Università degli Studi di Napoli “Federico II”

Scuola Politecnica e delle Scienze di Base
Area Didattica di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Dipartimento di Fisica “Ettore Pancini”

Laurea triennale in Fisica

Simulazione numerica dei terremoti: l'evento sismico dell'Irpinia del 1980

Relatori:
Prof. Gaetano Festa
Prof. Antonio Scala

Candidato:
Anja Hysa
Matricola N85001343

A.A. 2021/2022

Introduzione

Questo elaborato si basa sullo studio dei terremoti, ed in particolare sulla modellazione cinematica della sorgente sismica per studi di scenario. I modelli cinematici di sorgente sono molto utilizzati per descrivere le caratteristiche di una rottura sismica estesa, per cui le dimensioni sono maggiori della lunghezza d'onda di analisi. Questi modelli sono utilizzati per definire degli scenari, nella valutazione del moto forte del suolo e della pericolosità sismica e per comprendere i processi di generazione e propagazione delle fratture sismiche.

L'elaborato è suddiviso in tre capitoli.

Il primo capitolo descrive la nascita della sismologia e introduce le caratteristiche generali di un terremoto. Esso tratta le proprietà fondamentali con la teoria dell'elasticità grazie all'introduzione di alcuni concetti come lo sforzo e la deformazione ed il loro legame (la legge di Hooke) fino ad arrivare all'equazione dell'elastodinamica.

Il secondo capitolo si occupa dello studio cinematico della sorgente sismica: il processo di dislocazione, la rappresentazione della sorgente sismica, la descrizione dei sismogrammi sintetici ed infine vi è un excursus sulle differenti scale magnitudo.

Il terzo ed ultimo capitolo presenta una simulazione di un terremoto che avviene sulla faglia principale del terremoto dell'Irpinia del 1980. Si descrivono le condizioni iniziali del terremoto da simulare e si spiegano gli elementi della simulazione con l'obiettivo di ottenere i sismogrammi sintetici e la legge di attenuazione per questo evento.

Capitolo 1: Terremoti ed onde

1.1 Sismologia

I terremoti sono fenomeni naturali molto diffusi per questo motivo sono stati oggetto di studio fin dalla antichità; si deve giungere, però, al XVIII secolo per avere una prima ipotesi sulla loro origine basata su fondamenti scientifici.
Nasce così la sismologia come scienza che mira a descrivere le proprietà di un terremoto e i fenomeni che ad esso sono connessi, la quale ha avuto il suo più grande sviluppo durante il XX secolo grazie al grande avanzamento tecnologico che ha caratterizzato quell'epoca e a modelli scientifici sempre più moderni.
Lo studio dei terremoti è legato alla geofisica la quale studia la struttura interna della Terra e poiché le onde sismiche si propagano nelle rocce presenti all'interno della Terra è utile conoscere le loro proprietà per uno studio riguardo la propagazione delle onde.
L'avanzamento principale nello studio dei terremoti è avvenuto grazie alla creazione di reti sismiche, un insieme di stazioni, collegate tra di loro, collocate su una determinata area, che forniscono dati che consentono di individuare e caratterizzare i terremoti e le attività vulcaniche.

1.1.1 Sismogramma

Il grafico della registrazione del moto del sottosuolo, effettuata mediante sensori sismici chiamati sismometri, è comunemente noto come sismogramma.
I sismometri sono strumenti che consentono di registrare simultaneamente le tre componenti del moto grazie ai tre sensori orientati lungo le direzioni del piano cartesiano, garantendo così la ricostruzione del vettore spostamento, velocità o accelerazione del suolo, in modo da ricavare le caratteristiche dell'onda.
Una sorgente sismica genera differenti tipologie di onde che viaggiando a velocità diverse e vengono registrate dai sismometri ad istanti di tempo diversi. In particolare, a seguito delle onde primarie P, il sismogramma rivela il sopraggiungere di onde trasversali S, a cui seguono quelle di superficie che possono a loro volta esser distinte in onde di Rayleigh (polarizzazione nel piano verticale) e onde di Love (polarizzazione nel piano orizzontale). Sebbene la loro identificazione sul sismogramma non dovrebbe essere un problema, dal momento che hanno diversi tempi di arrivo, alcune volte può capitare che i sismografi captino le onde sismiche create dal mare, dal vento e da fenomeni antropici, che vengono registrate come rumore di fondo.

1.2 Teoria dell'elasticità

Un'onda sismica che si propaga in un mezzo produce uno spostamento delle sue particelle rispetto alla loro posizione di equilibrio. Pertanto, è necessario introdurre i concetti di sforzo e deformazione e stabilire una relazione tra queste due grandezze ed assumere due condizioni: la prima quella di approssimare la propagazione delle onde sismiche come dovuta a piccoli spostamenti delle particelle che compongono la struttura interna della Terra rispetto alla configurazione di equilibrio, la seconda quella di considerare la Terra come un mezzo elastico.

1.2.1 Sforzo

Lo sforzo è una grandezza fisica che esprime la forza agente per unità di superficie. Presa una superficie **S** ed un campo vettoriale **F** agente su tale superficie, si definisce lo sforzo come:

$$\sigma = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{F}{\Delta S}$$

1.1

Per una forza orientata in modo generico rispetto alla superficie, lo sforzo si scompone nelle sue componenti normale σ_n (lungo la direzione normale n) e di taglio σ_t (lungo la direzione tangenziale t).

Si consideri un sistema di riferimento cartesiano ($Oxyz$) ed un cubo di volume infinitesimale ($Figura$ 1.2.1), si può esprimere lo sforzo in termini delle sue componenti cartesiane. Indicati rispettivamente con T_x, T_y, T_z gli sforzi agenti sulle facce del cubo ortogonali ai versori degli assi $\widehat{u_x}$, $\widehat{u_y}$, $\widehat{u_z}$ posso scrivere:

$$\begin{aligned} T_x &= \sigma_{xx}\widehat{u_x} + \sigma_{xy}\widehat{u_y} + \sigma_{xz}\widehat{u_z} \\ T_y &= \sigma_{yx}\widehat{u_x} + \sigma_{yy}\widehat{u_y} + \sigma_{yz}\widehat{u_z} \\ T_z &= \sigma_{zx}\widehat{u_x} + \sigma_{zy}\widehat{u_y} + \sigma_{zz}\widehat{u_z} \end{aligned}$$

1.2

Per ciascuna componente σij, il pedice i indica la direzione della normale alla superficie su cui agisce la forza, mentre j l'orientazione della componente di quest'ultima.

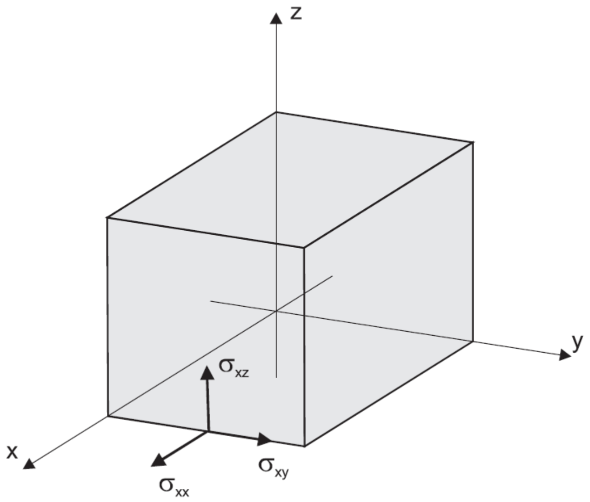


Figura 1.2.1 - Componenti dello sforzo agente sulla faccia parallela al piano (y,z) di un cubo elementare nel limite in cui il volume del cubo tende a zero, le forze agenti sulle facce opposte diventano uguali e dunque basta conoscere il tensore degli sforzi per avere una descrizione del sistema.

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

1.3

Nella rappresentazione matriciale si è sostituito $x \to 1$, $y \to 2$, $z \to 3$.

Nell'ipotesi in cui il corpo sia in uno stato di equilibrio il tensore dello sforzo è simmetrico ossia vale:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

1.4

Analizzando la $Figura$ 1.2.2 si nota che la coppia di forze $\sigma_{21}dxdz$ induce una rotazione in senso anti-orario, mentre la coppia di forze $\sigma_{12}dydz$ induce una rotazione in senso orario. Nell'ipotesi di equilibrio, poiché i momenti delle forze hanno versi opposti, devono essere uguali in modulo:

$$(\sigma_{21}dxdz)dy = (\sigma_{12}dydz)dx$$

1.5

Ossia:

$$\sigma_{21} = \sigma_{12}$$

1.6

generalizzando è possibile applicare questo ragionamento sulle restanti facce del cubo.

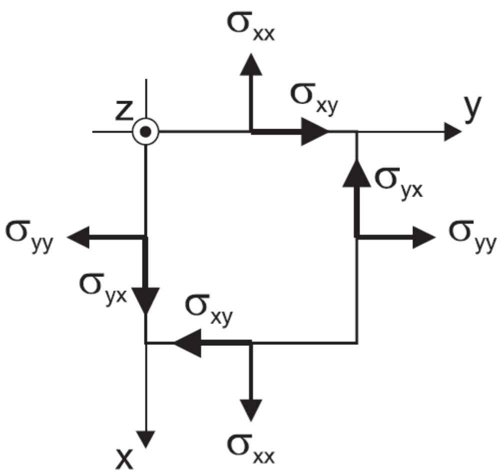


Figura 1.2.2 - Sforzi agenti su una sezione parallela al piano (x,y) di un cubo elementare

1.2.2 Deformazione

Un corpo soggetto a sforzi subisce una deformazione cioè cambia la sua forma e le sue dimensioni. Questa è una grandezza adimensionale e definita, nel caso unidimensionale come il rapporto tra la variazione in lunghezza dovuta alla deformazione Δl per la lunghezza del corpo non deformato l.
Si consideri che un punto P appartenente ad un corpo in equilibrio al tempo $t = t_0$ sia individuato dal vettore $p_0 = x_{01}\widehat{u_1} + x_{02}\widehat{u_2} + x_{03}\widehat{u_3}$, ad un tempo $t > t_0$ il corpo subisce una deformazione ed il punto P si troverà in una nuova posizione individuata dal vettore $p = x_1\widehat{u_1} + x_2\widehat{u_2} + x_3\widehat{u_3}$. Il vettore spostamento sarà:

$$s(P) = p - p_0 \tag{1.7}$$

Analogamente un punto Q distante dr dal punto P ($q_0 = p_0 + dr$) subisce uno spostamento:

$$s(Q) = q - q_0 \tag{1.8}$$

Nella nuova configurazione dei punti P e Q, questi sono distanti dr'
($q = p + dr'$) e riscrivendo il vettore spostamento di Q:

$$s(Q) = (p - p_0) + (dr' - dr) \tag{1.9}$$

poiché risulta ($Figura$ 1.2.3):

$$dr' = dr + ds(P) \tag{1.10}$$

Si ricava:

$$s(Q) = s(P) + ds(P)$$

1.11

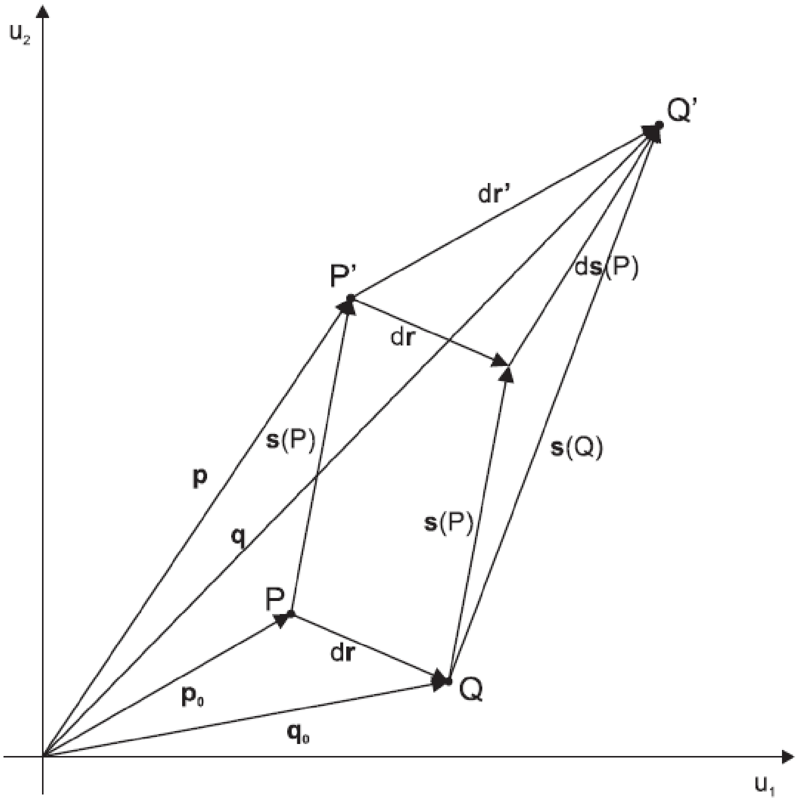


Figura 1.2.3 - Spostamento di un punto Q, prossimo a P, per effetto della deformazione

dove $ds = ds_1\widehat{u_1} + ds_2\widehat{u_2} + ds_3\widehat{u_3}$ (con ds_i per $i = 1{,}2{,}3$ i differenziali delle componenti dello spostamento $s(P)$).

