Università degli Studi di Napoli “Federico II”

Scuola Politecnica e delle Scienze di Base
Area Didattica di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Dipartimento di Fisica “Ettore Pancini”

Laurea triennale in Ottica e Optometria

Misura dei parametri di un fascio gaussiano emesso da una sorgente laser

Relatori:
Prof. Rosario De Rosa

Candidato:
Paolo Solimeno
Matricola M44000398

A.A. 2018/2019

Sommario

Introduzione

Questo lavoro di tesi è mirato alla misura dei parametri fondamentali di un fascio gaussiano emesso da una sorgente Laser He-Ne.

Il lavoro è stato possibile tramite l'acquisizione immagini da parte di un sensore CMOS

Il lavoro di tesi è stato svolto nel seguente modo. Nel primo capitolo verranno trattati i fondamenti teorici del lavoro stesso; ossia la descrizione delle proprietà e del principio di funzionamento della sorgente utilizzata, l'introduzione e descrizione di un fascio gaussiano e dei suoi parametri fondamentali, la legge ABCD utilizzata per l'analisi dei dati. Nel secondo capitolo verrà descritto l'apparato sperimentale utilizzato, cioè, la sorgente Laser He-Ne e il sistema di rilevamento. In questo stesso capitolo sarà altresì illustrata la procedura utilizzata per lo svolgimento delle misure richieste per la successiva analisi, ossia le misure del profilo d'intensità del fascio al variare della distanza dalla sorgente.

Nell'ultimo capitolo, infine, viene riportata l'elaborazione ed analisi dei dati acquisiti durante le misure. Questa è stata effettuata, a partire dalle immagini dei profili d'intensità precedentemente salvati, utilizzando un software appositamente scritto nell'ambiente MATLAB e che utilizza quasi esclusivamente funzioni di libreria.

La procedura di analisi dei dati ha permesso di estrarre i parametri che caratterizzano il fascio laser dalle immagini e la successiva rielaborazione delle stesse. In aggiunta alla semplice analisi del fascio si è poi provveduto a verificare la validità della legge ABCD, interponendo una lente convergente tra il laser ed il sensore, per verificare se le variazioni nella geometria del fascio, previste dalla teoria, fossero realmente corrispondenti alla realtà.

Capitolo 1: Introduzione Laser e Fasci Gaussiani

Emissione spontanea, emissione stimolata e assorbimento

Per descrivere il fenomeno dell'emissione spontanea, si considerino due livelli di energia, 1 e 2, le cui energie associate sono E_1 ed E_2, di un atomo o di una molecola di un dato materiale, con $E_1 < E_2$, come mostrato in Fig. 1.0a. Per convenzione il livello 1 è il livello fondamentale. Si suppone che l'atomo sia inizialmente nel livello 2. Poiché $E_1 < E_2$, l'atomo tenderà a decadere nel livello fondamentale, rilasciando energia sotto forma di onda elettromagnetica. Il processo prende il nome di *emissione spontanea*. La frequenza ν_0 dell'onda è data dall'espressione:

$$\nu_0 = \frac{(E_2 - E_1)}{h} \tag{1.1}$$

dove h è la costante di Plank. Il fenomeno, quindi, è caratterizzato dall'emissione di un fotone con energia $h\nu_0 = E_2 - E_1$, in direzione e polarizzazione casuale.

Si supponga ora che l'atomo si trovi inizialmente nel livello 2 e che un'onda elettromagnetica di frequenza ν_0 (uguale a quella dell'onda emessa spontaneamente) incida sul materiale [Fig. 1.0b]. Siccome ha la stessa frequenza di quella atomica, esiste una probabilità finita che l'atomo venga stimolato a tornare nel livello 1 con emissione di un fotone. Questo processo, chiamato *emissione stimolata*, porta ad avere due fotoni con le medesime proprietà (frequenza, fase, direzione e polarizzazione) e l'atomo nello stato fondamentale.

Adesso si consideri che l'atomo sia nello stato fondamentale [Fig. 1.0c] e che un'onda elettromagnetica di frequenza ν_0 incida sul materiale. In questo caso c'è una probabilità finita che l'atomo effettui una transizione al livello 2, poiché la differenza di energia $E_2 - E_1$ richiesta dall'atomo è data dall'energia dell'onda elettromagnetica incidente. Questo è il fenomeno dell'*assorbimento*. [1]

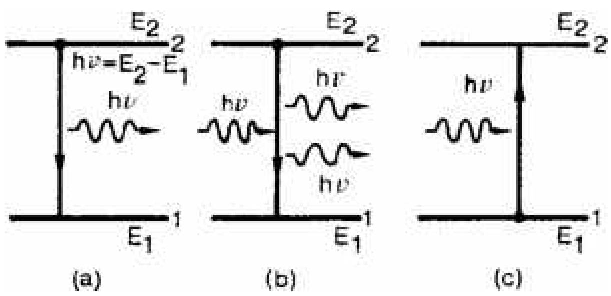

Fig. 1.0 Illustrazione schematica dei tre processi: (a) emissione spontanea; (b) emissione stimolata; (c) assorbimento [1]

Per l’emissione spontanea, l’emissione stimolata e l’assorbimento è possibile scrivere un’equazione per la frequenza con la quale i processi possono avvenire. Per l’emissione spontanea:

$$\frac{dn_2}{d} = -n_2 A = -\frac{n_2}{\tau}$$

dove *n* indica il numero di atomi (o molecole) per unità di volume che occupano un dato livello energetico e viene chiamato “*popolazione del livello*”; il coefficiente A, anche chiamato coefficiente di Einstein, è una costante positiva ed è uguale a $\frac{1}{\tau}$, dove τ è il tempo entro il quale circa il 70% degli atomi di un livello decadono in un livello inferiore ed viene denominata *vita media* di un livello.

Per l`emissione stimolata si avrà:

$$\frac{dn_2}{d} = -n_2 F_\nu W_2$$

dove F_ν indica il flusso di fotoni di frequenza ν_0 e W_2 è un coefficiente di proporzionalità che tiene conto della probabilità che il fenomeno avvenga.

Infine per l`assorbimento:

$$\frac{dn_1}{d} = -n_1 F_\nu W_1$$

Queste espressioni esprimono la variazione nel tempo dei livelli energetici n_i (intesa come velocità di variazione) a causa dei tre processi sopra descritti. [1]

Introduzione e descrizione di un Laser

Il Laser (acronimo dell‘inglese “**L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation”) è un dispositivo capace di amplificare la luce producendo fasci luminosi coerenti e monocromatici, caratterizzati da un alto grado di potenza e forte direzionalità. A queste caratteristiche può essere aggiunta una quinta, ossia la breve durata, riferita alla capacità di produrre impulsi di luce molto brevi.

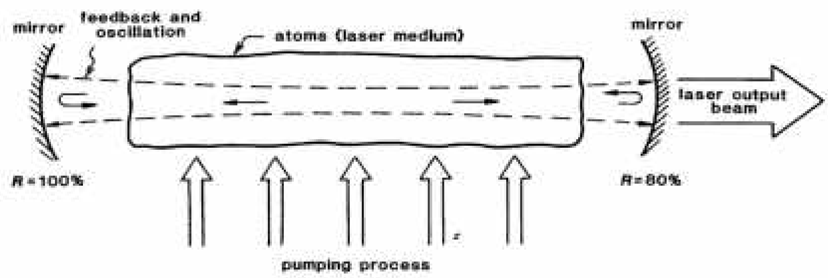

Fig. 1.1 Elementi di un tipico oscillatore laser [2]

Gli elementi fondamentali di un dispositivo laser, mostrati in Figura 1.1, sono quindi: 1) un mezzo otticamente attivo, costituito da un appropriato gruppo di atomi, molecole, ioni o in alcuni casi da un cristallo semiconduttore, il quale è responsabile dell`aumento dell`intensità della radiazione quando attivato, può essere liquido, gassoso o solido; 2) un sistema di pompaggio che serve ad eccitare questi atomi (molecole, etc..) in livelli energetici quanto-meccanici superiori, portando all`emissione di fotoni; 3) una cavità risonante, composta da adatti elementi ottici di feedback, generalmente due specchi a geometria ellittica per ottimizzare l`efficienza geometrica, di cui uno semiriflettente che permette, in parte, la fuoriuscita della radiazione. [2]

