1+c) - \frac{c}{1+c} \right] \quad (4.5)$$

I valori di c possono essere ricavati tramite confronto tra dati osservativi di galassie in rotazione e il profilo densità NFW (4.2)

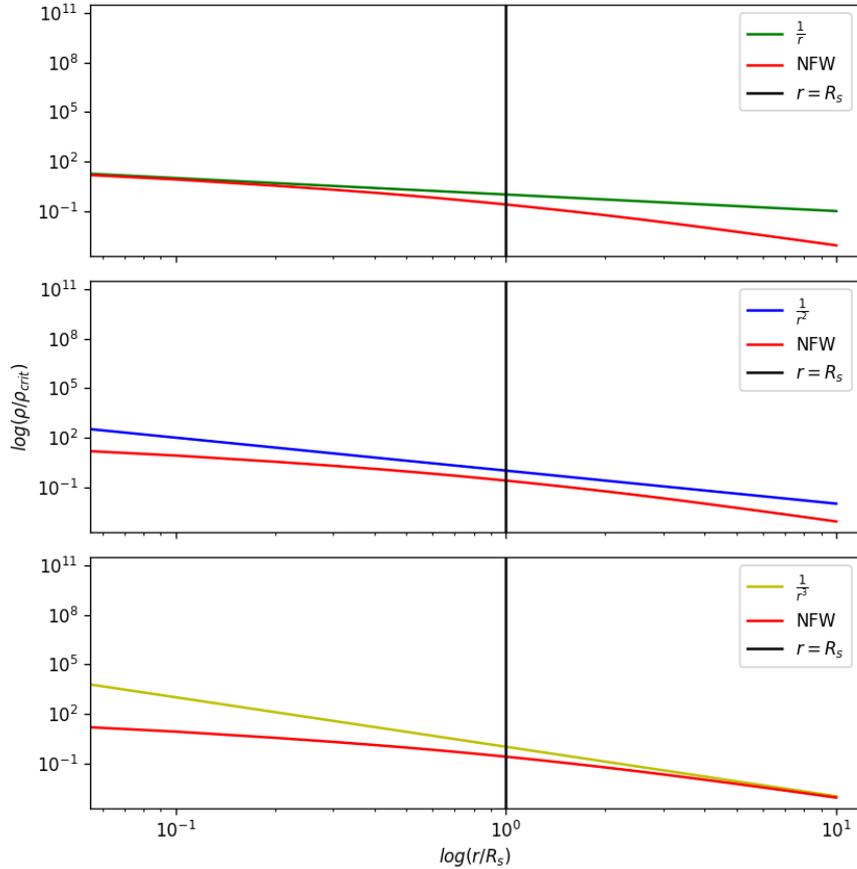


Figura 4.1: Confronto dell'andamento di NFW con le varie potenze di r nell'intorno di R_s , il raggio della galassia è di poco inferiore del raggio di soglia, quindi l'intorno è incluso nell'alone di materia oscura. L'andamento aspettato è quello riportato nella linea blu, ricavato nell'Eq. 4.1, appena ci si allontana da quel regime ci si avvicina agli altri due andamenti.

Conclusioni

Nonostante aver fornito prove che fanno valutare l'esistenza della materia oscura nell'Universo, che corrispondono quindi ad una osservazione *indiretta* di essa, il problema principale è l'osservazione *diretta*, che potrebbe dare un'idea sulla forma che essa può avere, e di che tipo di materia si tratta. Se fosse composta di materia di origine particellare, le quali particelle però non rientrano nel Modello Standard, bisogna effettivamente comprendere in quali delle tante estensioni del Modello essa rientra, per cui la detezione diretta sarebbe estremamente d'aiuto.

Dozzine di esperimenti sono ad oggi adempiti alla detezione di particelle di materia oscura, e molti modelli sono stati formati per cercare di capirne la natura, degni di nota sono i modelli che vedono la materia oscura essere composta da **WIMP** (Weakly Interactive Massive Particles), ovvero particelle dotate di massa ma con sezioni d'urto di interazione qualunque molto piccole, oppure da **neutrini sterili**, ovvero dei particolari tipi di neutrini che interagiscono solamente con la gravità e non con la materia, oppure **assioni**, particelle nate per risolvere una violazione di simmetria nel Modello Standard: la loro modellizzazione prevede un eccesso molto alto in massa e quantità rispetto alla materia barionica, che li rende quindi dei buoni candidati di particelle di materia oscura, eccetera.

In conclusione, la ricerca scientifica è costantemente attiva per scoprire altre proprietà, in attesa di, un giorno, rivelare sempre più novità sul nostro infinito e meraviglioso Universo.

“The practice of science happens at the border between the known and the unknown. Standing on the shoulders of giants, we peer into the darkness with eyes opened not in fear but in wonder.”

— *Brian Cox, Wonders of the Universe*

Bibliografia

- [1] S. Andreon. “The stellar mass fraction and baryon content of galaxy clusters and groups”. In: 407.1 (2010), pp. 263–276.
- [2] Gianfranco Bertone e Dan Hooper. “History of dark matter”. In: *Reviews of Modern Physics* 90.4 (2018), p. 045002.
- [3] UG Briel, JP Henry e H Böhringer. “Observation of the Coma cluster of galaxies with ROSAT during the all-sky survey”. In: *Astronomy and Astrophysics* 259 (1992), pp. L31–L34.
- [4] Michele Cappellari et al. “The SAURON project—IV. The mass-to-light ratio, the virial mass estimator and the Fundamental Plane of elliptical and lenticular galaxies”. In: 366.4 (2006), pp. 1126–1150.
- [5] Douglas Clowe et al. “A direct empirical proof of the existence of dark matter”. In: *The Astrophysical Journal* 648.2 (2006), p. L109.
- [6] Stefano Ettori et al. “Mass profiles of Galaxy Clusters from X-ray analysis”. In: *Space Science Reviews* 177.1 (2013), pp. 119–154.
- [7] JP Henry e MJ Henriksen. “The X-ray structure of the 3C 295 cluster—A cooling flow at a redshift of 0.5”. In: *The Astrophysical Journal* 301 (1986), pp. 689–697.
- [8] Jeffrey Kubo et al. “The Mass of the Coma Cluster from Weak Lensing in the Sloan Digital Sky Survey”. In: *The Astrophysical Journal* 671 (dic. 2008), p. 1466. DOI: [10.1086/523101](https://doi.org/10.1086/523101).
- [9] Julio F Navarro. “The structure of cold dark matter halos”. In: *Symposium-international astronomical union*. Vol. 171. Cambridge University Press. 1996, pp. 255–258.
- [10] Martin White. “The mass of a halo”. In: *Astronomy & Astrophysics* 367.1 (2001), pp. 27–32.
- [11] Candace Oaxaca Wright e Tereasa G Brainerd. “Gravitational lensing by NFW halos”. In: *The Astrophysical Journal* 534.1 (2000), p. 34.