Esplicitando l'espressione del differenziale ds possiamo scrivere:

$$s_j(Q) = s_j(P) + \sum_{i=1}^{3} \left.\frac{\partial s_i}{\partial u_i}\right|_P du_i \qquad \text{con } j = 1{,}2{,}3$$

1.12

Per ogni coppia i e j, il termine $\frac{\partial s_i}{\partial u_i}$ può essere scritto come:

$$\frac{\partial s_j}{\partial u_i} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial s_j}{\partial u_i} - \frac{\partial s_i}{\partial u_j}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial s_j}{\partial u_i} + \frac{\partial s_i}{\partial u_j}\right)$$

1.13

Dove si può riscrivere $s_j(Q)$ come:

$$s_j(Q) = s_j(P) + \frac{1}{2}[(\nabla \times s) \times du]_j + \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{2}\left(\frac{\partial s_j}{\partial s_i} + \frac{\partial s_i}{\partial s_j}\right) du_i$$

1.14

i primi due termini del secondo membro corrispondono ad una traslazione ed una rotazione rigida, mentre il terzo descrive le deformazioni subite dal sistema dove ciascun termine:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial s_j}{\partial u_i} + \frac{\partial s_i}{\partial u_j}\right)$$

1.15

è un elemento del tensore simmetrico delle deformazioni infinitesime (strain).

Si consideri un parallelepipedo ($Figura$ 1.2.4) che subisce una deformazione nelle tre direzioni.

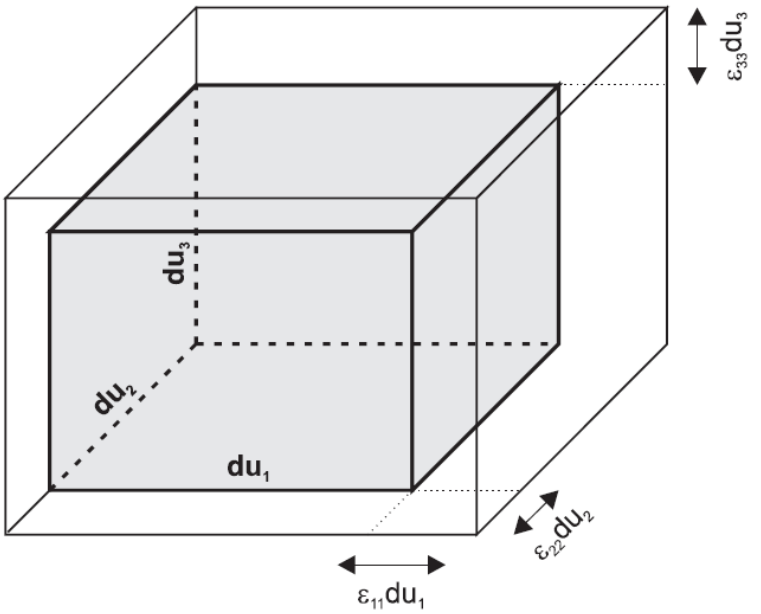


Figura 1.2.4 - Un parallelepipedo di dimensioni iniziali du1, du2, du3, che subisce una deformazione

Il volume per parallelepipedo non deformato risulta $dV = du_1 du_2 du_3$.

In seguito alla deformazione, ogni lato sarà:

$$du_i' = du_i + \varepsilon_{ii} du_i \qquad \text{con } i = 1,2,3$$

1.16

Pertanto il volume deformato sarà:

$$dV' = du_1' du_2' du_3' = du_1(1 + \varepsilon_{11}) du_2(1 + \varepsilon_{22}) du_3(1 + \varepsilon_{33})$$

1.17

Trascurando i termini in ε di ordine superiore al primo ($\varepsilon_{ij} \ll 1$) in definitiva:

$$dV' = dV + \Delta dV = (1 + \Delta)dV \tag{1.18}$$

Dove la quantità $\Delta = \nabla \cdot s = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ viene definita dilatazione, la quale rappresenta la frazione di volume di cui è variato dV ed esprime la deformazione volumetrica.

1.2.3 Legge di Hooke

La relazione lineare che lega la deformazione agli sforzi applicati è la legge di Hooke:

$$\sigma_{ij} = c_{ijpq}\varepsilon_{pq} \tag{1.19}$$

dove c_{ijpq} rappresenta il tensore delle costanti elastiche.

Il numero di costanti indipendenti si riduce a 21 per un mezzo generalmente anisotropo (la Terra lo è in una prima approssimazione), utilizzando le seguenti simmetrie:

$$\begin{aligned} c_{ijpq} &= c_{ijqp} \quad \text{essendo} \quad \varepsilon_{pq} = \varepsilon_{qp} \\ c_{ijpq} &= c_{jipq} \quad \text{essendo} \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji} \\ c_{ijpq} &= c_{pqij} \quad \text{bilancio energetico} \end{aligned} \tag{1.20}$$

In un mezzo elastico ed isotropo la legge di Hooke[1] si scrive:

$$\sigma_{ij} = \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \tag{1.21}$$

Con λ e μ dette costanti di Lamé.

1.3 Equazione dell'elastodinamica

Utilizzando la seconda legge della dinamica e la legge di Hooke è possibile trovare l'equazione che descrive lo spostamento di una particella in un mezzo elastico sottoposto a sforzo.

Si consideri un parallelepipedo elementare di dimensioni du_1, du_2, du_3, e si supponga che sia sufficientemente lontano dalla sorgente della perturbazione di sforzo in modo da trascurare il suo contributo. Siano σ_{11}, σ_{12}, σ_{13}, gli sforzi agenti sulla faccia posteriore del parallelepipedo

---

[1] $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 \; per \; i = j \\ 0 \; per \; i \neq j \end{cases}$

ortogonale al piano (u_2, u_3) come in $Figura$ 1.3.1, allora gli sforzi sulla faccia anteriore sono dati da:

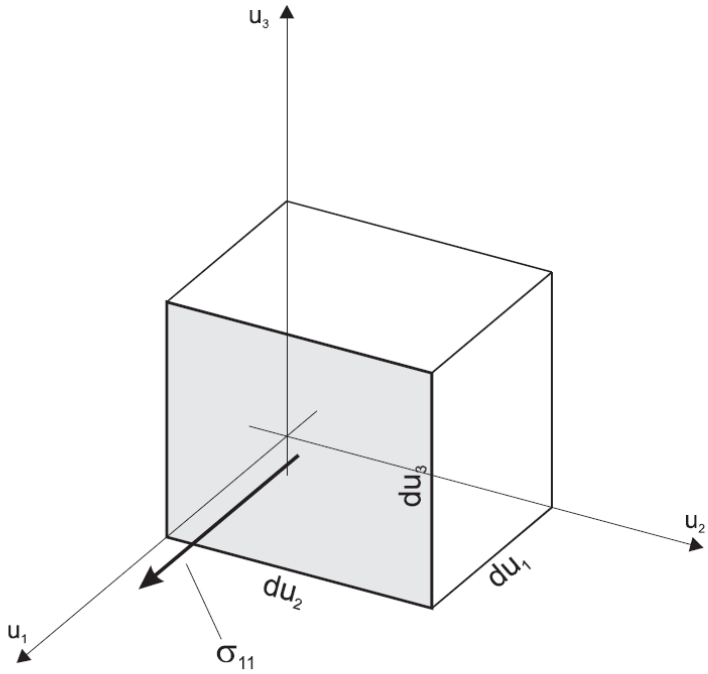


Figura 1.3.1 - Lo sforzo σ_{11} agisce perpendicolarmente alla faccia parallela al piano (u_2, u_3) del parallelepipedo

$$\sigma_{11} + \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial u_1} du_1$$
$$\sigma_{12} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial u_1} du_1$$
$$\sigma_{13} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial u_1} du_1$$

1.22

Poiché gli sforzi agenti su facce opposte del cubo elementare hanno versi discordi, le componenti dello sforzo risultante sono:

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial u_1} du_1, \qquad \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial u_1} du_1, \qquad \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial u_1} du_1$$

1.23

Dalla definizione di sforzo ne consegue che la forza F_{11} è:

$$F_{11} = \left(\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial u_1} du_1\right)(du_2 du_3) = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial u_1} dV = F'_{11} dV$$

1.24

con dV il volume del parallelepipedo elementare e F'_{11} componente della forza per unità di volume associata allo sforzo σ_{11}. In generale si ha:

$$F'_{ij} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial u_i}$$

1.25

Segue che la risultante delle forze lungo la direzione u_1 è data da:

$$F'_{R1} = F'_{11} + F'_{21} + F'_{31} = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial u_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial u_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial u_3} = \Delta \cdot \sigma_1$$

1.26

essendo $\sigma_1 = (\sigma_{11}, \sigma_{21}, \sigma_{31})$. Sostituendo la legge di Hooke in quest'ultima e ricordando la seconda legge della dinamica $F'_{R1} = \rho a_1 = \rho \frac{\partial^2 s_1}{\partial t^2}$ ne consegue:

$$\rho \frac{\partial^2 s_1}{\partial t^2} = \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial u_1} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial u_1} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{21}}{\partial u_2} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{31}}{\partial u_3}$$

1.27

Con Δ la dilatazione.

Inoltre tenendo conto delle espressioni delle componenti del tensore delle deformazioni, quest'ultima equazione si riscrive come:

$$\rho \frac{\partial^2 s_1}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial u_1} + \mu \Delta^2 s_1$$

1.28

che in forma vettoriale si scrive come:

$$\rho \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla \Delta + \ \mu \Delta^2 s$$

1.29

Infine utilizzando le proprietà degli operatori vettoriali si ottiene l'equazione dell'elastodinamica:

$$\rho \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla (\nabla \cdot s) - \mu (\nabla \times \nabla \times s)$$

1.30

1.3.1 Soluzioni dell'equazione dell'elastodinamica

Analizzando l'equazione dell'elastodinamica si vede che nel secondo membro compaiono un termine irrotazionale e solenoidale, quindi è possibile analizzarsi separatamente in due casi limite:

- Caso irrotazionale: $\nabla \times s = 0 \rightarrow \nabla \times \nabla \times s = 0$ si ottiene:

$$\rho \frac{\partial^2 s_p}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu)\Delta^2 s_p \qquad \text{con } s_p = \nabla\phi \tag{1.31}$$

$$(\phi \text{ } potenziale \text{ } scalare \text{ } di \text{ } Helmholtz).$$

  In questo caso si ottiene l'equazione del moto per la componente onda P (o compressione) dello spostamento la quale descrive solo spostamenti che producono moti di compressione ma non moti trasversali.