Proprietà di un fascio laser

- ### Monocromaticità

Questa proprietà è dovuta dal fatto che soltanto un`onda elettromagnetica con frequenza $\nu_C$ data dalla [1.1] può essere amplificata e l`oscillazione può avvenire solo per le frequenze di risonanza della cavità. La frequenza di un laser single-mode ad onda continua dipende per lo più dalla fase delle oscillazioni piuttosto che dall’ampiezza delle stesse. Le oscillazioni d’ampiezza derivano dalle oscillazioni perse dal pompaggio o dalla cavità, sono spesso molto piccole (~1%) e possono esser ridotte ulteriormente attraverso adatti cicli di feedback controllati elettronicamente. Per questo motivo è possibile ottenere larghezze di riga di un laser molto più piccole dell’ordinaria larghezza di riga della transizione 2→1, osservata nell’emissione stimolata. Nel caso di laser che oscillano in modi diversi, la monocromaticità è legata al numeri di modi che oscillano. Il grado di monocromaticità richiesto dipende sicuramente dall’applicazione data. In realtà le più strette larghezze di riga sono necessarie solo per le applicazioni più sofisticate che si occupano, ad esempio, di meteorologia o misure fondamentali in fisica (come la rilevazione delle onde gravitazionali). [2]

- ### Coerenza temporale e coerenza spaziale

La coerenza temporale è collegata alla monocromaticità della sorgente. Il campo elettrico di un`onda monocromatica, in un punto P dello spazio, ha un`ampiezza costante ed una fase che varia linearmente col tempo. È una definizione ideale in quanto fase ed ampiezza sono soggette a modificazioni. La descrizione più realistica è quella riferita alle onde “quasi monocromatiche”, ossia una serie di treni d‘onda con fase relativa variabile: l‘ampiezza rimane costante per un certo periodo di tempo Δt finito, in questo intervallo di tempo l`onda si comporta come monocromatica. Il legame tra il tempo di coerenza Δt e l'intervallo di frequenze che compongono l'onda Δν è:

$$\Delta t = \frac{1}{\Delta}$$

È possibile definire anche una lunghezza di coerenza, che è lo spazio percorso da un`onda nell`intervallo di coerenza Δt:

$$\Delta l = c \cdot \Delta t$$

Alla coerenza spaziale, cioè al fatto che la differenza di fase è costante fra punti distinti in una sezione trasversa del fascio, è correlata la possibilità di avere fasci unidirezionali e collimati, cioè paralleli alla direzione di propagazione anche su lunghi percorsi. Quest'emissione unidirezionale e coerente comporta la possibilità di raggiungere una densità di potenza molto elevata. [3]

- ## Direzionalità

Questa proprietà è una diretta conseguenza del fatto che il mezzo attivo è posto in una cavità risonante. Siccome l'apertura ha una dimensione finita D, il fascio avrà una divergenza finita *d* a causa della diffrazione. Per una distribuzione di ampiezza arbitraria si ottiene:

$$\theta_d = \beta\lambda/D \tag{1.2}$$

dove λ e D sono, rispettivamente, la lunghezza d'onda e il diametro del fascio. Un fascio la cui divergenza si può esprimere secondo l'eq. (1.2) viene descritto come diffraction limited, cioè letteralmente limitato dalla sola diffrazione. In seguito si vedrà come è possibile misurare questa divergenza. [2]

- ## Luminosità

Si definisce luminosità di una data fonte di onde e.m. la potenza emessa per unità di superficie per unità di angolo solido. Sia dS l'area della superficie dell'elemento a punto O dalla sorgente [Fig. 1.2(a)]. La potenza dP emessa da dS in un angolo solido dΩ intorno alla direzione OO' può essere scritta come:

$$d \quad = B\, c \quad d \quad d \tag{1.3}$$

dove θ è l'angolo compreso tra OO' e la normale $\vec{n}$ alla superfice. La quantità B definita da questa equazione è la luminosità della sorgente nel punto O nella direzione di OO'. Quando quest'ultima è una costante si dice che la sorgente è isotropa (o sorgente Lambertiana).

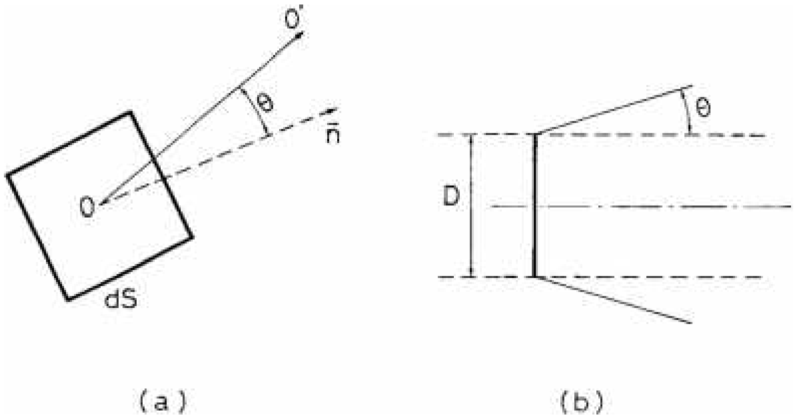

Fig. 1.2 (a) Luminosità di una superfice nel punto O per una generale fonte di onde e.m. (b) Luminosità di un fascio laser di diametro D e divergenza θ [2]

Si consideri, ora, un fascio laser di potenza P, con una sezione circolare di diametro D e con una divergenza θ, come in Fig. 1.2(b). Siccome di solito θ è molto piccolo, si avrà un cos θ~1. Poiché l'area del fascio è uguale a $\pi D^2/4$ e l'angolo solido è $\pi\theta^2$, secondo l'eq. (1.3) si otterrà per un fascio laser:

$$B = 4P/(\pi \quad)^2$$

La luminosità è il parametro più importante per un fascio laser, e più in generale, di qualsiasi fonte di luce. Un fascio laser di potenza anche moderata (ad esempio pochi mW) ha una luminosità che è diversi ordini di grandezza maggiore di quella delle più luminose fonti convenzionali, fatto che è dovuto principalmente dalle proprietà altamente direzionali del fascio laser. [2]

Principio di funzionamento di un Laser

Il funzionamento dei laser é basato sulla teoria quantistica: un atomo può assorbire un fotone solo se la sua energia E = hν corrisponde alla differenza di energia tra un livello energetico occupato e un livello eccitato libero (i livelli energetici per i sistemi microscopici sono discreti). Per ottenere un fascio laser (coerente) tramite emissione stimolata devono esser soddisfatte due condizioni: gli atomi devono trovarsi in uno stato eccitato metastabile, stato in cui viene mantenuta una certa condizione di equilibrio fintantoché non viene fornito al sistema una quantità sufficiente di energia che ne perturbi l'equilibrio, di modo che la transizione nello stato inferiore avvenga per emissione stimolata, piuttosto che spontaneamente, ed occorre avere un`inversione di popolazione.
La popolazione di un livello dipende dalla temperatura; la termodinamica permette di esprimere il rapporto tra due livelli qualsiasi all`equilibrio termico:

$$\frac{n_1}{n_0} = e^{-\frac{E_1 - E_0}{K}}$$

Ne risulta che $n_0 > n_1$. Considerando l`equazione dell`intensità della radiazione nell`attraversare un mezzo materiale:

$$I = I_0 e^{W(n_1 - n_0)z}$$

L`esponente di $I$ è sempre negativo con il risultato che $I < I_0$, che corrisponde alle osservazioni fatte in natura: *“quando un‘onda attraversa un mezzo la sua intensità si riduce”*. Si evince che se $n_1 > n_0$ risulterebbe $I > I_0$, ossia l`intensità aumenta nell`attraversare il mezzo. Questa condizione è detta inversione di popolazione. I fenomeni che producono tale inversione di popolazione prendono il nome di “operazione di pompaggio”. Questo può avvenire per assorbimento di radiazione elettromagnetica (pompaggio ottico), per urto con elettroni (scariche elettriche), per collisioni con atomi eccitati, attraverso reazioni chimiche o con il passaggio di corrente elettrica. [3]

Fasci Gaussiani

Introduzione

Un fascio di radiazione elettromagnetica è detto gaussiano quando presenta in ciascun piano perpendicolare alla direzione di propagazione un profilo d’intensità che ha una distribuzione gaussiana.

Il modo trasverso fondamentale gaussiano (TEM00) ben descrive la radiazione emessa da molti tipi di laser e come essi possono essere focalizzati.

Le soluzioni d’onda per un fascio gaussiano saranno determinate da due semplici parametri: il beam waist (vita), indicato in figura come w_0, e il raggio di curvatura del fronte d’onda.

I fasci gaussiani presentano sezioni trasverse circolari a qualsiasi valore di z considerato, se il fascio presenta una sezione ellittica, allora è detto astigmatico e può essere descritto anch’esso come un fascio gaussiano. [4]

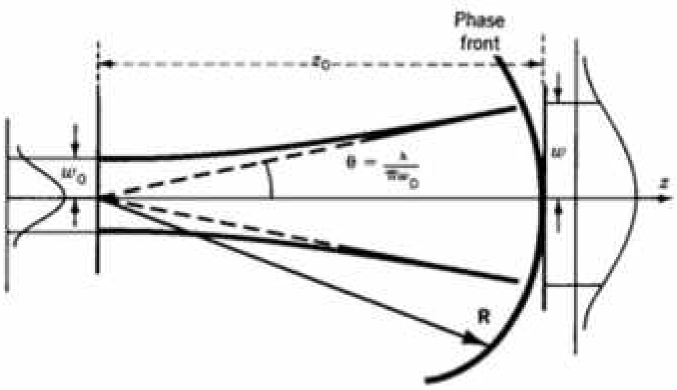

Fig. 1.3 Propagazione di un’onda gaussiana lungo z [5]

Descrizione di un fascio gaussiano

Per descrivere le caratteristiche di un fascio gaussiano, si utilizza l'approssimazione parassiale. Si presuma che un'onda piana si propaghi quasi parallelamente alla direzione z, descrivendola, in questo modo, come un'onda scalare nella forma:

$$E(r) = \Psi(x, y, z)e^{-ti}$$

Sostituendo quest'onda generale nell'equazione di Helmholtz:

$$\left(\frac{\delta^2\Psi}{\delta x^2} + \frac{\delta^2\,\Psi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2\Psi}{\delta z^2}\right)e^{-ti} \quad + k^2\Psi e^{-ti} \quad - 2ti\,\frac{\delta\Psi}{\delta}e^{-ti} \quad - k^2\Psi e^{-ti} \quad = 0$$

Supponendo che Ψ vari molto lentamente, linearmente, con z, si può trascurare il termine $\frac{\delta^2\Psi}{\delta z^2}$.

L'equazione d'onda scalare risultante è chiamata equazione d'onda parassiale:

$$\frac{\delta^2\Psi}{\delta x^2} + \frac{\delta^2\,\Psi}{\delta y^2} - 2ti\,\frac{\delta\Psi}{\delta} = 0 \qquad (1.4)$$

Si assume che la soluzione dell'equazione d'onda parassiale ha la forma:

$$\Psi = e^{-ti\,(z)(x^2+y^2)}e^{-t\,(z)} \qquad (1.5)$$

dove Q(z) dà informazioni sulla forma dell'onda e P(z) descrive una differenza di fase complessa. Dalla scelta della (1.5) come soluzione della (1.4), implicitamente si assume che la dipendenza trasversale dell'onda è solo una funzione di $(x^2 + y^2)$; cioè l'onda ha simmetria circolare. Dopo alcuni passaggi matematici e dopo aver dato una forma opportuna a Q(z) e P(z) si può identificare la funzione d'onda Ψ come:

$$\Psi_0 = e^{\left[-\frac{k(x^2+y^2)}{2q_0}\right]} \qquad (1.6)$$

l'equazione (1.6) è una funzione gaussiana; confrontandola con la distribuzione gaussiana di ampiezza spaziale data da:

$$E = E_0 e^{\left(-\frac{(x^2+y^2)}{w^2}\right)}$$

risulterà che Ψ è un'onda la cui distribuzione di ampiezza spaziale è una Gaussiana [Fig. 1.4].

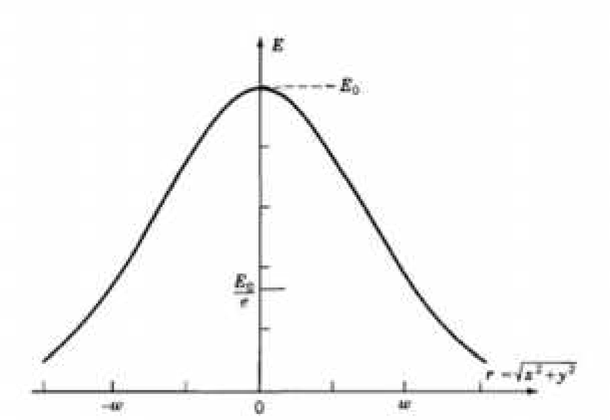

Fig. 1.4 Distribuzione spaziale del campo elettrico [5]

Il parametro *w* rappresenta la semi-larghezza della distribuzione della funzione gaussiana nel punto in cui l'ampiezza è uguale ad un valore pari ad 1/e rispetto al valore massimo (cioè $E = E_0/e$). Si definisce *w*=$w_0$la minima semi-larghezza della funzione gaussiana ed è data da:

$$w_0^2 = \frac{2q_0}{k}$$

esso viene chiamato *minimo beam waist*. La connessione tra q_0 e il minimo beam waist è stabilita in z=0, cioè, il sistema di coordinate deve avere la sua origine nel diametro minimo del fascio. Il parametro q_0 è chiamato *parametro confocale* ed è espresso da:

$$q_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \tag{1.7}$$

L'assunto che l'onda sia parassiale comporta un'onda parassiale nella forma:

$$E(r,z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{\left(-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}\right)} e^{\left[-i\,\frac{(x^2+y^2)}{2R(z)}\right]} e^{[-i\,(z)]} \tag{1.8}$$

Essendo l'intensità la media nel tempo di E, risulterà:

$$I = I_0 \left[\frac{w_0}{w(z)}\right]^2 e^{\left[-\frac{2(x^2+y^2)}{w^2(z)}\right]}$$

Si procederà, ora, con la definizione dei parametri che descrivono un fascio gaussiano.

Parametri di un fascio gaussiano

Il *raggio di curvatura* di un fronte d'onda sferico parassiale, come descritto dall'eq. 1.8, è una funzione di z ed è determinato da:

$$R(z) = z\left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda}\right)^2\right] \tag{1.9}$$

per un valore elevato di z, R≈z. Esso rappresenta il raggio di curvatura del fronte d'onda ad una certa distanza dal beam waist.

Il *termine extra-fase* nell'eq. 1.8 è la differenza di fase tra un'onda piana ideale e l'onda gaussiana ed è data da:

$$\phi(z) = \tan^{-1}\left(\frac{\lambda}{\pi w_0^2}\right)$$

Si passa, ora, alla descrizione della *dimensione dello spot* del fascio in funzione della distanza. Il parametro, denominato w(z), è la dimensione trasversa del fascio in relazione al punto considerato ed è espresso da:

$$w^2(z) = w_0^2\left[1 + \left(\frac{\lambda}{\pi w_0^2}\right)^2\right] \tag{1.10}$$

Quest'equazione descrive una curva prodotta dalla connessione di tutti i punti in cui l'ampiezza trasversa del fascio assume il valore pari ad 1/e; la curva risultante è un'iperbole lungo la direzione di propagazione dell'onda, come mostrato in Fig. 1.5. A grandi distanze, è una buona approssimazione considerare l'espressione analitica dell'asintoto obliquo di $w^2(z)$, semplificando l'espressione di w(z):

$$w(z) = \left(\frac{\lambda}{\pi w_0}\right)z$$

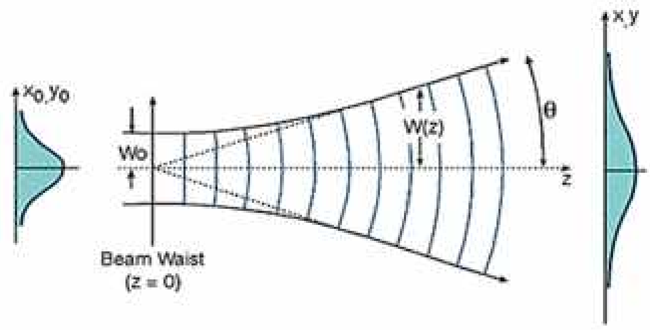

Fig. 1.5 Andamento di w(z) ed angolo di diffrazione θ [6]

Provenendo dall’origine e propagandosi nella direzione di z positivo, il raggio è inclinato, rispetto all’asse z, all’angolo di diffrazione:

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$$

Quest’angolo può essere usato per calcolare il diametro del fascio ad una certa distanza dal beam waist, grazie alla relazione:

$$w^2(z) = w_0^2 + \theta^2 z^2$$

Si può dare adesso il significato al *parametro confocale* q_0, sostituendo la definizione data nell’eq. 1.7 nell’eq. 1.10, ottenendo:

$$w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{z}{q_0}\right)^2\right]$$

ciò dimostra che questo parametro, anche chiamato distanza di Rayleigh , è la distanza di propagazione sopra la quale il beam waist cresce dimensionalmente da w_0 a $\sqrt{2} w_0$. Il parametro confocale caratterizza le proprietà convergenti o divergenti di un fascio gaussiano, riscrivendolo, infatti, come:

$$q_0 = \frac{w_0}{\theta}$$

Queste equazioni possono essere utilizzate per individuare i parametri di un fascio gaussiano in un qualsiasi punto lungo la sua direzione di propagazione, anche nel caso in cui il fascio passi attraverso un sistema ottico grazie alla Legge ABCD. [6]

Legge ABCD

Usando l’approssimazione parassiale, è possibile scrivere una matrice che riguarda i parametri d’entrata e di uscita di un sistema ottico:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ \gamma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix}$$

$$x_2 = Ax_1 + B\gamma_1, \qquad \gamma_2 = Cx_1 + D\gamma_1$$

dove x_1 è la posizione delle coordinate sopra l’asse ottico (z) del raggio incidente nel sistema ottico, x_2 è la posizione delle coordinate del raggio uscente dal sistema e le γ sono le pendenze dei raggi. La pendenza del raggio è data dalla relazione:

$$\gamma = \frac{d}{d} = t \qquad \gamma \approx \frac{x}{R}$$

Da cui si ricava il raggio:

$$R = \frac{x}{\gamma}$$

Quindi, per un raggio di curvatura uscente da un sistema ottico, descritto tramite la matrice ABCD, si ottiene:

$$R_2 = \frac{x_2}{\gamma_2} = \frac{\gamma_1 \left(A \frac{x_1}{\gamma_1} + B\right)}{\gamma_1 \left(C \frac{x_1}{\gamma_1} + D\right)} = \frac{AR_1 + B}{CR_1 + D}$$

dove R_1è il raggio di curvatura del fascio entrante nel sistema. [6] Nel caso in cui il sistema ottico considerato sia una lente sottile con distanza focale *f*, il raggio di curvatura viene scritto come:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1 - (R_1/f)}{R_1} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f} \tag{1.11}$$

Per analizzare ulteriormente gli effetti di una lente semplice su un fascio gaussiano, si considera il parametro *q*, di dimensione complessa, espresso dall'equazione:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{(z + i\pi\,\omega_0^2/\lambda)} = \frac{z - (i\pi\,\omega_0^2/\lambda)}{z^2 + (\pi\omega_0^2/\lambda)^2}$$

È possibile riscrivere questo parametro utilizzando le definizioni date dalle equazioni 1.9 e 1.10, ottenendo:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - \frac{i\lambda}{\pi\omega_0^2}$$

Per una lente sottile di distanza focale *f*, considerando il raggio di curvatura trovato tramite la matrice ABCD riferita ad essa espresso dall'equazione 1.11, si può scrivere la relazione del parametro *q* nel seguente modo:

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{R_2} - \frac{i\lambda}{\pi\omega_2^2} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{f}\right) - \frac{i\lambda}{\pi\omega_1^2}$$

dove $\omega_2 = \omega_1$, in quanto in questo caso la dimensione dello spot è la stessa avanti e dietro le superfici della lente. Quest'ultima equazione si può ridurre alla più semplice relazione:

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{f} \tag{1.12}$$

Confrontando l’eq. 1.11 e l’eq. 1.12 si giunge alla conclusione che il parametro q del fascio ha un ruolo corrispondente a quello del raggio di curvatura. Da questa equivalenza scaturisce un’espressione tramite cui è possibile tracciare un fascio gaussiano attraverso qualsiasi sistema ottico, cioè:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}$$

Capitolo 2: Descrizione apparato sperimentale

Introduzione strumentazione

La strumentazione utilizzata per la misura dei parametri fondamentali di un fascio gaussiano emesso da un Laser è la seguente:

1) Sorgente Laser He-Ne
2) Filtro neutro
3) Sistema di rilevamento

Di seguito viene riportata l'immagine dell'apparato strumentale [Fig. 2.0].

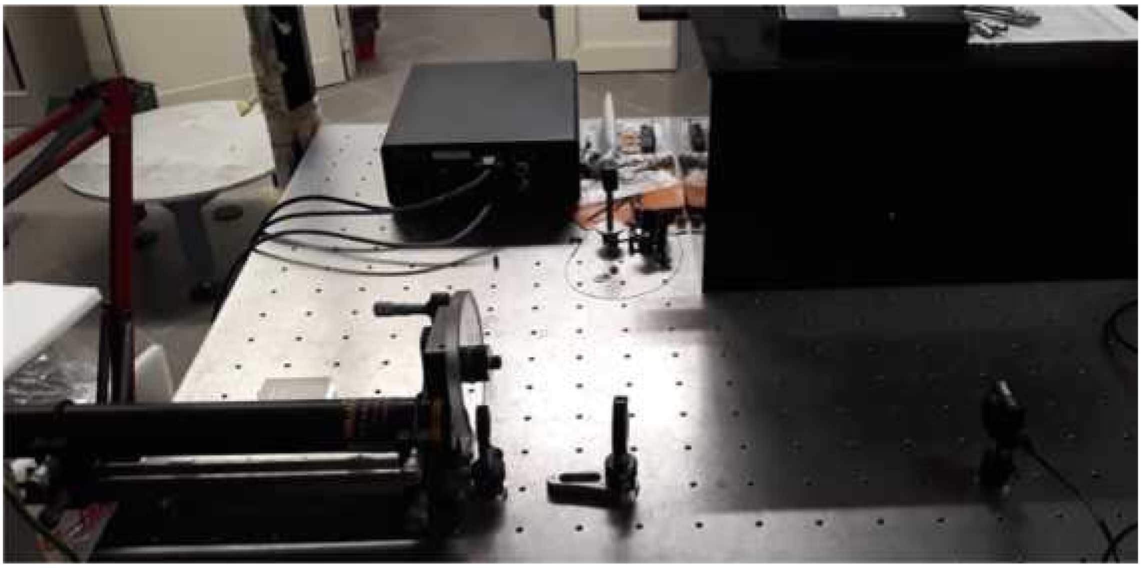

Fig 2.0 Fotografia apparato strumentale

Sorgente Laser He-Ne

Il sistema Laser utilizzato è un modello Melles Griot 05 SPT 903 che è progettato per emettere luce laser rossa collimata, polarizzata, single-mode a frequenza stabile a 473 THz o ad intensità stabile (tipicamente è di 1,5 mW). L'unità è costituita da un cavo di alimentazione a tensione controllata termicamente, una testina laser collegata al pannello posteriore al controller tramite il cavo di controllo [Fig. 2.1]. Il modello 05 SPT 903 è un sistema Laser di Classe IIIa/ Classe 3B, il cui fascio, per definizione, è un pericolo per la sicurezza. [7]

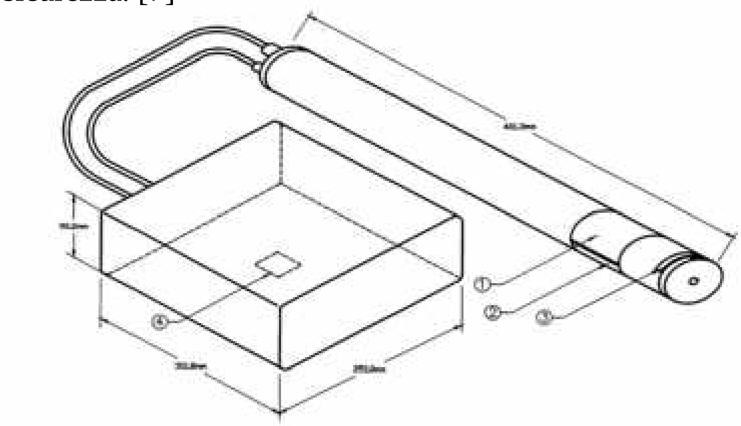

Fig. 2.1 Schema del modello Laser Melles Griot 05 SPT 903

Principio di funzionamento di un Laser He-Ne

Un contenitore di vetro riempito da una miscela di gas [prevalentemente elio (<85%) e neon (>15%)] viene attraversato da una scarica elettrica (scarica Townsend o scarica a valanga), scarica che sarà il pompaggio del sistema Laser. Infatti, questa crea un plasma, la cui energia risultante farà si che gli elettroni degli atomi di neon, attraverso anche uno stato intermedio di elio metastabile, vengano eccitati e passino ad uno stato energetico superiore. Quando si verificherà la condizione in cui sono presenti più elettroni nello stato eccitato che negli stati inferiori, si avrà l'inversione di popolazione. Alla radiazione emessa si potrebbe aggiungere la radiazione ottica ottenuta dalla stimolazione di altri atomi di neon eccitati. Per ottenere un'oscillazione Laser ad onde continue viene creata una cavità risonante attraverso l'utilizzo di un riflettore posto alle estremità del tubo in modo da ottenere, tramite la riflessione avanti ed indietro della radiazione, una probabilità di circa una su dieci che un fotone stimoli l'emissione di un altro fotone in un passaggio nel tubo.