- Caso solenoidale: $\nabla \cdot s = 0 \rightarrow \nabla(\nabla \cdot s) = 0$ si ottiene:

$$\rho \frac{\partial^2 s_s}{\partial t^2} = \mu\nabla^2 s_s \qquad \text{con } s_s = \nabla \times \psi \tag{1.32}$$

$$(\psi \text{ } potenziale \text{ } vettore \text{ } di \text{ } Helmholtz)$$

  In questo caso si ottiene l'equazione del moto per la componente onda S (o di taglio) dello spostamento, la quale produce degli spostamenti trasversali nel mezzo.

- Nel caso in cui s non è ne rotazionale ne solenoidale non si può semplificare come nei casi precedenti ma si può dimostrare che la sua soluzione può essere scritta come: $s = s_p + s_s$.

Tutti i campi appena descritti, soddisfano l'equazione:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \nabla^2 s \tag{1.33}$$

1.3.2 Onde P ed S

La soluzione dell'equazione dell'elastodinamica presenta le descrizioni delle diverse proprietà delle onde sismiche. Una prima differenza riguarda la velocità, infatti le onde P vengono chiamate primarie in quanto sono più veloci rispetto a quelle S dette secondarie:

$$v_p = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}} \qquad v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \tag{1.34}$$

Le onde P possono propagarsi in qualsiasi materiale, mentre le onde S non possono propagarsi nei liquidi. Infine l'onda P è polarizzata lungo la direzione di propagazione mentre l'onda S lo è nella direzione che giace sul piano ortogonale alla direzione di propagazione.

Capitolo 2: Sorgente Sismica

2.1 La Terra come sistema di filtri

Per ottenere una descrizione più generale del moto di un'onda sismica è importante introdurre il termine di sorgente. Si consideri la Terra come un sistema di filtri lineari ed invarianti nel tempo disposti in cascata, in questo modo si può descrivere la propagazione di un segnale sismico ed il sismogramma può essere considerato come l'uscita di una catena di filtri, supposti lineari ed invarianti nel tempo, che modificano l'ampiezza del segnale d'ingresso emesso dalle sorgenti sismiche ($Figura$ 2.1.1). Quindi descrivendo la catena di filtri costituita dalla Terra e dello strumento di misura tramite due funzioni del tempo $P(t)$ e $I(t)$ ed indicando con $S(t)$ la funzione sorgente, il sismogramma $u(t)$ sarà dato da:

$$u(t) = S(t) * P(t) * I(t) \tag{2.1}$$

Nel dominio del tempo t, o facendo uso del Teorema di convoluzione, da:

$$u(f) = S(f)P(f)I(f) \tag{2.2}$$

nel dominio della frequenza f.

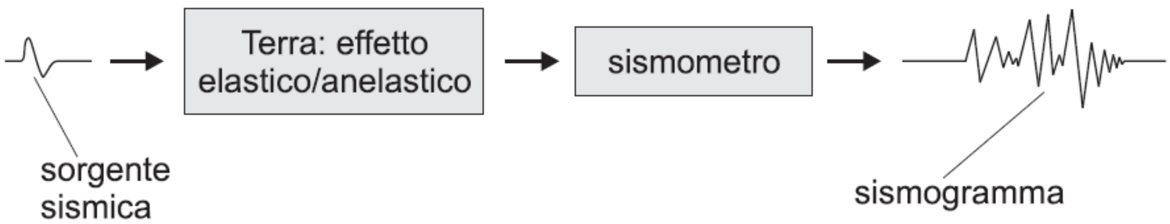


Figura 2.1.1 - Il sismogramma registrato alla superficie terrestre è assimilabile all' effetto prodotto sul segnale emesso alla sorgente da una catena di filtri lineari e stazionari

In linea di principio noti P ed I si può determinare la variazione nel tempo della sorgente di emissione di onde sismiche S direttamente dai sismogrammi. Ovviamente si deve tener conto del fatto che le sorgenti sismiche sono estese nello spazio ed i sismogrammi sono aquisiti in diversi punti sulla superficie, quindi vanno necessariamente incluse le coordinate spaziali:

$$u(x,t) = S(\xi,t) * G(x,\xi,t) * I(x,t) \tag{2.3}$$

dove x è la posizione del ricevitore, ξ è la posizione della porzione di sorgente in considerazione. Il termine $G(x,\xi,t)$ rappresenta la funzione elastodinamica di Green che è soluzione generale dell'equazione del moto di un onda in un mezzo tenendo conto delle sue proprietà elastiche ed anaelastiche.
Poiché la funzione $I(x,t)$ rappresenta la risposta stumentale, è nota mediante procedure di calibrazione e quindi possiamo scrivere:

$$U(x,t) = S(\xi,t) * G(x,\xi,t) \tag{2.4}$$

e tenendo conto del Teorema di convoluzione scriviamo lo spettro di Fourier della funzione sorgente come:

$$S(\xi,\omega) = \frac{G(x,\xi,\omega)}{U(x,\omega)} \tag{2.5}$$

dove ω è la pulsazione corrispondente alla frequenza f.

2.1.1 Processo di dislocazione

In natura esistono diverse sorgenti di onde sismiche ($Tabella$ 2.1.1).In particolare si analizzeranno quelle che coinvolgono processi di dislocazione, ossia gli spostamenti relativi di blocchi di roccia rispetto a superfici di frattura o di faglia; tali sorgenti sono quelle più energetiche.

Interne alla Terra solida	Esterne alla Terra solida	Miste
fratture su faglie	meteorologiche	eruzioni vulcaniche
esplosioni sotterranee	(vento, tuoni, ...)	frane
circolazione di fluidi	marine	
movimenti di magma	(moto ondoso, correnti, ...)	
cambiamenti di fase repentini	antropiche	
	(attività industriale, traffico, ...)	
	esplosioni in aria	

Tabella 2.1.1 - Principali sorgenti di onde sismiche presenti in natura

In sismologia la faglia è una superficie, generalmente piana, che divide idealmente due comparti di materia in procinto di fratturarsi. Indicati con Σ^+ e Σ^- i due lati della superficie di faglia, durante un processo di dislocazione, i punti appartenenti alla superficie Σ^+ sono soggetti ad uno spostamento relativo rispetto a quelli che appartengono alla superficie Σ^-, la funzione che rappresenta tale spostamento è detta funzione sorgente:

$$\Delta u(\xi, t) = u(\xi, t)|^{\Sigma^+} - u(\xi, t)|^{\Sigma^-} \tag{2.6}$$

La determinazione della funzione sorgente ha un'elevata importanza nell'ambito della sismologia poiché descrive l'evoluzione spazio-temporale del processo di frattura che dà luogo ai terremoti. Durante un processo di frattura, la prima regione della faglia che subisce la dislocazione è quella contenente l'ipocentro del terremoto, la sua proiezione sulla superficie terrestre è detta epicentro del terremoto. Successivamente la dislocazione si propaga sulla faglia creando il cosiddetto fronte di rottura, la cui forma e velocità dipendono dalle caratteristiche di resistenza alla frattura dei materiali e dallo sforzo agente.
Durante questo processo viene irradiata energia sottoforma di onde P ed S. Le ampiezze delle onde sismiche dipendono dalla funzione sorgente che varia nel tempo e punto per punto, per questo non è possibile avere una descrizione soddisfacente del processo di frattura dalle prime onde sismiche registrate, inoltre si deve tener conto che le informazioni sono contaminate da effetti di propagazione.

2.1.2 La funzione di Green

La funzione di Green rappresenta la risposta del filtro Terra ad una sollecitazione dovuta ad un processo di rottura, essa dipende dai paramentri elastici del mezzo in cui si propagano le onde sismiche. Uno dei problemi più grandi della sismologia è proprio la determinazione della funzione di Green nella Terra reale che è eterogenea, anelastica ed anisotropa. Per quanto riguarda modelli semplici ed ideali della Terra la funzione di Green può essere ricavata analiticamente conoscendo le proprietà elastiche. In casi più complessi e reali la funzione di Green può essere calcolata utilizzando sofisticate tecniche di calcolo.

2.1.3 Rappresentazione della sorgente sismica

La teoria della rappresentazione della sorgente sismica consiste nell'ottenere una relazione che lega gli spostamenti di un punto qualsiasi di un volume con quelli avvenuti in prossimità della sorgente, ossia creare un'equivalenza tra una descrizione cinematica del processo di dislocazione e quella dinamica che prevede un sistema opportuno di forze che produce la dislocazione, sulla superficie di faglia.

Se si considera la sorgente puntiforme, per le onde sismiche con durata al minimo paragonabile con quella della rottura, e lunghezze d'onda sufficientemente grande rispetto alla sorgente, è possibile descivere l'intero processo di dislocazione da un'unica funzione $\Delta u(t)$ media associata ad un unico punto baricentrale rispetto alla superficie di faglia ($Figura$ 2.1.2).

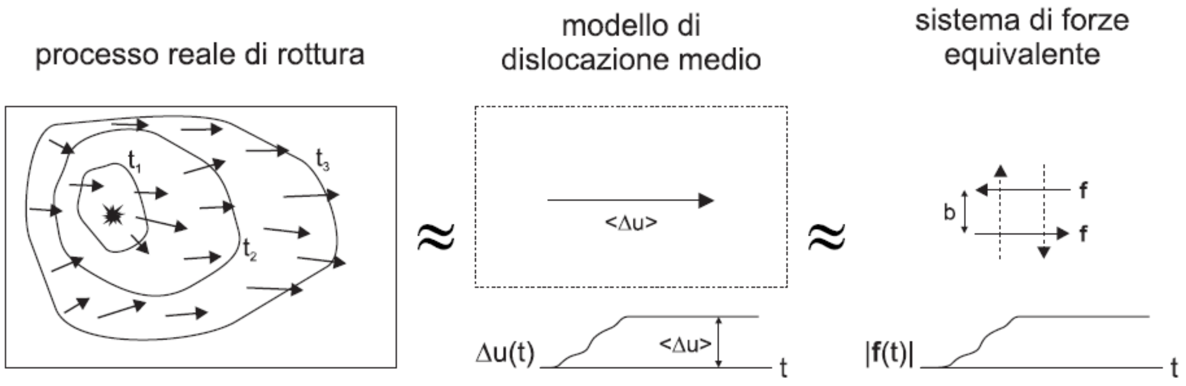


Figura 2.1.2 - Approssimazione del processo di frattura reale alla sorgente con un modello di dislocazione in funzione del tempo rappresentabile mediante un sistema equivalente di forze che può essere incorporato direttamente nelle equazioni del moto.

Questo modello di dislocazione media può essere rappresentato da una coppia di forze dinamicamente equivalenti in grado di produrre un'analoga radiazione sismica.
Il modello a singola coppia presenta un problema ossia presenta un momento $M_0 = |f|b$ (b braccio della coppia di forze) non nullo che non è bilanciato.
Un buon modello è quello di una doppia coppia di forze, con la seconda ortogonale alla prima, in grado di bilanciare il momento all'interno del mezzo. ($Figura$ 2.1.3).