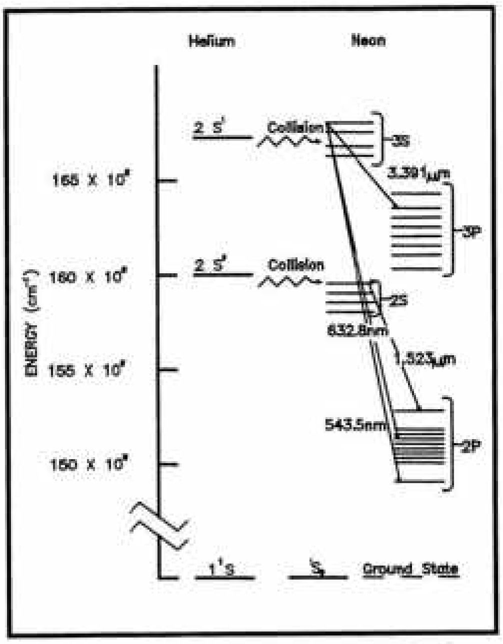

Fig. 2.2 Transizioni Laser He-Ne

In figura 2.2 vengono mostrate le transizioni possibili che avvengono in un Laser He-Ne. La transizione più probabile produce una lunghezza d'onda di 3391 nm che dominerà le altre lunghezza d'onda, compresa quella desiderata di 632,8 nm. Attraverso un'attenta progettazione delle superfici degli specchi riflettenti della cavità, questa sopprime la transizione a 3391 nm consentendo solo le transizioni dal livello $3s_2$ al livello 2p e mantenendo così il funzionamento alla lunghezza d’onda desiderata.

Si è detto che essendo in una cavità risonante soltanto alcune forme di oscillazione possono esistere. Queste sono conosciute come modi della cavità. È necessario distinguere i modi trasversi da quelli longitudinali. I modi trasversi definiscono la fase del fronte d’onda mentre si propaga nella cavità; gli elementi della cavità fanno in modo che venga limitata la radiazione al modo trasverso più basso, chiamato T_{00}, il quale produce un profilo d’intensità gaussiano. Nel modo trasverso T_{00} possono esistere diversi modi. I modi longitudinali accettabili sono quelli a cui corrispondono le lunghezze d’onda permesse dalla relazione:

$$N \quad = 2L$$

dove N è un numero intero indicante il numero di lunghezze d’onda, λ è la lunghezza d’onda della radiazione ed L è la lunghezza della cavità.
La separazione dei modi in frequenza è data da:

$$s = \frac{c}{2L}$$

dove s è la separazione di modo (o, più propriamente, *gamma spettrale libera*) e *c* è la velocità della luce. Un modo che raggiunge lo stato stazionario avrà un guadagno sufficiente per ovviare alle perdite interne. In Fig. 2.3 viene mostrato un grafico del guadagno ottenuto dalla transizione Laser possibile. Il grafico considera, anche, l’ampliamento dovuto dallo spostamento Doppler degli atomi in movimento che emettono nel plasma, definendo, così, la larghezza della metà della curva di guadagno nominale per il mezzo (circa 1400 MHz).

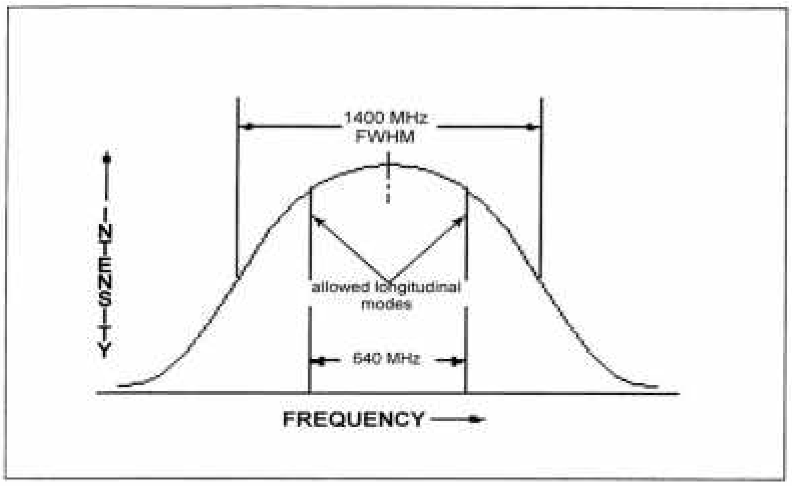

Fig. 2.3 Banda di frequenza di un Laser He-Ne

Per sapere il numero di modi longitudinali possibili in un Laser, si stima, basterà dividere la larghezza della curva di guadagno per la separazione di modo. Per il Laser in considerazione esistono solo due modi possibili polarizzati linearmente in direzioni ortogonali.

Infine, la temperatura della cavità viene mantenuta tra i 10 e i 20 gradi Celsius al di sopra la temperatura ambiente, affinché il meccanismo di feedback funzioni correttamente. Se così non fosse la variazione della lunghezza della cavità sarebbe tale da cambiare la lunghezza d'onda; infatti, anche piccoli cambiamenti in frequenza portano sostanziali differenze d'intensità. [7]

Sistema di rilevamento

Il sistema utilizzato per l'acquisizione delle immagini è una telecamera Thorlabs modello DCC 1545 M-GL. Il sistema è un formato SXGA con un sensore di immagine digitale CMOS di ½ pollice. In figura 2.4 viene riportata la scheda tecnica dello strumento utilizzato. [8]

Parameter		Value
Optical format		1/2-inch (5:4)
Active imager size		6.66mm(H) x 5.32mm(V)
Active pixels		1,280H x 1,024V
Pixel size		5.2µm x 5.2µm
Shutter type		Electronic rolling shutter (ERS)
Maximum data rate/ master clock		48 MPS/48 MHz
Frame rate	SXGA (1280 x 1024)	30 fps progressive scan; programmable
ADC resolution		10-bit, on-chip
Responsivity		2.1 V/lux-sec
Dynamic range		68.2dB
SNR_{MAX}		45dB
Supply voltage		3.0V–3.6V, 3.3V nominal
Power consumption		363mW at 3.3V (operating); 294mW (standby)
Operating temperature		0°C to +70°C
Packaging		48-pin CLCC

Fig. 2.4 Scheda tecnica della telecamera

Un sensore CMOS è un chip realizzato in silicio e organizzato in maniera tale da formare una matrice di elementi fotosensibili (pixel) su cui si accumulano delle cariche elettriche prodotte dalla radiazione incidente. I componenti fotosensibili generano ognuno una carica elettrica proporzionale all'intensità che li ha investiti. Il valore di tali cariche viene trasformato in forma digitale tramite un chip di conversione analogico-digitale, chiamato ADC (Analog to Digital Converter)[9]. Nel caso in considerazione si ha un'immagine di dimensioni SXGA a 30 fotogrammi al secondo (fps) e un ADC che fornisce 10 bit per pixel. Si possono individuare quattro momenti nel funzionamento di un sensore di questo tipo:

1) La generazione di cariche per effetto fotoelettrico
2) La raccolta delle cariche tramite la creazione di una buca di potenziale
3) Il trasferimento delle cariche, variando i potenziale degli elettrodi
4) L'estrazione della carica mediante il circuito d'uscita

Il sensore utilizzato ha una matrice totale di pixel pari a 1,312H x 1,048V (1,374,976 pixel) mentre per quanto riguarda i pixel attivi sono 1,310,720 (matrice 1,280H x 1,024V). La matrice dei pixel è configurata come viene mostrato in figura 2.5.

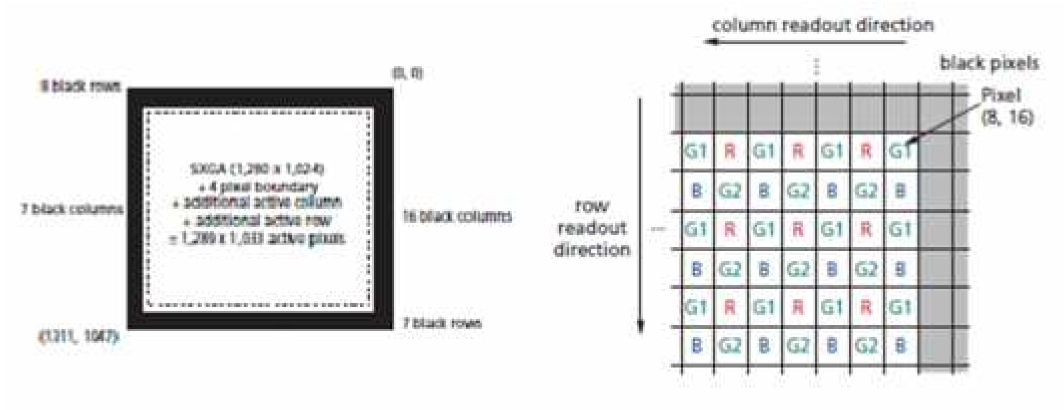

Fig. 2.5 Configurazione matrice pixel

Le prime 16 colonne e le prime 8 righe sono otticamente nere e vengono utilizzate per monitorare il livello del nero. Ci sono, poi, 1,289 colonne per 1,033 righe di pixel otticamente attivi, che fornisco un limite di quattro pixel attorno alle dimensioni standard di un formato immagine SXGA (1,280 x 1,024).

I dati immagine ottenuti vengono letti in una scansione progressiva. Il percorso del segnale segue due fasi: uno stadio di guadagno (programmabile) e una fase offset analogica (programmabile) [Fig. 2.6].

Esecuzione delle misure

Si passerà, ora, alla descrizione dell’esecuzione delle misure. Il lavoro è stato svolto in assenza di altre sorgenti di luce, oltre la sorgente Laser sopra descritta, onde evitare condizionamenti nell’acquisizione delle immagini.

Dopo aver controllato che la radiazione emessa dal Laser si propaghi linearmente, si è anteposto ad esso un filtro neutro per attenuare la radiazione uscente, per non saturare il sensore.

Un primo set di misure è stato effettuato acquisendo le immagini del fascio emesso, partendo da una distanza di 50 mm, a distanze con step di ~ 25 mm fino all’ottenimento di una dimensione dello spot sufficiente per valutare l’andamento divergente del fascio (ad una distanza di 524 mm).

Un secondo set di misure è stato effettuato anteponendo al Laser, ad una distanza di 120 mm, una lente con una focale f = 88.3 mm e riprendendo nuove misure.

Nel prossimo capitolo verrà esaminato, in maniera più approfondita, l’acquisizione e l’elaborazione delle immagini ottenute attraverso i suddetti passaggi ed, infine, l’analisi dei dati ottenuti.

Capitolo 3: Elaborazione dei dati

Analisi dei singoli profili di intensità

Come prima operazione, è stata effettuata una analisi del profilo d'intensità del fascio laser alle varie distanze. A tale scopo le immagini catturate tramite il sensore sono state elaborate, utilizzando il software MATLAB, in modo da determinarne i parametri caratteristici.

La procedura di analisi è divisa in due parti:

1. Come operazione preliminare, per ciascuna immagine viene determinata la posizione del massimo di intensità: (x_m,y_m);
2. Successivamente viene eseguito un fit del profilo d'intensità misurato $I_M(x,y)$ utilizzando come modello il profilo gaussiano:

$$I(x,y) = I_0 e^{-2\frac{(x-x_0)^2}{w_0}} e^{-2\frac{(y-y_0)^2}{w_0}}$$

   i cui parametri sono I_0, w_0, x_0 e y_0. Per il fit è stata utilizzata la funzione di libreria *nlifit*, per il cui utilizzo è necessario specificare i valori di partenza dei parametri. Nel caso specifico si è posto: $x_0=x_m$, $y_0=y_m$, $I_0=100$ e $w_0=100$. Occorre specificare che, per questa prima procedura di analisi, tutti i parametri che vengono determinati dal fit sono legati al sensore utilizzato, e quindi x_0, y_0 e w_0 sono in pixel mentre I_0 è in conteggi. La funzione *nlifit* procede iterativamente in modo da minimizzare gli scarti tra il profilo misurato ed il modello e fornisce, dopo un certo numero di passi, i valori dei parametri che realizzano il fit.

A titolo di esempio, in figura 3.1 è riportata una delle immagini catturate dal sensore. In particolare è mostrato il fascio alla distanza di 400 mm dal laser. In figura 3.2 è mostrato il profilo sperimentale, mentre in figura 3.3 si riporta il fit dello stesso. Per chiarezza, nelle figure 3.4 e 3.5 sono mostrate due sezioni del profilo, lungo i due assi x ed y, in cui è possibile confrontare i dati sperimentali ed il fit gaussiano.

Questa procedura è stata effettuata su tutte le immagini disponibili alle varie distanze. Nonostante il fit determini vari parametri, l'unico di cui si ha bisogno in seguito è il waist, per questo motivo nella tabella 3.1 sono riportati i waist del fascio, alle varie distanze. Naturalmente i valori determinati dai fit sono stati convertiti in micron utilizzando, come fattore di conversione, la dimensione dei pixel del sensore come specificato dal manuale.

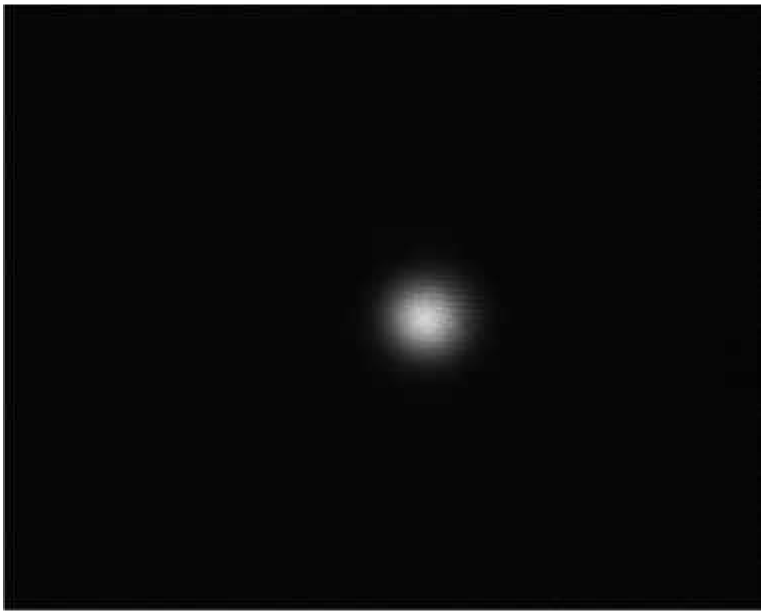

Fig. 3.1: Immagine del fascio a 400 mm dal laser

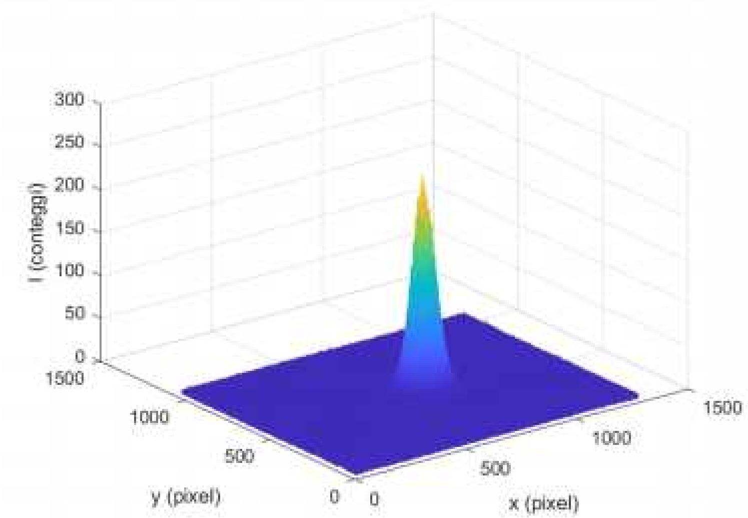

Fig. 3.2: Profilo sperimentale del fascio a 400 mm dal laser.