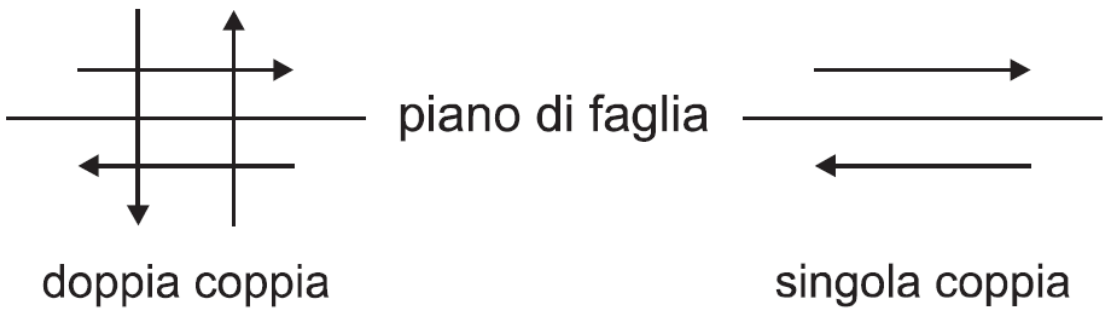


Figura 2.1.3 - Modelli a doppia e singola coppia di forze

Sebbene il modello a singola coppia avesse meno senso fisico rispetto a quello a doppia coppia, si decise di continuare ad usarlo poiché la radiazione per le onde P associata ai due modelli risultavano identiche. In seguito all'installazione di sismometri a tre componenti si è assodata l'efficacia del modello a doppia coppia, in quanto il modello a singola coppia prevedeva un'ampiezza nulla della radiazione sismica S nel piano ortogonale al braccio della coppia.

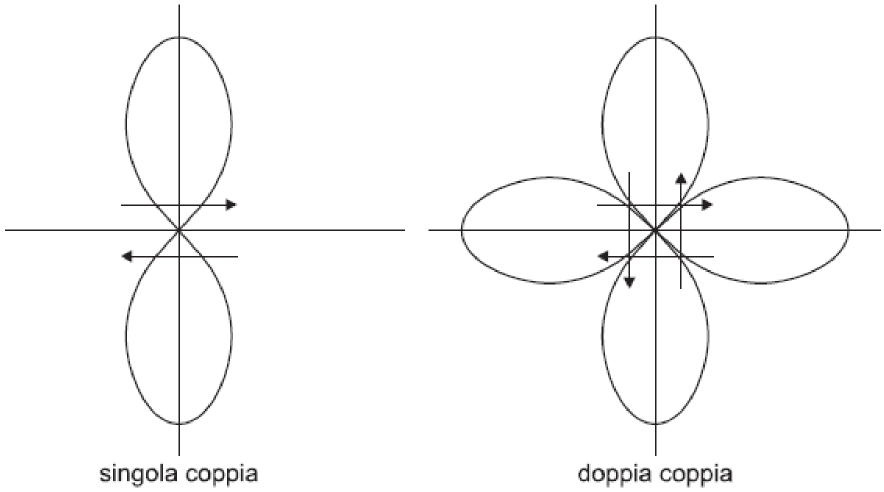


Figura 2.1.4 - Diagrammi di radiazione per le onde S in approssimazione far field per i modelli a singola ed a doppia coppia

Il modello a doppia coppia di forze risulta equivalente ad un sistema con una coppia di dipoli ortogonali che giacciono nel piano perpendicolare a quello della faglia ($Figura$ 2.1.5). Il dipolo diretto verso la sorgente è l'asse di compressione o asse P e giace nei quadranti di dilatazione del diagramma di radiazione delle onde P, il dipolo che si allontana dalla sorgente è l'asse di tensione o asse T e giace nei quadranti di compressione del diagramma di radiazione delle onde P.

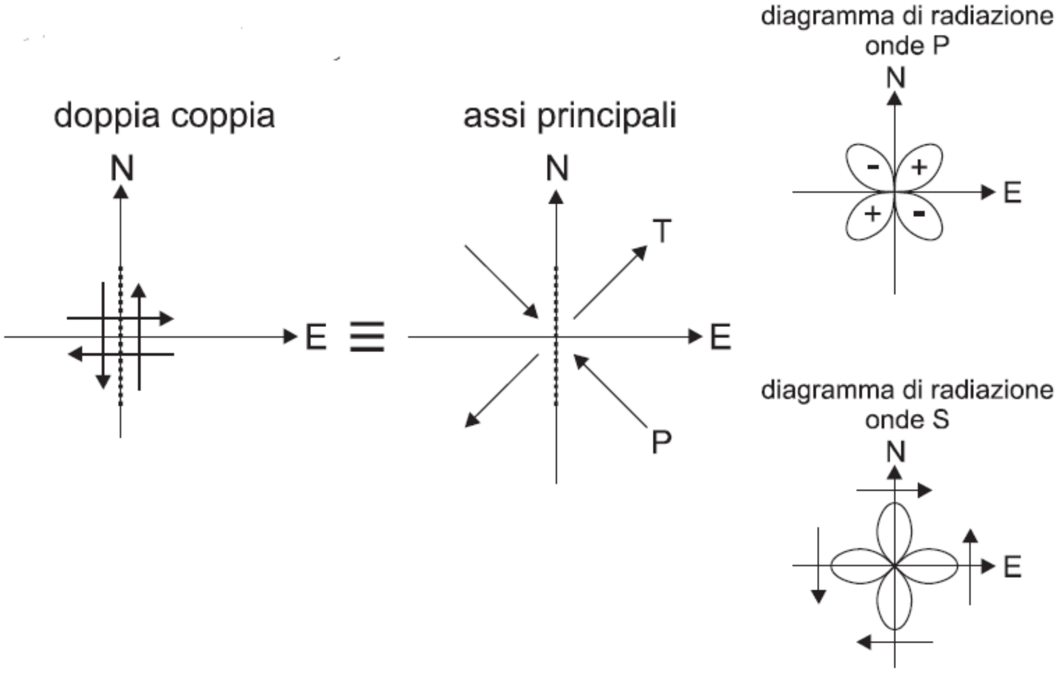


Figura 2.1.5 - Sistema a doppia coppia di forze equivalente ad un sistema costituito da due dipoli.

2.1.4 Tensore momento sismico

Un ruolo fondamentale della teoria della rappresentazione della sorgente sismica è dato dal tensore momento sismico M_{ij} e dal tensore momento sismico per unità di superficie m_{ij}^S o di volume m_{ij}^V, la relazione che lega queste grandezze è data da:

$$M_{ij} = \iint_\Sigma m_{ij}^S \, d\Sigma = \iiint_V m_{ij}^V \, dV \tag{2.7}$$

Rappresentando la sorgente sismica mediante forze di volume equivalenti si può dimostrare che:

$$f_i = -\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial m_{ij}}{\partial x_j} \tag{2.8}$$

con m_{ij} tensore momento sismico per unità di volume.

Il tensore momento sismico rappresenta gli sforzi riguardanti gli spostamenti non elastici che avvengono alla sorgente di un terremoto e risulta definito solo all'interno della regione focale, quindi nullo al di fuori di essa.

La relazione che ci fornisce lo spostamento, in funzione del tempo, in un punto dello spazio è data dal teorema di rappresentazione. Si supponga che le forze di volume siano limitate nella regione focale V_0 e che siano nulli gli sforzi e gli spostamenti sulla superficie di frontiera Σ, si dimostra che la componente i-esima dello spostamento u in un qualunque punto del volume V, con superficie di frontiera S, è dato da:

$$u_i = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \iiint_V f_k G_{ki} dV + \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \iint_S \left(G_{ki} T_k - u_k C_{kjpq} \nu_j \frac{\partial G_{pi}}{\partial \xi_q} \right) dS \tag{2.9}$$

dove si è fatto uso della convezione di Einstein riguardo la sommatoria sugli indici ripetuti. Inoltre: τ è il tempo, f_k sono le forze di volume, G_{ki} è la funzione di Green, T_k è lo sforzo su S e u_k lo spostamento che agiscono sulla superficie S, C_{kjpq} è il tensore dell costanti elastiche e ν_j è la normale all'elemento di superficie dS.

2.2 Cinematica della sorgente sismica

Lo studio della cinematica della sorgente sismica ci permette di determinare dei parametri di sorgente. Per semplicità si consideri l'approssimazione ad altra frequenza della radiazione sismica che risulta valida in determinate condizioni. Si indichi con λ la lunghezza d'onda del segnale osservato, con r la distanza tra la sorgente e il ricevitore e con L la dimensione lineare della sorgente, si hanno tre casi:

- Condizione di sorgente estesa in altra frequenza: $L \approx r \gg \lambda$
- Approssimazione di Fraunhofer in alta frequenza: $\lambda \ll r \gg L$
- Condizione di sorgente puntiforme in alta frequenza: $r \gg \lambda \gg L$

2.3 Scale magnitudo

Il momento sismico è un paramentro che descrive la grandezza di un terremoto essendo legato all'ampiezza della dislocazione media sulla superficie di faglia, però esiste una quantita molto più semplice ed immediata da ottenere ossia l'ampiezza massima del moto del suolo. C'è da specificare che questa è una misura derivata dal momento sismico e per restituire valori realistici della grandezza di un terremoto, è necessario applicare correzioni per gli effetti della sorgente e della propagazione delle onde, inoltre dipende anche dall'intervallo di frequenza di osservazione e quindi essa può sensibilmente cambiare a seconda dello strumento di misura utilizzato. Questo tipo di misura viene comunque molto utilizzata grazie alla semplicità della procedura di misura.

Le scale magnitudo sono basate su due semplici assunzioni: la prima che dati due terremoti con la stessa geometria sorgente-ripetitore ma di grandezza diverse, quello più grande produce fasi di ampiezza maggiori, la seconda è che gli effetti dell'attenuazione geometrica sono statisticamente noti e quindi le ampiezze delle fasi sismiche possono, in prima approssimazione, essere legate solo alla distanza sorgente-ricevitore. La forma generale di una scala magnitudo è del tipo:

$$M = \log\left(\frac{A}{T}\right) + f(\Delta, h) + C_R + C_S \tag{2.10}$$

con A ampiezza della fase sulla quale si basa la scala, T il periodo del segnale sul quale si effettua la misura di ampiezza, f è una correzione per la distanza Δ e per la profondità ipocentrale h, infine, C_R e C_S sono due termini correttivi degli effetti del sito e della sorgente.

2.3.1 Magnitudo locale M_L

La prima scala magnitudo è stata introdotta da C.R. Richter il quale osservò che il logaritmo dell'ampiezza massima del moto del suolo decresceva con la distanza lungo curve approssimativamente parallele per terremoti di dimensione differente. Le osservazioni di Richter erano fatte con lo stesso stumento: un sismografo a torsione Wood-Anderson. Infatti la grandezza era calcolata rispetto ad un evento di riferimento:

$$\log A - \log A_0 = M_L \tag{2.11}$$

dove A e A_0 sono gli spostamenti massimi rispettivamente per l'evento da misurare e per l'evento di riferimento (ad una distanza precisa), inoltre, quest'ultimo era caratterizzato da un magnitudo M_L e ampiezza $A_0 = 10^{-3} mm$ ad una distanza epicentrale di $100 km$. Andando a sostituire questi valori si ottiene che:

$$M_L = \log A - 1.67 + 2.56 \log \Delta \tag{2.12}$$

con A ampiezza massima del moto del suolo (μm) e Δ la distanza ($\Delta < 600 km$).
La scala magnitudo locale risulta essere una delle scale più utili.