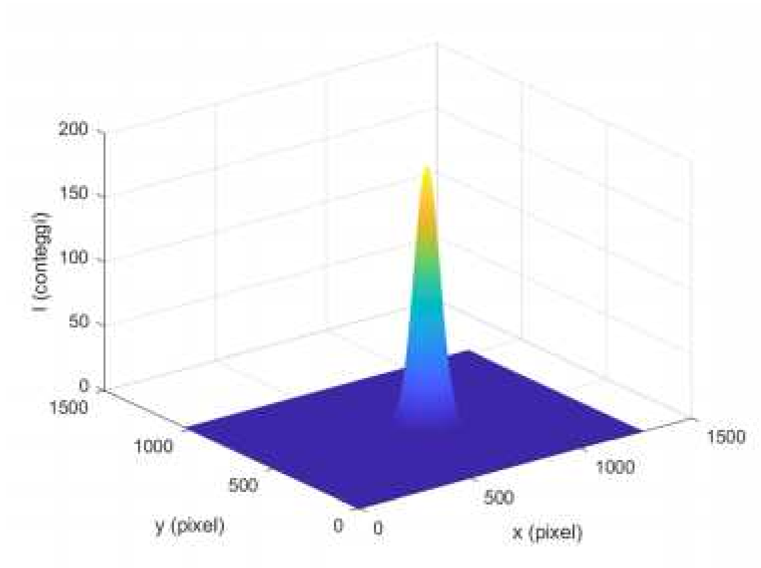

Fig. 3.3: Fit del profilo d'intensità del fascio a 400 mm dal laser.

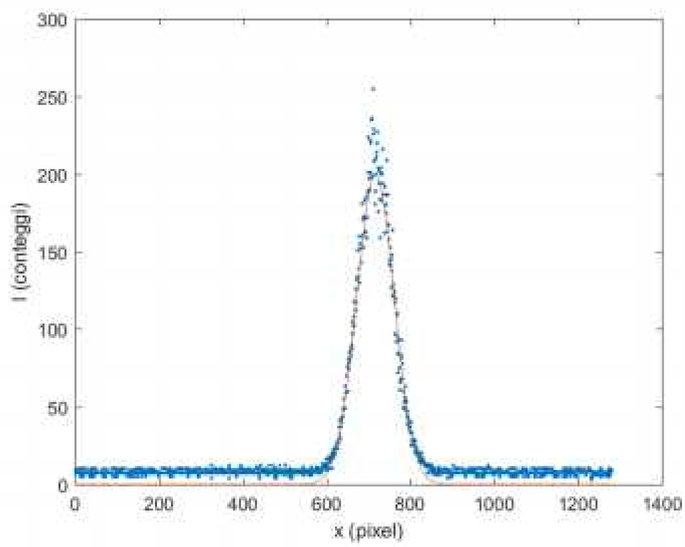

Fig. 3.4: Confronto del profilo sperimentale e del relativo fit lungo l'asse x.

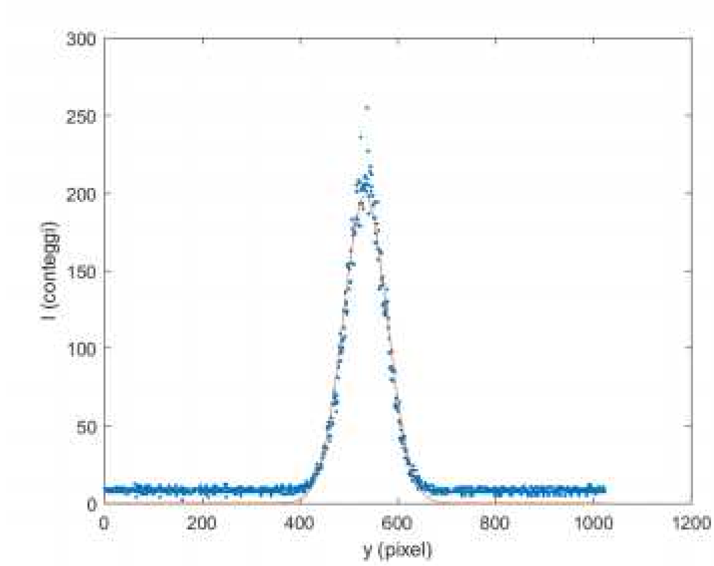

Fig. 3.5: Confronto del profilo sperimentale e del relativo fit lungo l'asse x.

Distanza (mm)	Waist («m)	Errore Waist («m)
50	261	1
74	267	1
100	277	1
124	288	1
150	299	1
174	316	2
200	327	2
224	340	2
250	356	2
274	375	2
300	395	3
324	410	3
350	432	4
374	447	4
400	466	4
424	498	5
450	508	5
474	522	5
500	570	6
524	578	6

Tabella 3.1: Waist del fascio alle varie distanze dal laser.

Analisi del profilo del fascio

Una volta noti i waist del fascio a varie distanze, si procede alla stima dei parametri complessivi del fascio gaussiano. Per questa operazione, utilizzando ancora MATLAB e la funzione *nlinfit*, è stato eseguito un fit delle quantità w(d), in cui d è la distanza dal laser, utilizzando come modello la funzione:

$$w(d) = w_0\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2 w_0^4}(d - d_0)^2} \tag{3.1}$$

in cui d è la distanza dal laser, w_0 è il waist minimo, d_0 la distanza alla quale si trova il waist minimo rispetto al laser, e λ è la lunghezza d'onda della radiazione emessa dal Laser. In questo caso i parametri del fit sono w_0 e d_0.

Utilizzando i dati riportati nella tabella 3.1, si trova:

$d_0 = (-72\pm5)$ mm;

$w_0 = (232\pm5)$ µm;

In figura 3.6 sono riportate le misure di w(d) e l'andamento del fit corrispondente ai parametri trovati. Il valore negativo di d_0 corrisponde al fatto che il minimo waist del fascio si trova in un punto interno alla struttura della sorgente.

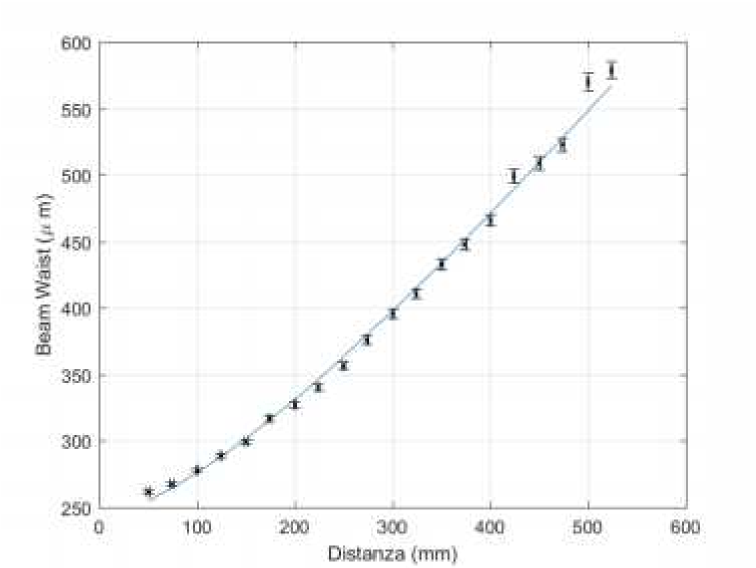

Figura 3.6: Andamento del profilo del fascio e relativo fit.

Dal grafico è possibile osservare che il fit non si adatta molto bene ai punti iniziali, che corrispondono alla regione nella quale il fascio presenta le caratteristiche più interessanti, discostandosi dalla regione di divergenza lineare ed approssimandosi alla regione di Rayleigh. Sarebbe stato opportuno avere misure del waist anche a distanze minori di 50 mm dal laser, ma per motivi legati agli ingombri dei vari elementi del set-up, in particolare del filtro utilizzato per attenuare il fascio, ciò non è stato possibile.

Analisi del profilo del fascio dopo la lente

La seconda serie di misure, corrisponde al set-up nel quale, ad una distanza d_L dal laser è stata posta una lente biconvessa con lunghezza focale pari ad f. L'analisi è stata eseguita con la stessa modalità descritta nei precedenti paragrafi: come prima operazione sono stati determinati i waist a diverse distanze dalla lente, ottenendo i valori riportati nella tabella 3.2.

Distanza (mm)	Waist («m)	Errore Waist («m)
10	210	2
28	167	1
53	120	1
78	81	1
103	89	1
128	136	2
153	192	3
178	258	4
203	318	4
228	389	5
253	462	5
278	537	5
303	587	5

Tabella 3.2: Waist del fascio alle varie distanze dalla lente.

Nel set-up utilizzato si è fissato d_L=120 mm e si è scelta una lente con focale f=88,3 mm. Successivamente sono stati determinati i parametri del fascio gaussiano uscente dalla lente, utilizzando ancora l'equazione (3.1) come modello, ne quale però, d rappresenta la distanza dalla lente.

I parametri dedotti tramite il fit, in questo caso, sono:

d_0 = (85±2) mm;

w_0 = (75±1) µm;

Il valore di w_0, molto minore dei valori misurati in assenza della lente, rende l'idea della forte focalizzazione del fascio, ottenuta proprio grazie alla lente, così come ci si aspettava.

In figura 3.7 sono riportati i dati mostrati nella tabella 3.2 insieme alla curva ottenuta dal fit. Come si vede l'accordo del modello è abbastanza buono in tutto l'intervallo di distanze riportato.

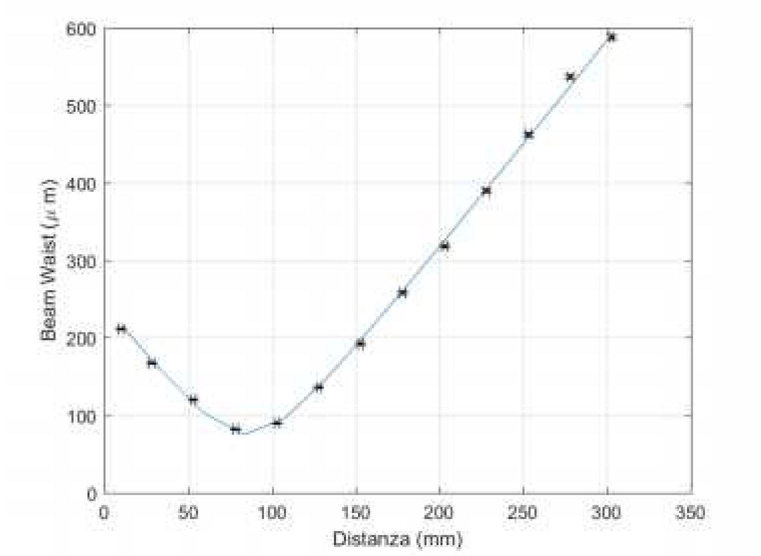

Figura 3.7: Andamento del profilo del fascio dopo la lente e relativo fit.

Per rendere ancora meglio l'idea della forte focalizzazione e della successiva divergenza del fascio, operata dalla lente, si riportano, in figura 3.8, le immagini catturate alle distanze d=78 mm, molto prossima al minimo waist, e d=303 mm, che corrisponde alla massima distanza dalla lente

Figura 3.8: Confronto tra i profili d'intensità del fascio a 78mm ed a 303 mm dalla lente.

Verifica del profilo del fascio tramite la legge ABCD

L'ultima analisi effettuata è stata la verifica della validità della legge ABCD, per i fasci gaussiani, nel caso particolare di una lente sottile. Il parametro complesso di un fascio gaussiano è dato da:

$$q(z) = z + i\frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

e, dopo il passaggio in un elemento ottico rappresentato dalla matrice M:

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

risulta:

$$q_1(z) = \frac{A\ \ (z) + B}{C\ \ (z) + D} \tag{3.2}$$

Nel caso di una lente sottile si ha:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

Per cui quindi la (3.2) diventa:

$$q_1(z) = \frac{q(z)}{1 - \frac{q(z)}{f}}$$

In questo modo è possibile ricavare i parametri del fascio in uscita alla lente. In particolare la posizione del minimo waist è data da:

$$d_1 = \Re[q_1]$$

mentre il minimo waist è dato da:

$$w_1 = \sqrt{\frac{\mathfrak{J}[q_1]\lambda}{\pi}}$$

in cui, per calcolare q(z) si pone $z=d_L$.

Applicando questo procedimento, si trova che, dopo la lente, la posizione del minimo waist sarebbe:

d_1 = 98 mm;

mentre il minimo waist risulterebbe:

w_1 = 71 µm;

Questi valori, pur non essendo molto lontani da quelli trovati sperimentalmente, non sono pienamente compatibili con essi. Il motivo della discordanza è imputabile sia alla semplificazione utilizzata di lente sottile, che a possibili imprecisioni nella stima delle distanze tra i vari elementi ottici del set-up, che, soprattutto nel caso di forte focalizzazione, influenzano pesantemente i risultati.

Per avere un confronto più chiaro tra i risultati delle misure le la stima fornita dall'applicazione della legge ABCD, si riporta, in figura 3.9, il confronto tra le stime dei waist dopo la lente, come elencato nella tabella 3.2, il fit che si ottiene applicando il modello dell'equazione (3.1), e la previsione fatta utilizzando la legge ABCD sui parametri del fascio incidente.

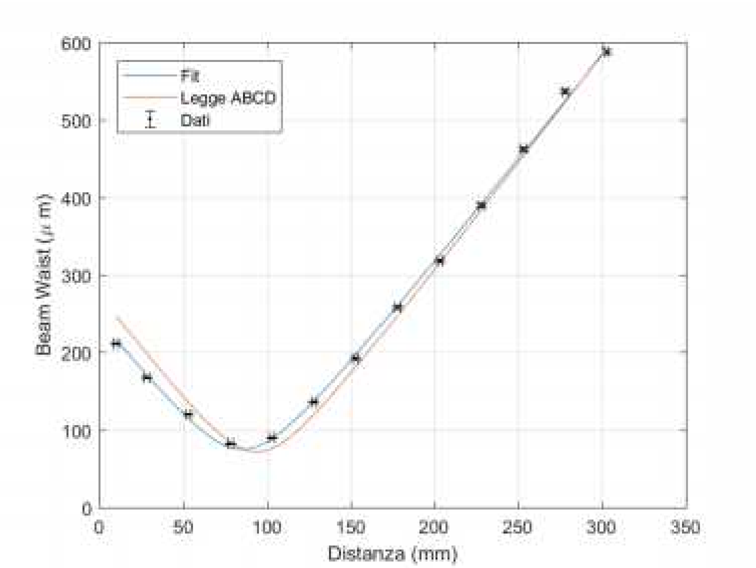

Figura 3.9: Confronto tra la previsione della legge ABCD ed i dati sperimentali.

Come si vede dalla figura, anche se l'accordo non è buono per piccole distanze, la divergenza del fascio, al crescere della distanza dalla lente, è perfettamente compatibile con quanto previsto dalla legge ABCD.

Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stato utilizzata una semplice camera, di tipo CMOS, monocromatica e con risoluzione di 1280x1024 pixel, per caratterizzare un fascio di luce emesso da un laser HeNe. Per la caratterizzazione è stata utilizzata l'assunzione di fascio gaussiano, che permette di ridurre al minimo il numero di parametri necessari alla descrizione del profilo del fascio, pur restando un modello molto efficace per questo tipo di applicazioni.

La caratterizzazione ha richiesto misure del profilo d'intensità a varie distanze, che sono state elaborate da un programma di fit, scritto in MATLAB, che ha permesso di estrarre dalle misure i parametri del fascio. Successivamente i parametri dell'intera serie di misure sono stati rielaborati per ricostruire il profilo completo del fascio.

Lo stesso tipo di analisi è stato svolto con il fascio uscente da una lente, e questo ha permesso di verificare, seppure in un caso molto specifico, la validità della legge ABCD.

I risultati sono decisamente positivi, anche in considerazione delle molte approssimazioni effettuate. Possibili sviluppi futuri potrebbero includere la presenza di eventuali astigmatismi, da tenere in conto nel modello del fascio, e l'implementazione di un sistema di allineamento, tra sorgente e sensore, che consenta la misura a diverse distanze con maggiore ripetibilità.

Bibliografia

[1] Svelto, O. (2009). *Principles of Lasers* (V ed.). Milano: Springer.

[2] Siegman, A. (1986). *Lasers*, Mill Valley, California: University Science Book

[3] Fowles G. R. (1975), *Introduction to modern optics* (II ed.), New York: Dover Pubblication

[4]

[5] Guenther R. D. (1990), *Modern Optics*, United States: Duke University