2.3.2 Magnitudo per le onde di volume m_b

Tutte le limitazioni rigurdo lo strumento e le distanze fanno sì che la magnitudo locale non sia adatta per caratterizzare in modo globale la grandezza di un terremoto, infatti per distanze maggiori di quelle regionali si una la scala magnitudo m_b basata sull'ampiezza dei primi cicli dell'arrivo P, essa è definita come:

$$m_b = \log \frac{A}{T} + Q(h, \Delta) \tag{2.13}$$

dove A è l'ampiezza del moto del suolo per la risposta strumentale e T è il periodo che vale generalmente $1s$. La correzione della distanza e della profondita viene ricavata sperimentalmente.

2.3.3 Magnitudo per le onde di superficie M_S

Quando si registrano terremoti a lunga distanza ($> 600 km$) si hanno onde di superficie con un periodo di circa $20s$. La magnitudo per le onde di superficie M_s è data da:

$$M_s = \log A_{20} + 1.66 \log \Delta + 2.0$$

2.14

dove A_{20} è l'ampiezza corretta per la risposta strumentale dell'onda di superficie avente periodo $20s$.

2.3.4 Saturazione delle scale di magnitudo

Le scale di magnitudo per le onde di volume m_b e per le onde di superficie M_S sono state costruite per essere il più possibile comparate con M_L anche se presentano delle diversità, per esempio, nella determinazione delle tre magnitudo si effettuano misure dell'ampiezza che dipendono da frequenze diverse: 1.25 Hz per M_L, 1 Hz per m_b e 0.05 Hz per M_S. Si nota che a partire da una certa frequenza alla quale si misura l'ampiezza, lo spettro decade come ω^{-2} e quindi tutti i terremoti al di sopra di tale dimensione forniscono circa lo stesso valore di magnitudo. Questo fenomeno è conosciuto come saturazione della magnitudo.

Come descritto in $Figura$ 2.3.1 la scala magnitudo m_b satura a partire da m_b 5.5 fino a saturare completamente per m_b 6.0, invece M_S non satura fino a M_S 7.25. per quanto riguarda M_L essa satura a partire da M_L 6.5.

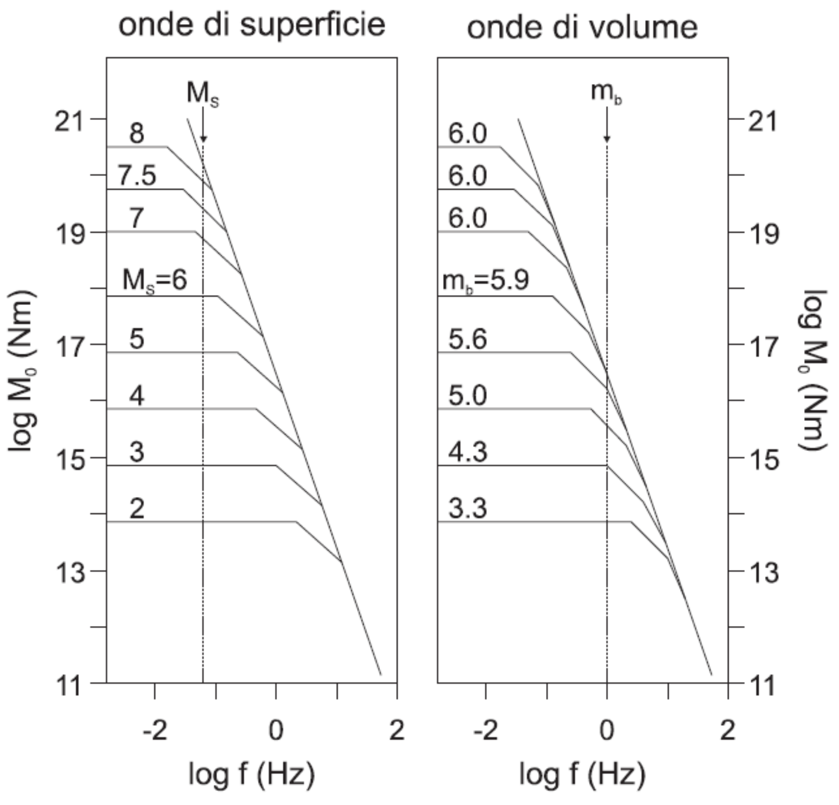


Figura 2.3.1 - Spettri di spostamento per terremoti di grandezza differente in relazione alla frequenza alla quale le magnitudo M_S ed m_b sono calcolate.

2.4 Sismogrammi sintetici

I sismogrammi sintetici sono dei sismogrammi teorici creati a partire da simulazioni numeriche del moto del suolo, ossia vengono creati a partire dalla conoscenza di un determinato modello di frattura per la sorgente e di propagazione per le onde emesse. Una volta creati questi sismogrammi sintetici è possibile confrontarli con quelli reali registrati in un terremoto, allo scopo di determinare i valori dei paramentri che definiscono il modello di sorgente.

I paramentri che descrivono il modello cinematico di frattura sono:

- La geometria di faglia: si considera una superficie rettangolare di dimensioni L e W dove avviene il processo di frattura e l'orientazione nello spazio di esso.
- La velocità di rottura v_R il quale consente di calcolare il tempo di rottura t_R dei singoli punti della faglia, che è il tempo al quale incominciano a dislocare.
- La funzione sorgente $\Delta u(t)$: la sua forma viene assunta a priori e descrive il modo in cui dislocano i punti della superficie di faglia nel mometo in cui sono investiti dal fronte di rottura.
- Il tempo di salita (o rise time) τ: indica la durata del processo di dislocazione del singolo punto.
- La dislocazione finale: è il valore finale di spostamento raggiunto in un tempo τ dei singoli punti della superficie di frattura, ossia alla fine del processo di dislocazione.

La durata dei sismogrammi dipende da vari fattori: dalla geometria di faglia, dalla velocità di rottura ed anche dalla posizione relativa del ricevitore rispetto alla sorgente.

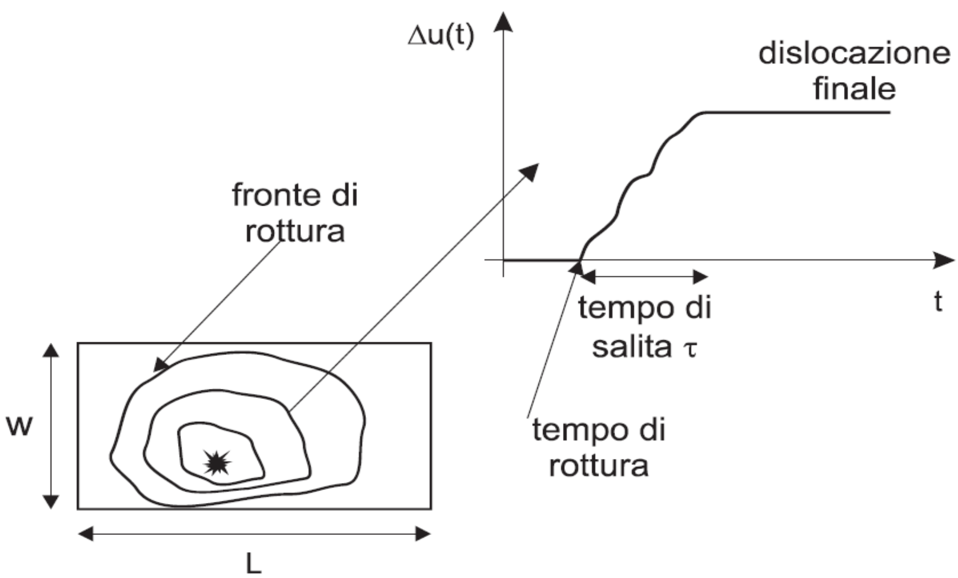


Figura 2.4.1 - Parametrizzazione cinematica della sorgente.

Capitolo 3: Terremoto dell'Irpinia del 1980

3.1 Introduzione

Il Terremoto dell'Irpinia avvenuto il 23 Novembre 1980 fu un evento che colpì la Campania Centrale e la Basilicata, con magnitudo $M_s = 6.9$, l'intensità più grande registrata in Italia negli ultimi 100 anni. Il sisma causò ingenti danni: circa 700 comuni interessati; i morti si aggirarono intorno ai 3000 e quasi 9000 feriti.
L'analisi dei dati sismici registrati in superficie ha permesso di identificare tre diverse superfici di faglia le cui rotture si sono attivate al tempo origine dell'evento ($0s$) e dopo $20s$ e $40s$ rispettivamente. Gli accelerogrammi registrati intorno alla sorgente hanno permesso di identificare due distinti eventi sismici separati da un ritardo temporale di $40s$, mentre la radiazione sismica del sotto-evento di $20s$ non è chiaramente visibile su tutte le registrazioni perché sovrapposta alla radiazione sismica della rottura principale (la maggior parte delle stazioni si trovava verso nord-ovest).

3.2 Simulazione cinematica

3.2.1 ISNet

ISNet (Irpinia Seismic Network) è una grande rete sismica composta da 31 stazioni dotate di sensori velocimetrici ed accelerometrici e posizionate in un'area di $100km \times 70km$. Il suo scopo è di registrare e caratterizzare i terremoti dell'area dell'Appenino Meridionale.
L'obiettivo dell'applicazione qui presentata è quello di realizzare una simulazione cinematica per ottenere dei sismogrammi sintetici e studiare gli effetti, in termini di scuotimento atteso di un terremoto di grande magnitudo che avvenga in quest'area. Tale applicazione simula un possibile evento che avvenga nella prima faglia che si è attivata. Date le caratteristiche geometriche di questa faglia, che contiene anche l'ipocentro è possibile simulare un terremoto di magnitudo 6,5. Le stazioni dove sono stati registrati i sismogrammi sintetici sono state posizionate in corrispondenza delle stazioni della rete ISNet e l'ipocentro è stato fissato nello stesso punto dell'ipocentro del terremoto dell'Irpinia, nei pressi del comune di Laviano, in provincia di Salerno.

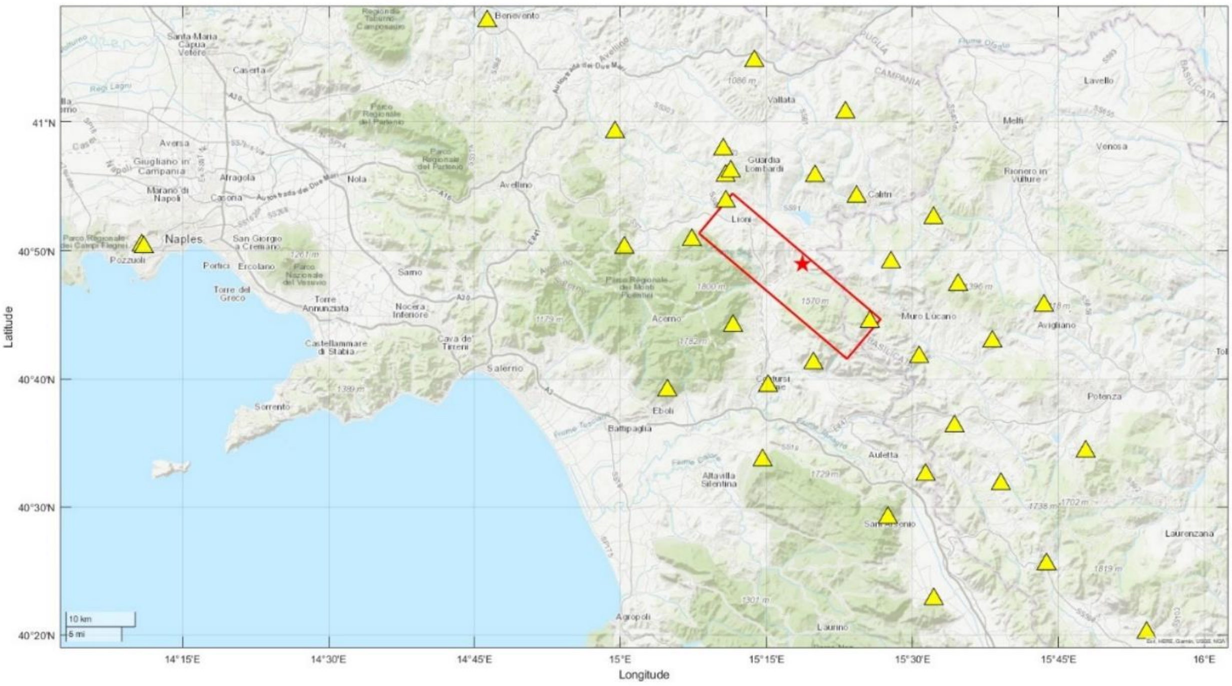


Figura 3.2.1 – Configurazione della simulazione con le stazioni della rete ISNet (triangoli gialli), la proiezione della faglia in superficie (rettangolo rosso) e l'epicentro (stella rossa)

3.2.2 Discretizzazione della faglia e trazioni di green

Il primo passo da fare è la discretizzazione della faglia. Per ottenere stime realistiche del picco di velocità del suolo (PGV Peak Ground Velocity) bisogna simulare sismogrammi realistici fino a qualche unità di Hz. Imponendo come limite superiore una frequenza pari a 3,5 Hz, alle velocità caratteristiche delle onde sismiche le minime lunghezze d'onda da modellare sono dell'ordine del chilometro, e per modellarle con circa 7-8 punti è stata definita una griglia regolare con passo di circa $150m$. La faglia, avente dimensioni di $28km \times 15km$, è stata pertanto discretizzata in 18600 elementi.

Per ognuno di questi elementi si calcola la funzione di green, ossia il propagatore da quel punto griglia a tutte le stazioni della rete ISNet, dopodiché fissata una velocità di rottura, e stabilito quindi a partire dall'ipocentro un tempo di attivazione per ogni punto sulla faglia si è definita la quantità di dislocazione utilizzando un modello di slip k^{-2}. Infine i propagatori ed il modello cinematico della rottura vengono convoluti per calcolare i sismogrammi sintetici.

Inoltre il tempo in cui la dislocazione passa da 0 al valore finale è comunemente definito come tempo di salita. Una scelta semplice potrebbe essere quella di imporre un tempo di salita uniforme su tutta la faglia. Tuttavia si verifica che l'utilizzo di tempi di salita non omogenei permettono di aumentare il contributo in alta frequenza della simulazione generando quindi PGV che sono più realistici. Nella simulazione presentata è stato usato un tempo di salita variabile sul piano di faglia e distribuito in maniera stocastica. Tale distribuzione è Gaussiana con valore medio $1.0s$ e deviazione standard $0.1s$.

3.2.3 Modello slip k^{-2}

Il modello di slip k^{-2} è un modello secondo la quale l'ampiezza della dislocazione, nel dominio dei numeri d'onda k decade, oltre una lunghezza di corner k_c seguendo un andamento k^2. Questo modello è comunemente utilizzato per il calcolo dei sismogrammi sintetici, in quanto sono capaci di riprodurre il caratteristico decadimento ω^2 dello spettro (in funzione della pulsazione ω) dei segnali sismici in spostamento reali.

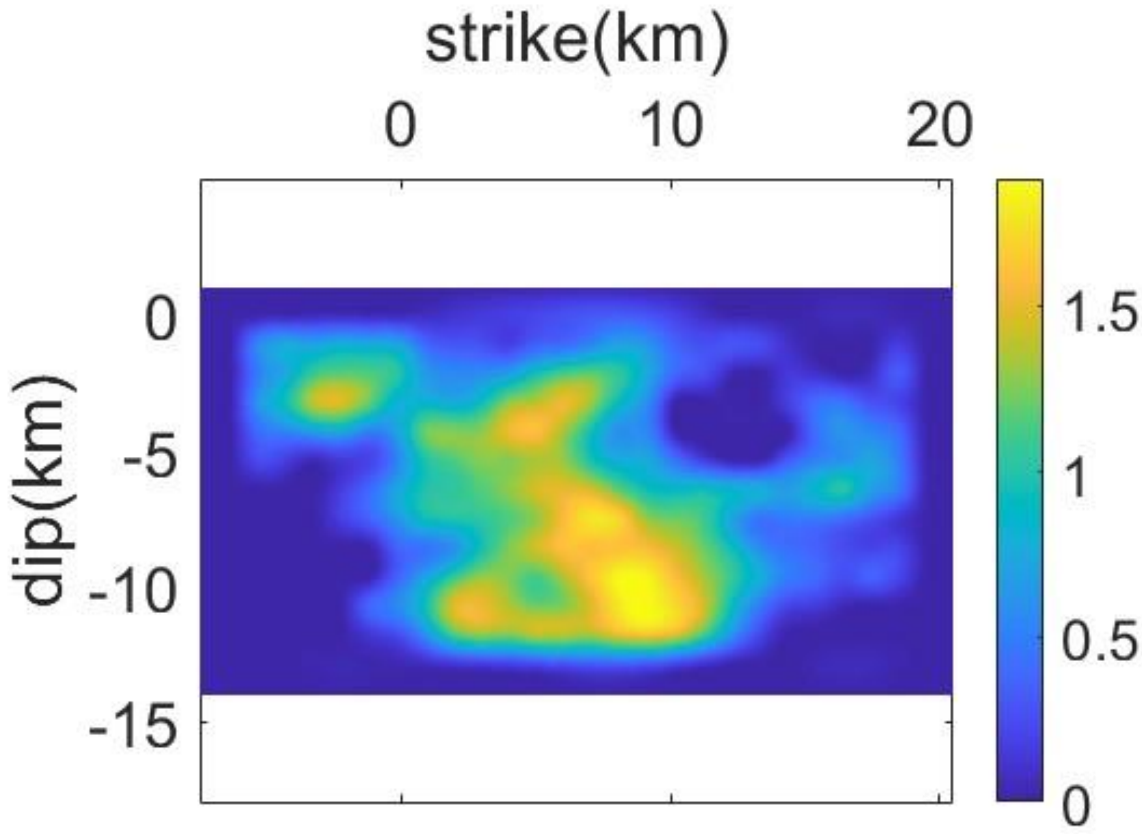


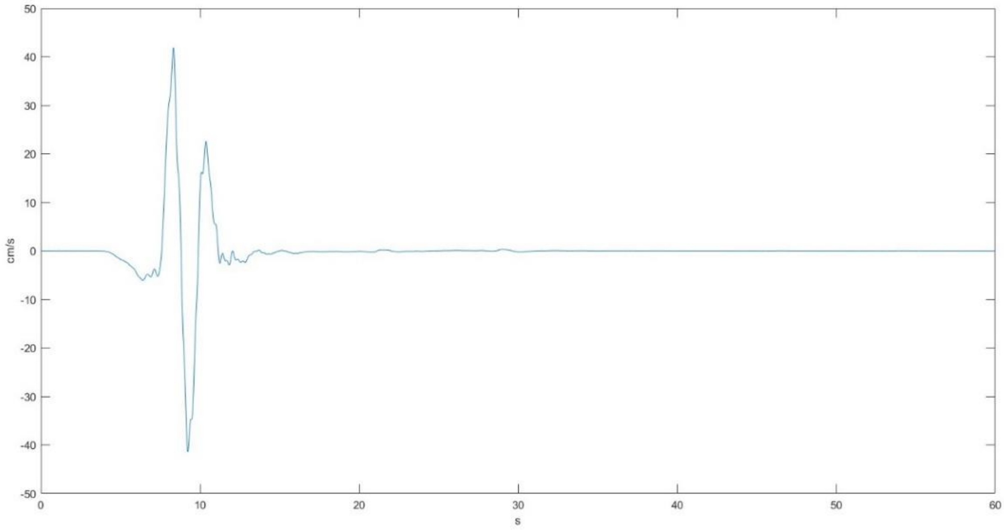
Figura 3.2.2 – Modello slip k^{-2} dove nel punto massimo la terra si è spostata di circa 1,8m

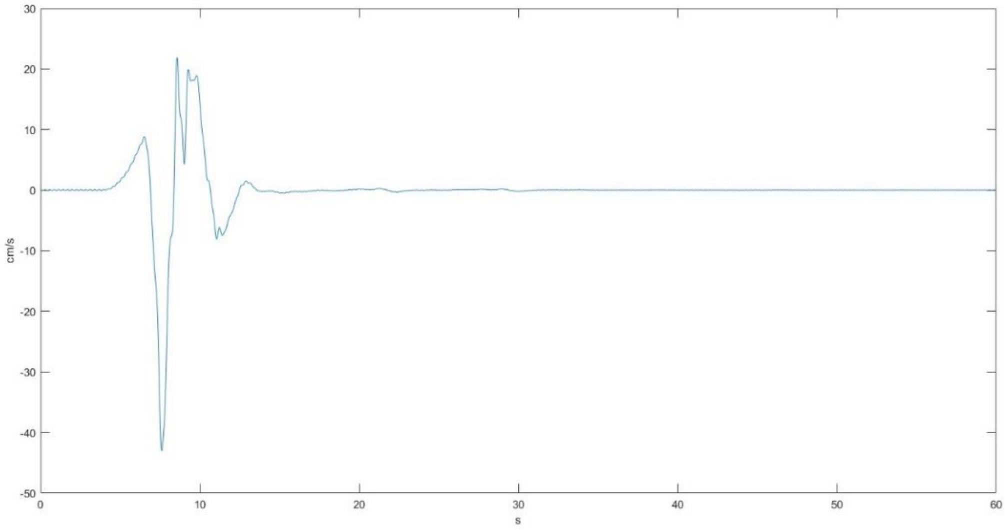
3.3 Risultati

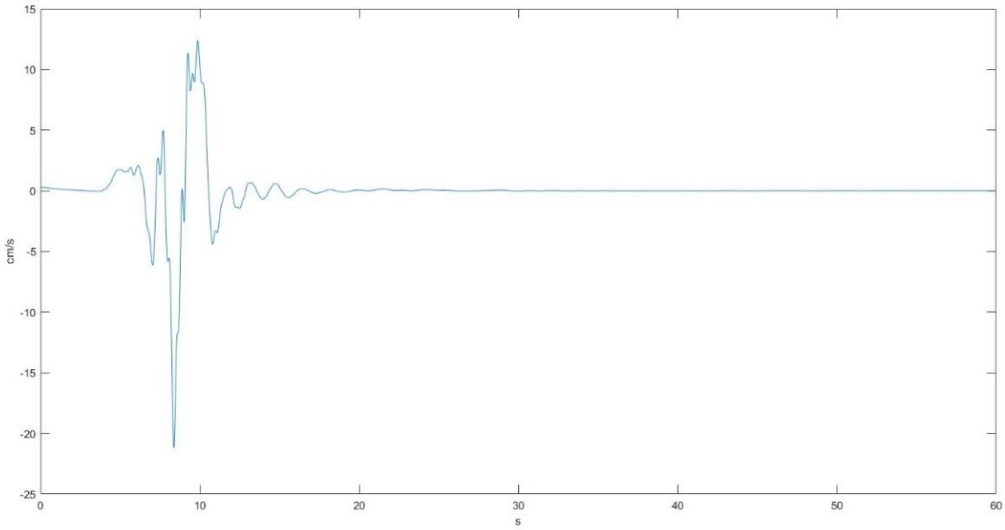
3.3.1 Sismogrammi sintetici

Seguentemente sono riportati alcuni risultati dei sismogrammi sintetici scelti in base alla scala di colori del PGV:

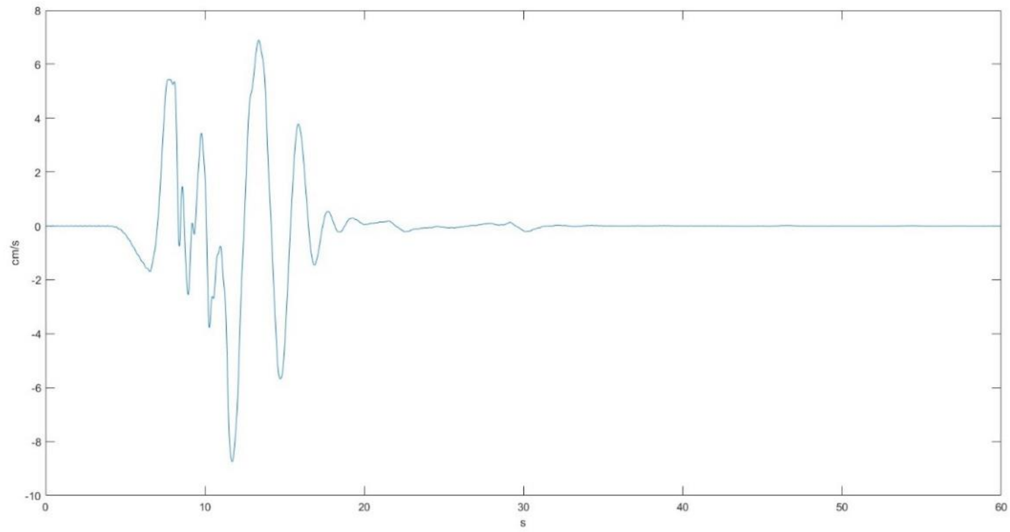
Colliano (COL3)

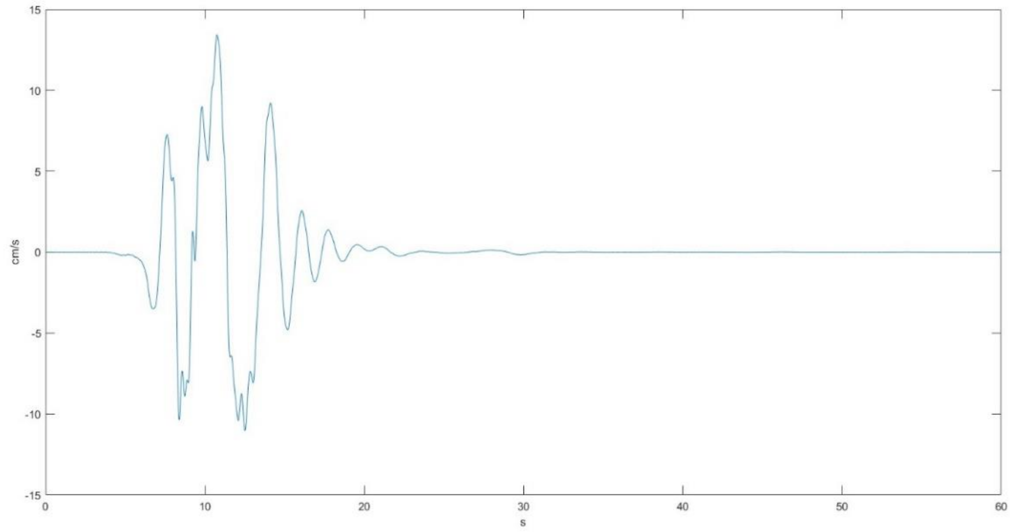


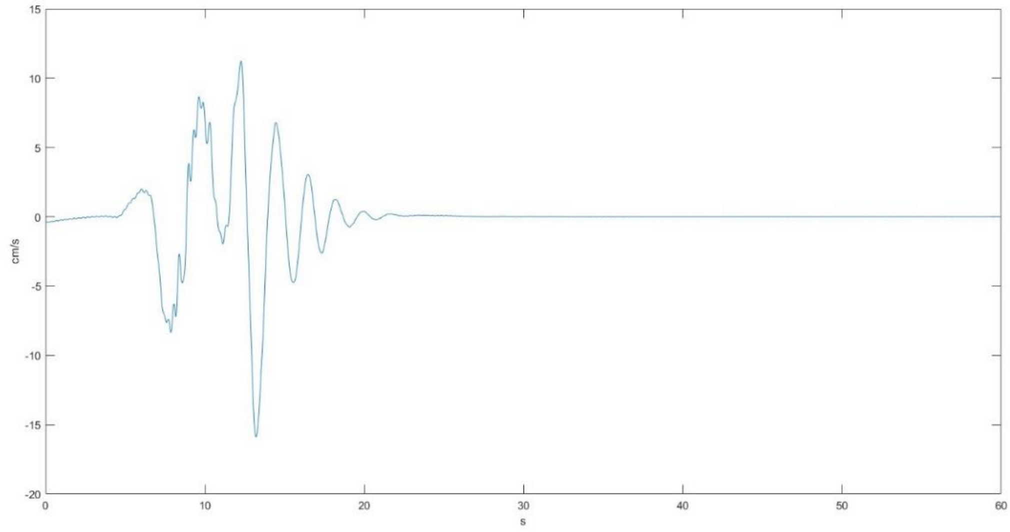




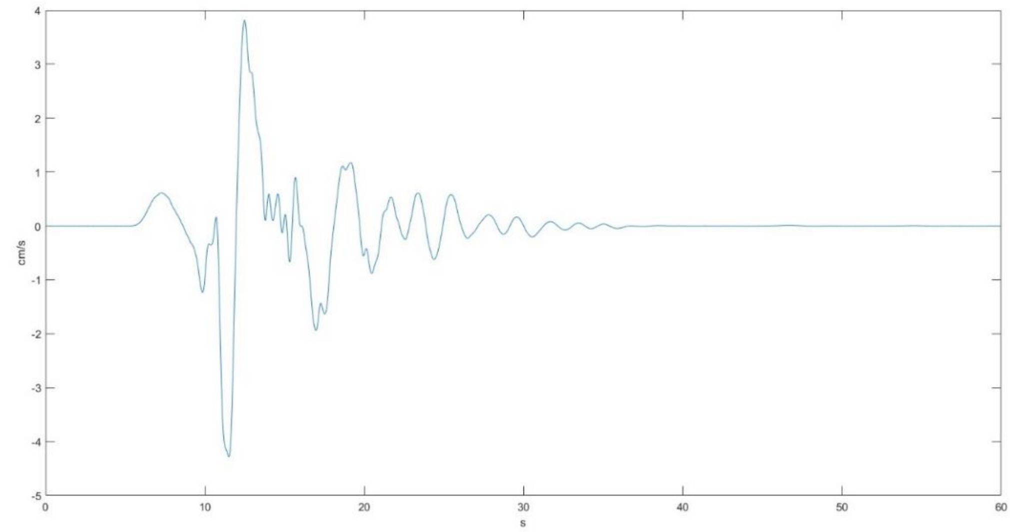
Castelgrande (CSG3)

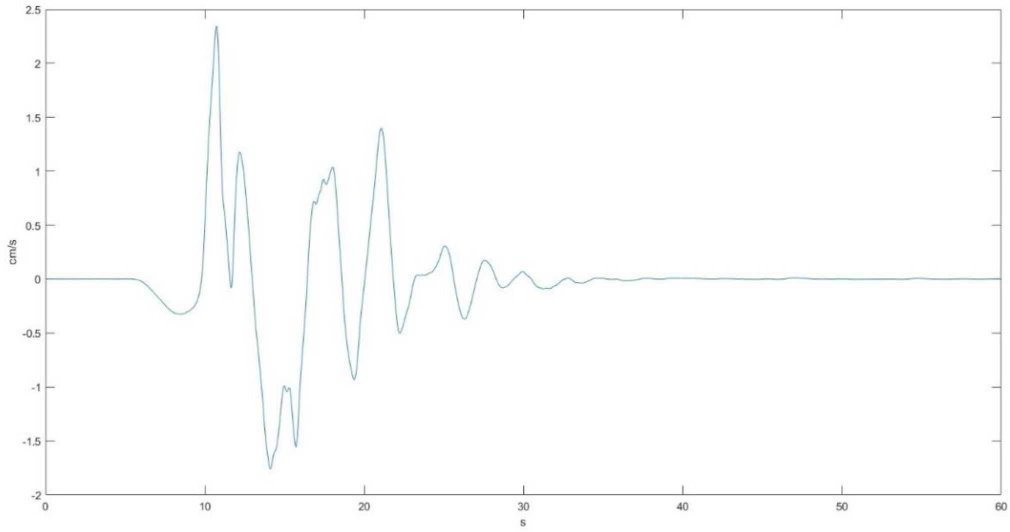


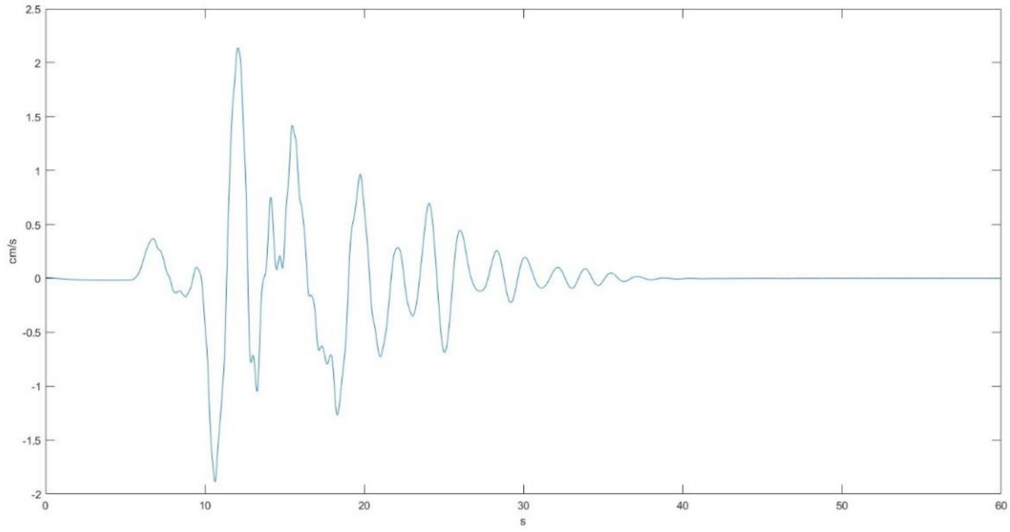




San Sossio Baronia (SSB3)







Napoli (NAPI)

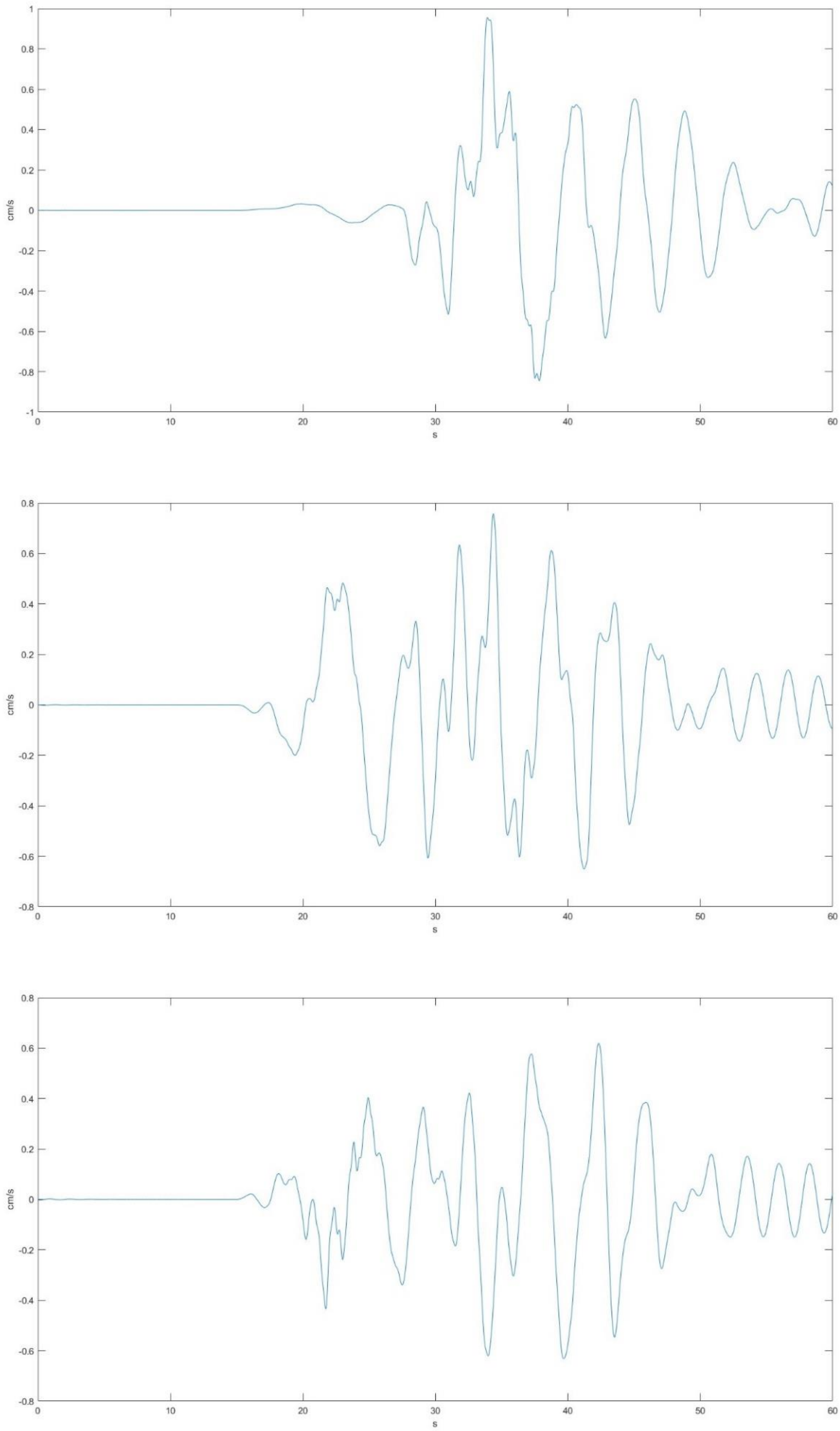


Figura 3.3.1 – Risultati dei sismogrammi sintetici lungo le tre componenti Nord, Est, Z.

3.3.2 Legge di attenuazione

Dai sismogrammi sintetici è possibile ottenere i valori di PGV come media geometrica tra i massimi dei valori assoluti registrati sulle componenti nord ed est (Bindi et al. 2011).

Allo scopo di verificare l'accuratezza dei risultati abbiamo confrontato i PGV misurati con quelli attesi dalle leggi di attenuazione comunemente usate in Italia. I valori di PGV sono stati graficati in figura 3.3.1 in funzione della distanza di Joyner-Boore dalla sorgente, ovvero la minima distanza dalla proiezione in superficie del piano di faglia, insieme con l'andamento previsto dalla legge di attenuazione proposta da Bindi et al. (2011). Abbiamo verificato come la maggior parte dei punti si trovino effettivamente a meno di una σ dal valore atteso.

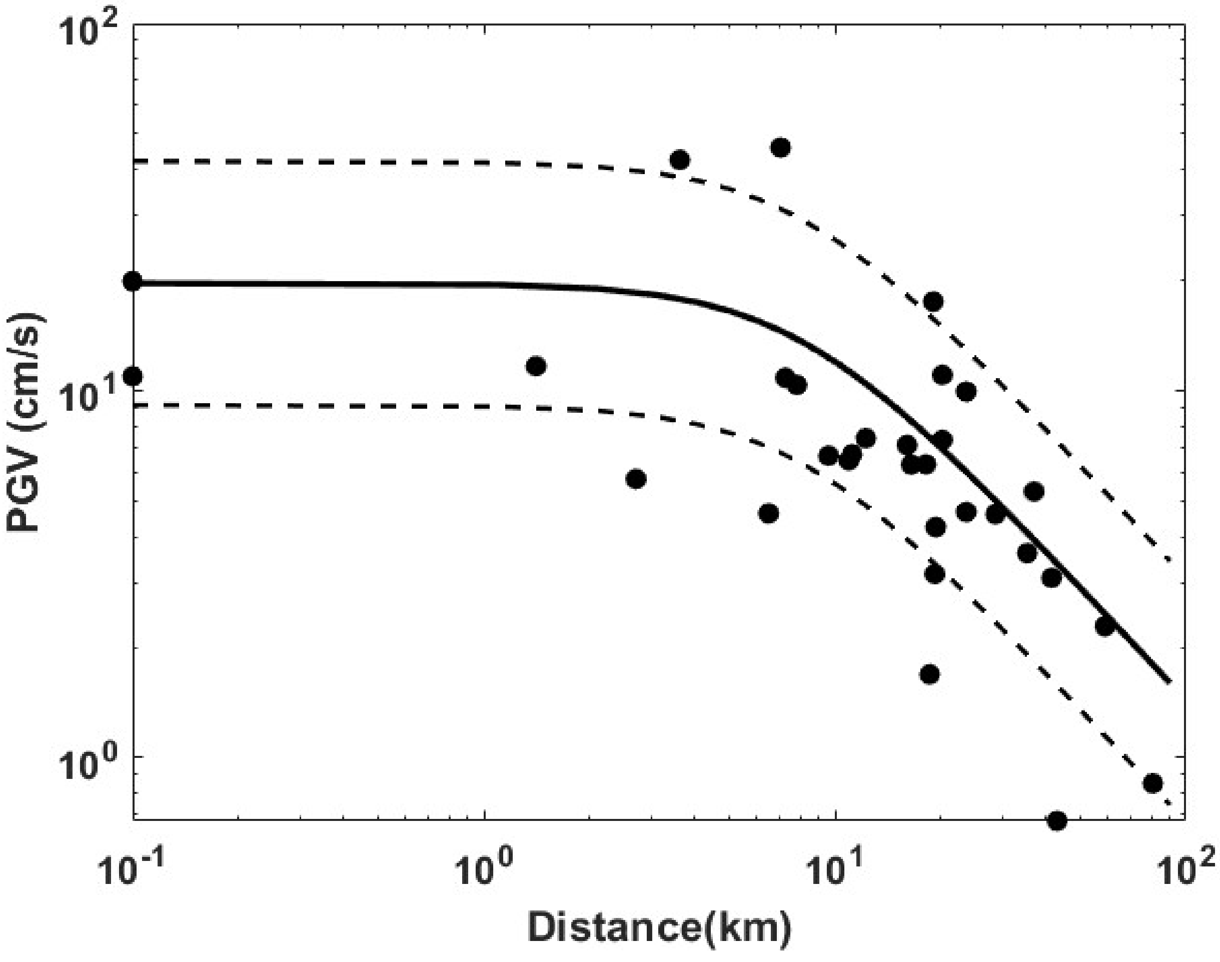


Figura 3.3.2 – Valori di PGV in funzione della distanza di Joyner-Boore dalla faglia (punti neri). Legge di attenuazione proposta da Bindi et al. (2011) Per un evento di magnitudo 6.5: valore atteso (linea continua) e valori ad una σ dal valore atteso (linee tratteggiate)

I punti che si trovano ad una distanza maggiore di σ dal valore atteso sono dovuti all'effetto di direttività che amplifica lo scuotimento per le stazioni che si trovano nella direzione principale di propagazione della rottura e lo attenua nelle direzioni opposte. In particolare, come si vede in $Figura$ 3.3.2 le stazioni che risentono di uno scuotimento maggiore sono Colliano e Senerchia.

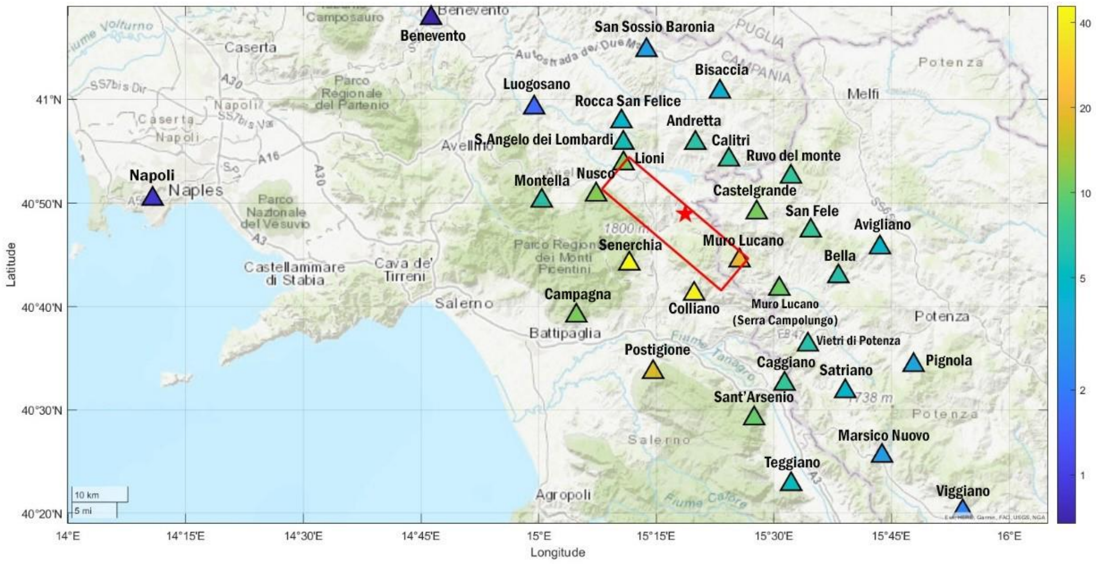


Figura 3.3.3 – Mappa ISNet in funzione del PGA

Conclusioni

Lo scopo di questo elaborato è quello di descrivere le caratteristiche principali di un terremoto con l'obiettivo di poter simulare un possibile evento sulle basi delle caratteristiche dell'evento dell'Irpinia del 1980. Poiché il terremoto dell'Irpinia è stato un evento molto complesso, si è deciso di semplificarlo considerando una sola faglia, ossia quella contenente l'ipocentro, con una magnitudo minore. Le stazioni a cui sono calcolati i sintetici sono state posizionate negli stessi punti di quelle della rete ISNet.

Queste simulazioni possono essere considerate realistiche per lo scenario considerato, perché i risultati sono compatibili con la legge di regressione per l'Italia. I punti in cui la simulazione numerica si discosta dalla predizione empirica sono dovuti ad effetti di direttività che ha la faglia; coerentemente con gli eventi italiani che presentano anch'essi dei punti che si discostano lievemente dalla legge di attenuazione.

Bibliografia

Zollo A., Emolo A., Terremoti e Onde: metodi e pratica della sismologia moderna, Liguori editore, 2011.

Cocco M., Pacor F.,: The rupture process of the 1980 Irpinia, Italy, earthquake from the inversion of strong motion waveforms.

Bindi D., Pacor F., Luzi L., Puglia R., Massa M., Ameri G., Paolucci R., Ground motion prediction equations derived from the Italian strong motion database.